

t a r b i y a

Revista de Investigación e Innovación Educativa
del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación.
Universidad Autónoma de Madrid

Universidad Autónoma de Madrid

ÁNGEL GABILONDO. Rector

MARÍA JESÚS MATILLA QUIZA. Vicerrectora de Investigación

Instituto Universitario de Ciencias de la Educación

CÉSAR SÁENZ DE CASTRO. Director

MARÍA RODRÍGUEZ MONEO. Vicedirectora

MANUEL ÁLVARO DUEÑAS. Secretario Académico

Tarbiya, *Revista de Investigación e Innovación Educativa*, es una publicación del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación, que pone al alcance de la comunidad educativa nuevas perspectivas de la investigación e innovación en el campo de la teoría de la educación y de las didácticas específicas.

La revista está catalogada en la base de datos IRESIE del Centro de Estudios sobre la Universidad (UCE) de la Universidad Autónoma de México. También en la base de datos de Bibliografía Española de Revistas Científicas de Ciencias Sociales y Humanidades del Centro de Información y Documentación Científica (CINDOC) del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC).

Desde el número 25 los contenidos de la revista están disponibles en formato PDF en la siguiente dirección electrónica: <http://www.uam.es/iuce/tarbiya>

Editor

FERNANDO ARROYO ILERA

fernando.arroyo@uam.es

Redacción

INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

Ciudad Universitaria de Cantoblanco

28049 Madrid

Tels.: 91 397 40 49 / 91 397 50 22

Fax: 91 397 50 20

tarbiya@uam.es

Tarbiya no se identifica necesariamente con el contenido de los trabajos ni con la opinión de los autores que publica.

Consejo de Redacción

FRANCISCO ALONSO BLÁZQUEZ, JESÚS ALONSO TAPIA, MANUEL ÁLVARO DUEÑAS, CARMEN ARAGONÉS PRIETO, AMPARO CABALLERO GONZÁLEZ, ROSA MARÍA DE CASTRO MONTORO, M^a LUISA ORTEGA GÁLVEZ, MARÍA RODRÍGUEZ MONEO, NICOLÁS RUBIO SÁEZ, CÉSAR SÁENZ DE CASTRO Y CARMEN VIZCARRO GUARCH

Consejo Asesor

JUAN JOSÉ APARICIO (U. Complutense de Madrid); ISABEL BRINCONES CALVO (U. de Alcála de Henares); HORACIO CAPEL (U. de Barcelona); MARIO CARRETERO (U. Autónoma de Madrid); ANTONIO CORRAL (U. Nacional de Educación a Distancia); JUAN DELVAL (U. Autónoma de Madrid); EUGENIO HERNÁNDEZ (U. Autónoma de Madrid); FRANCISCO JAQUE (U. Autónoma de Madrid); ELENA MARTÍN (U. Autónoma de Madrid); JAVIER ORDÓÑEZ (U. Autónoma de Madrid) y JOSÉ OTERO (U. de Alcalá de Henares)

Edición

ENTIMEMA

Fuencarral, 70. 28004 Madrid

Tel.: 91 532 05 04

Fax: 91 532 43 34

ISSN: 1132-6239

Depósito legal: GU-231-1992

Sumario n^o 38

ARTÍCULOS

- 5 Adaptación del primer curso de la Escuela Universitaria de Ingenieros Técnicos de Telecomunicaciones (UPM) al Espacio Europeo de Educación Superior
IRINA ARGÜELLES ÁLVAREZ, JUAN BLANCO COTANO, JAVIER HERNÁNDEZ BERMEJO
- 19 Habilidades de monitoreo de la comprensión de textos de Ciencias en estudiantes de diferentes niveles educativos
CARLA MATURANO, CLAUDIA MAZZITELLI, ASCENSIÓN MACÍAS

DOSSIER: *La educación estadística en la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*

- 37 Presentación
ANGUSTIAS VALLECILLOS JIMÉNEZ
- 39 Una década de investigaciones del grupo de estadística, probabilidad y combinatoria de la SEIEM
M^a JESÚS CAÑIZARES, ANTONIO ESTEPA, CARMEN BATANERO, ANGUSTIAS VALLECILLOS
- 61 Estudio teórico y experimental sobre el aprendizaje de conceptos y procedimientos inferenciales en secundaria
ASSUMPTA ESTRADA ROCA, CARMEN BATANERO, JOSEP MARIA FORTUNY
- 79 Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado.
ANGUSTIAS VALLECILLOS, ANTONIO MORENO
- 91 La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO
ANNA SARRADÓ BAYÉS, PILAR AZCÁRATE GODED, JOSÉ MARÍA CARDEÑOSO DOMINGO
- 113 Aplicación de la teoría de la elaboración a la enseñanza de la estadística
CÉSAR SÁENZ CASTRO

Adaptación del primer curso de la Escuela Universitaria de Ingenieros Técnicos de Telecomunicaciones (UPM) al Espacio Europeo de Educación Superior*

Irina Argüelles Álvarez
Juan Blanco Cotano
Javier Hernández Bermejo

1. Introducción

Cada vez sabemos más sobre los procesos que favorecen el aprendizaje y, en este sentido, desde hace tiempo hay una cierta convicción de que el resultado de todo aprendizaje es fruto de una actividad directa y personal del aprendiz (Little, 1991; Wilson, 1981). Pero, si pudiéramos ver lo que sucede en la mayoría de las aulas universitarias españolas, comprobaríamos que la metodología que se sigue está muy alejada de esta concepción. Éste puede ser uno de los motivos por los que Parece evidente que es necesario cambiar el modelo

España es el tercer país de la Unión Europea, sólo superado por Portugal y Malta, con mayor grado de abandono entre estudiantes con edades comprendidas entre 18 y 24 años.

* El proyecto se desarrolló en la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica de Telecomunicación acogido a la "Convocatoria del año 2005 de ayudas a la innovación educativa en el marco del proceso de implantación del EEES y la mejora de la calidad de la enseñanza" de la Universidad Politécnica de Madrid. Participaron los Departamentos y Secciones Departamentales de: Sistemas Electrónicos y de Control (J. Blanco, J. Hernández, P. Lobo), Lingüística Aplicada a la Ciencia y a la Tecnología (I. Argüelles), Matemática Aplicada a la Ingeniería Técnica de Telecomunicación (G. Balabasquer, J. Bonache, C. Cousido, C. Ortiz), Departamento de Ingeniería y Arquitecturas Telemáticas (E. Gago, M. L. Martín, E. Portillo), Física Aplicada a las Tecnologías de la Información (J. Gómez-Góñi), e Ingeniería de Circuitos y Sistemas (W. Hernández).

educativo actual y evolucionar hacia otro donde la formación universitaria atienda adecuadamente a la demanda existente con mayor calidad y eficiencia.

Se da la circunstancia de que la próxima implantación del Espacio Europeo de Enseñanza Superior (EEES) está creando las condiciones para transformar el sistema universitario y con él, por qué no, la metodología (Tuning, 2003). La construcción del EEES tiene como objetivo fundamental el dotar a Europa de un sistema de titulaciones comprensible y comparable, que facilite la movilidad de profesores y estudiantes, que estimule el aprendizaje a lo largo de la vida. Dos son quizás los aspectos de todo lo relacionado con el EEES, que tienen más relación con el cambio en la forma de enseñar y aprender: el ECTS y el sistema de acreditación de la calidad.

El ECTS es un sistema de contabilización de la actividad académica del estudiante, que mide el tiempo que éste debe dedicar para superar una asignatura. En esta medida de tiempo debe incluirse todo tipo de actividades (asistencia a clase, estudio personal, trabajo en grupo, exámenes, etc.). Esta forma de contabilizar contrasta con el sistema de créditos en vigor actualmente en España, que mide esencialmente el número de horas que el profesor está en clase con sus alumnos. No obstante, más allá de la mera función contable este elemento del EEES puede y debe convertirse en una oportunidad de transformación del modelo de

enseñanza imperante en las universidades españolas y así lo interpreta el Real Decreto 1125/2003 en el que se establece el sistema europeo de créditos cuando dice que:

"[...] La adopción de este sistema constituye una reformulación conceptual de la organización del currículo de la educación superior mediante su adaptación a los nuevos modelos de formación centrados en el trabajo del estudiante [...]" "[...] Esta medida del haber académico comporta un nuevo modelo educativo que ha de orientar las programaciones y las metodologías docentes centrándolas en el aprendizaje de los estudiantes, y no exclusivamente en horas lectivas. [...]"

Los países del EEES deberán dotarse de sistemas de acreditación de titulaciones, en virtud de los cuales, cada centro deba demostrar periódicamente que las cosas se hacen según ciertos criterios y directrices. La obligación de acreditar las titulaciones puede ser también un elemento que transforme significativamente la vida de las instituciones universitarias, de sus profesores y estudiantes, puesto que impartir una asignatura con criterios de calidad puede tener implicaciones muy profundas.

2. Fundamentos y objetivos de la experiencia

Una de las características de la EUITT de la UPM es el alto grado de interés de sus profesores por la calidad de la formación de

sus titulados, calidad contrastada por su reconocimiento social. No obstante, este interés y dedicación del profesorado no se ve traducido en la eficiencia, como ponen de manifiesto la tasa de abandonos y la duración media de los estudios. Desde hace algún tiempo, concientes de esta situación y de la próxima implantación del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), profesores de la Escuela vienen introduciendo elementos de innovación educativa en algunas de sus asignaturas. Sin embargo, estas experiencias en asignaturas aisladas adolecen de los elementos de coherencia y globalidad deseables en un curso y, más allá, a través de todos los cursos en una titulación. Los profesores, o mejor dicho, la coordinación entre los profesores implicados, son en gran medida los responsables de conseguir tal coherencia y globalidad, eje motor del proyecto.

Así, en la etapa de preparación e inicio de la experiencia, la coordinación se convierte en el centro del trabajo y permite que se llegue a tomar decisiones consensuadas en el seno del grupo de profesores implicados. Como adelanta Fullan (2002: 83), la adopción de nuevos proyectos formativos para la convergencia europea viene, en principio, impuesta desde fuera y por lo tanto se hace necesaria una primera etapa de reflexión sobre el cambio y el proceso que llevará a conseguirlo. Este proceso de análisis y reflexión tiene que producir como consecuencia un currículo consensuado; la discusión, por ello, forma parte del proceso y

es fundamental poner los medios para que el cambio tenga sentido para todos aquellos que participarán en él. En general, estas decisiones afectan a la planificación del currículo, planificación siempre guiada por las orientaciones para la creación del EEES y que se centran, entre otras, en las siguientes acciones:

- a) Determinar cuál es el volumen total del trabajo de los estudiantes y cómo debe ser su distribución en las distintas asignaturas en función del actual Plan de Estudios y su contabilidad en ECTS.
- b) Desarrollar estrategias metodológicas de enseñanza-aprendizaje, armoniosas en todas las asignaturas.
- c) Introducir acciones para potenciar la acción tutorial.
- d) Aplicar métodos de evaluación similares en todas las asignaturas.
- e) Seguir pautas comunes en el uso del Entorno Virtual de Aprendizaje.
- f) Fomentar espacios de cooperación entre dos o más asignaturas.

3. El proyecto

3.1. Descripción del grupo piloto

Por acuerdo entre los profesores implicados y la Subdirección de Ordenación Académica de la Escuela, se determinó que el número de estudiantes del grupo piloto fuera de 32. Para llegar a este número, se tomó como referencia el máximo de estudiantes que pueden integrar los grupos

tradicionales de laboratorio (16), con la intención de que los profesores de teoría atendieran también en los laboratorios la formación de sus estudiantes del grupo piloto. Los estudiantes fueron seleccionados de forma aleatoria entre los de nuevo ingreso

que habían manifestado su interés por participar en la experiencia (más de 150).

Las asignaturas y número de profesores implicados se relacionan en la Cuadro 1, a continuación:

Cuadro 1
Asignaturas y número de profesores implicados

Asignaturas	Carácter	Créditos	Semestre	Nº de Profesores	Departamento
Análisis de Circuitos I	Troncal	7,5	Primero	1	Ingeniería de Circuitos y Sistemas
Inglés Técnico	Obligatoria	4,5	Primero	1	Lingüística Aplicada a la C. y a la Tecnología
Matemáticas I	Troncal	7,5	Primero	2	Matemática Aplicada a la I.T. de Teleco
Programación I	Troncal	6	Primero	1	Ingeniería y Arquitecturas Telemáticas
Sistemas Lógicos	Troncal	6	Primero	1	Sistemas Electrónicos y de Control
Análisis de Circuitos II	Troncal	6	Segundo	1	Ingeniería de Circuitos y Sistemas
Matemáticas II	Troncal	7,5	Segundo	2	Matemática Aplicada a la I.T. de Teleco
Fundamentos de Electrónica	Troncal	9	Segundo	1	Sistemas Electrónicos y de Control
Fundamentos Físicos de la Ingeniería	Troncal	7,5	Segundo	2	Física Aplicada a las Tecnologías de la Información
Programación II	Troncal	6	Segundo	2	Ingeniería y Arquitecturas Telemáticas

3.2. Determinación del volumen total del trabajo

Los profesores también establecieron la carga que cada una de las asignaturas tendría en ECTS. Siguiendo las orientaciones del EEES, hay que tener presente que el número de horas de trabajo que se otorgue a cada asignatura será determinante a la hora de planificar las actividades o los trabajos que el alumno deberá realizar fuera del aula. Si bien el número de créditos tradicionales viene determinado por el número de horas presenciales, a partir de este número de créditos, las horas de trabajo totales del alumno se pueden estimar empleando la conversión 1 ECTS = 25 / 30 horas de trabajo. En la actualidad, un semestre en la EUITT-UPM tiene quince semanas lectivas. Teniendo en cuenta los créditos actuales (30 por semestre aproximadamente),

la carga de trabajo para el estudiante estaría comprendida entre 750 (30x25h) y 900 (30x30h) horas. Para distribuir la carga de trabajo entre las asignaturas de primero en el grupo piloto, se partió finalmente de 800 horas de trabajo totales para cada semestre de forma que el número de horas de trabajo semanal no fuera excesivamente grande (unas 47) y presuponiendo que el alumno dedica unas veinte horas a la preparación y realización de cada examen final.

En concreto, el cálculo de las horas de trabajo para el alumno se realizó de acuerdo con la siguiente ecuación donde los "Créditos actuales totales" son los créditos que tiene cada semestre en el Plan de Estudio vigente (31,5 el primero y 36 el segundo):

$$\text{Horas de trabajo} = \text{Horas totales} \cdot \frac{\text{Créditos actuales}}{\text{Créditos actuales totales}}$$

Cuadro 2

Distribución del volumen del trabajo de los estudiantes

Asig.	Métrica actual			Métrica ECTS			
	Horas/sem.	Créditos	Porcentaje	ECTS	Horas	Horas/sem.	T + L + A
AC-I	3 + 2	7,5	23,8%	7,14	190,4	11,4	3 + 2 + 6,4
ING	3	4,5	14,3%	4,29	114,2	6,3	3 + 0 + 3,3
MAT-I	5	7,5	23,8%	7,14	190,4	11,4	5 + 0 + 6,4
SL	4	6,0	19,0%	5,71	152,3	8,8	4 + 0 + 4,8
PR-I	2 + 2	6,0	19,0%	5,71	152,3	8,8	2 + 2 + 4,8
Totales 1 ^{er} sem.	21	31,5		30	800,0	46,6	17+4 +25,6
AC-II	3 + 1	6,0	16,7%	5,00	133,3	7,5	3 + 1 + 3,5
MAT-II	4 + 1	7,5	20,8%	6,25	166,6	9,7	4 + 1 + 4,7
PR-II	2 + 2	6,0	16,7%	5,00	133,3	7,5	2 + 2 + 3,5
FEL	4 + 2	9,0	25,0%	7,50	200,0	12	4 + 2 + 6
FFIS	5	7,5	20,8%	6,25	166,6	9,7	5 + 0 + 4,7
Totales 2 ^o sem.	24	36,0		30	800	46,6	18+6+29,3

En el Cuadro 2, las tres columnas etiquetadas como "Métrica actual" resumen la carga de las distintas asignaturas en el Plan de Estudios vigente. Las cuatro columnas etiquetadas como "Métrica ECTS" trasladan el reparto actual de la carga, al sistema ECTS. La columna "ECTS" muestra el número de créditos ECTS que correspondería a cada asignatura, tomando como referencia 30 ECTS por semestre. La columna "T+L+A" muestra el reparto de las horas totales por semana en clases de teoría (T), de laboratorio (L) y, resaltado en negrita, de trabajo del alumno fuera del aula (A).

3.3. Estrategias metodológicas comunes de enseñanza-aprendizaje

Los profesores del grupo piloto, en sintonía con el modelo formativo centrado en el que aprende, quisieron desde un primer momento, poner más énfasis en el aprendizaje de los estudiantes y menos en la faceta expositiva del profesor. Para ello se acordó incrementar las actividades individuales y grupales de los estudiantes, dentro y fuera del aula, bajo la supervisión del profesor. Además, la planificación temporal de las asignaturas ha seguido un modelo común basado en: (1) actividades previas a

las clases presenciales, (2) sesión presencial y (3) actividades posteriores a la sesión presencial.

- 1) Las actividades previas a las clases presenciales, en términos generales, han estado basadas en lecturas comprensivas de bibliografía recomendada por el profesorado y en la realización de ejercicios relacionados con sesiones anteriores o, en el caso de las primeras sesiones, con conocimientos previos que los estudiantes ya debían de tener.
- 2) En las clases presenciales las actividades de los estudiantes han pretendido potenciar el trabajo cooperativo mediante la realización de ejercicios y problemas en parejas y en grupos informales o formales.
- 3) En las actividades posteriores a las clases presenciales, los estudiantes debían realizar ejercicios y problemas propuestos por el profesor para reforzar o en su caso ampliar lo aprendido durante las sesiones.

En el Cuadro 3, como ejemplo, se presenta la programación temporal correspondiente a una sesión de la asignatura "Fundamentos de Electrónica".

Cuadro 3
Planificación temporal de una sesión

PLANIFICACIÓN TEMPORAL DEL TEMA 2 (Amplificadores Operacionales)	
SESIÓN PRESENCIAL 3	
Actividades previas (1 hora)	Repaso de: <ul style="list-style-type: none"> • Teoremas de Thevenin y Norton • Teorema de superposición
Actividades presenciales (2 horas)	Resolución de dudas de las actividades posteriores a la sesión 2 y actividad previa de esta sesión. Exposición por el profesor sobre los valores prácticos de las resistencias. Realización por los estudiantes de un ejercicio sobre variaciones de la ganancia de un amplificador inversor en función de las tolerancias de las resistencias. Exposición por el profesor sobre el análisis de un amplificador no inversor. Valores prácticos de las resistencias. Caso del seguidor de tensión. Realización por los estudiantes de un ejercicio sobre un amplificador diferencial.
Actividades posteriores (1 hora)	Realización por parte de los estudiantes de los ejercicios SP_3_1 y SP_3_2.

Como ejemplo de metodología cooperativa, a continuación se presentan también

las actividades de una sesión presencial tipo de la asignatura "Inglés Técnico":

Sesión presencial tipo de 50 minutos

- Warmer (2 a 5 minutos)
- Puesta en común de trabajo personal y dudas (5 a 10 minutos)
- Breve descripción de la sesión (2 o 3 minutos)
- Instrucciones para la actividad 1:
 - a) individual b) parejas c) puesta en común (10-15 minutos)
- Breve presentación (5-10 minutos)
- Instrucciones para la actividad 2:
 - a) individual b) grupo (x3 o x4) c) puesta en común (15-20 minutos)
- Cooler (2 a 5 minutos)

3.4. Potenciación de la acción tutorial

La atención personalizada al estudiante tiene en las tutorías un marco natural para su materialización. Conscientes de esta situación y del escaso uso que tradicionalmente tienen las tutorías en la Escuela, se articularon dos acciones que permitieran una potenciación de la acción tutorial:

Por una parte, se concertaron sesiones de tutorías por grupos de 4-5 alumnos al principio de cada semestre, facilitando así el primer contacto estudiantes-profesor, a la vez que permitía una demostración, por parte del profesor, de las bondades de las tutorías grupales e individuales. En las asignaturas donde se puso en marcha esta acción se constató que, a iniciativa de los estudiantes, se repitieron las tutorías grupales, a la vez que las tutorías individuales se incrementaron en comparación con las de los grupos tradicionales.

Por otro lado, se contó con un Entorno Virtual de Aprendizaje que permitió diseñar foros de debates y dudas. En algunas asignaturas se crearon foros por cada uno de los temas, bajo la supervisión del profesor, que estimulaban la interacción entre los estudiantes. Esta acción, por lo tanto, partía de una orientación hacia el fomento de la interacción profesor-estudiante (objeto de las tutorías), pero además permitió profundizar en el trabajo cooperativo entre los estudiantes.

3.5. Métodos de evaluación

Partiendo de que la evaluación es un elemento más del proceso de enseñanza-aprendizaje, los cambios en el modelo formativo deben afectar también a la evaluación. En este sentido, y en coherencia con un modelo formativo centrado en el aprendizaje del estudiante la evaluación se debe concebir como una parte integral, sistemática y continuada del proceso formativo. Esto implica que la evaluación debe garantizar, mediante actividades y orientaciones específicas, que el estudiante consiga los objetivos pretendidos y debe ser, al mismo tiempo, un estímulo para su participación activa en el proceso de construcción de su propio conocimiento.

No obstante, la evaluación en el modelo dominante se ha caracterizado, tradicionalmente, porque se produce al final del proceso, y su objetivo es certificar el grado de conocimientos alcanzados por los alumnos. Los profesores del grupo piloto asumieron esta realidad y, de acuerdo con sus respectivos departamentos, combinaron la evaluación tradicional con la evaluación continuada, acordando un peso de esta última sobre la nota final de entre el 20 y el 30% según las asignaturas.

Más adelante, en las conclusiones de este trabajo, se pondrá de manifiesto que la limitada trascendencia de la evaluación continuada, articulada mediante las actividades de los estudiantes y las evaluaciones

parciales del temario, ha requerido un sobreesfuerzo por parte del profesorado y no ha conseguido motivar a los estudiantes a trabajar lo suficiente.

3.6. Pautas comunes en el uso del Entorno Virtual de Aprendizaje

Las TIC pueden ser uno de los elementos clave que favorezca las transformaciones requeridas y que facilite o haga posible proponer actividades, establecer comunicaciones y llevar a cabo evaluaciones, todo ello como complemento de lo presentado o trabajado durante las sesiones presenciales (Duart y Sangrá, 2000; Moreno y Bailly-Baillièrè,

2002; Onrubia, 2005). Concretamente, los profesores y estudiantes de las asignaturas del grupo piloto disponen de un Entorno Virtual de Aprendizaje soportado por el GATE-UPM, la plataforma Moodle. Una vez identificados ante el sistema, los estudiantes pueden descargarse documentación relacionada con la asignatura, resolver ejercicios y problemas y subir el fichero con sus soluciones, recibir orientaciones específicas por parte del profesorado, comunicarse con sus compañeros y profesores para plantear, a través de los foros y el correo electrónico, dudas e iniciativas relacionadas con el aprendizaje de la asignatura o con su funcionamiento.

Figura 1

Recursos para un tema de Fundamentos de Electrónica generados para la plataforma

The screenshot shows a web browser window titled 'Curso: Fundamentos de Electrónica - Microsoft Internet Explorer'. The address bar shows the URL: http://aristoteles.gate.upm.es/moodle/course/view.php?id=21&cal_m=5&cal_y=2006. The page content is organized into several sections:

- Left Sidebar:** 'Mis cursos' with a tree view showing 'Fundamentos de Electrónica' and its sub-topics like 'Historia de las Telecomunicaciones' and 'Política de las Telecomunicaciones y Sociedad de la Información'.
- Main Content Area:**
 - Top: 'Ejercicio 1 SESIÓN posterior 3' and 'Ejercicio 2 SESIÓN posterior 3'.
 - Section: '2 Tema 2: Amplificadores Operacionales'.
 - Resources listed under the theme:
 - Foro del Tema 2
 - Datos del Tema 2
 - Objetivos del Tema 2 (teoría y laboratorio)
 - Temario
 - Planificación temporal de la SESIÓN 1
 - Ejercicio SESIÓN posterior 1
 - Planificación de la SESIÓN 2
 - PRÁCTICA 2 de laboratorio
 - Hojas de características de AO 741
 - Ejercicio 1 SESIÓN POSTERIOR 2
 - Ejercicio 2 SESIÓN POSTERIOR 2
 - Ejercicio 3 SESIÓN POSTERIOR 2
 - Planificación temporal de la SESIÓN 3
 - Ejercicio 1 SESIÓN POSTERIOR 3
 - Ejercicio 2 SESIÓN POSTERIOR 3
 - Ejercicio 3 SESIÓN POSTERIOR 3
 - PLANIFICACIÓN TEMPORAL DE LA SESIÓN 4
 - Ejercicio 1 SESIÓN POSTERIOR 4
 - Ejercicio 2 SESIÓN POSTERIOR 4
 - Colección de ejercicios de circuitos con AO
 - Soluciones de los ejercicios de circuitos con AO
- Right Sidebar:**
 - Calendar: 'sábado, 1 julio (19:10)'. Includes links for 'Ir al calendario...' and 'Nuevo evento...'.
 - Usuarios en línea: 'JUAN BLANCO COTANO' (últimos 5 minutos).
 - Calendar: A monthly calendar for May 2006 with the 11th highlighted.
 - Actividad reciente: A section for recent activity.

Por su parte, los profesores disponen de herramientas de comunicación como el correo electrónico, los foros, las novedades y el calendario; herramientas para la gestión de materiales de aprendizaje; herramientas para el seguimiento y evaluación del progreso de los estudiantes y herramientas de gestión de los participantes.

La planificación temporal de cada uno de los temas, y de sus sesiones, actividades previas y posteriores a las clases, así como las actividades en las clases, los ejercicios y problemas propuestos con fechas y horas límites para su resolución y subida a la plataforma y los foros han constituido los recursos fundamentales desarrollados para la plataforma. Se puede ver un ejemplo en la Figura 1.

3.7. Fomento de espacios de cooperación entre dos o más asignaturas

A las bondades, descritas someramente, de la coordinación de los profesores implicados para conseguir los objetivos planteados en esta experiencia hay que añadir que el mayor conocimiento por parte del profesorado de las asignaturas del curso, y sobre todo, la mayor relación e interacción entre los profesores posibilitó el inicio de relaciones cooperativas para la consecución de objetivos compartidos por dos o más asignaturas, como se ha puesto de manifiesto en Análisis de Circuitos I y II y Fundamentos de Electrónica, o en el caso de Matemáticas I y II con Fundamentos Físicos de la Ingeniería.

4. Análisis de los resultados de la experiencia

Al finalizar el segundo semestre se pusieron en marcha distintos métodos de análisis. Por un lado, se observaron los resultados académicos y la asistencia a clase de los estudiantes del grupo piloto y se compararon con los resultados generales del resto de los grupos. Por otro, se recogió la opinión acerca de la experiencia de los alumnos del grupo piloto y de los profesores que impartieron su docencia en ese grupo. A falta de los datos de septiembre, la información que se ha recogido, permite presentar algunas estadísticas descriptivas y observaciones de tipo cualitativo que se muestran a continuación.

4.1. Algunos datos cuantitativos

En las tablas que se presentan a continuación se muestran los datos relativos a los dos semestres del curso 2005-2006 y se comparan los resultados que se obtuvieron en el grupo de innovación (EEES) comparados con los del resto de los alumnos de nuevo ingreso.

En ambas tablas se aprecia que el número de alumnos presentados es mayor en el grupo EEES y en ambos semestres, especialmente en el segundo. El porcentaje de alumnos suspensos sobre el total de los presentados es mayor en el grupo no experimental y, al contrario, el número de estudiantes aprobados sobre el total de presentados es mayor en el grupo experimental.

Cuadro 4

Resultados de la convocatoria de febrero-06: Primer semestre

	Alumnos de nuevo ingreso sin EEES		Grupo EEES	
	% Total	% Presentados	% Total	% Presentados
No presentados	39,8%		29,2%	
Presentados	60,2%	100,0%	70,8%	100,0%
Suspensos	45,0%	74,8%	43,1%	60,9%
Aprobados	15,2%	25,2%	27,7%	39,1%

Cuadro 5

Resultados de la convocatoria de junio-06: segundo semestre

	Alumnos de nuevo ingreso sin EEES		Grupo EEES	
	% Total	% Presentados	% Total	% Presentados
No presentados	68,5%		48,8%	
Presentados	31,5%	100,0%	51,3%	100,0%
Suspensos	23,2%	73,8%	32,5%	63,9%
Aprobados	8,2%	26,2%	18,8%	36,6%

4.2. Opinión de los estudiantes

En general, los estudiantes muestran un alto grado de satisfacción con la experiencia. De la encuesta que se les hizo, puede resumirse lo siguiente:

Los alumnos asisten con más regularidad a aquellas asignaturas en las que sienten que aprenden durante las clases. Son estas asignaturas o aquellas en las que se ven con más probabilidades de aprobar las que siguen hasta el final en perjuicio de otras que por su dificultad o por falta de motivación o interés, abandonan. La sensación, en general, es que tienden a abandonar por

norma una o dos asignaturas porque no pueden con la carga de todas.

Los aspectos positivos de la metodología son que ayuda a mantener un ritmo de trabajo constante, fomenta la participación y la relación entre los componentes del grupo y la de éstos con el profesor. Como principal aspecto negativo, que se sigue dando mucho peso al examen final a pesar del esfuerzo del trabajo diario y el exceso de trabajo durante el curso.

Con respecto a algunos aspectos mejorables, y salvando detalles relacionados con la docencia en asignaturas particulares, se

sugiere mejorar el uso de la plataforma MOODLE, aligerar la carga de trabajo diario, más coordinación entre los profesores, más información previa sobre el curso, disminución de horas presenciales en favor del trabajo individual y tutorías fuera del horario de clases de los estudiantes.

4.3. Opinión de los profesores

De un análisis DAFO (Debilidades, Amenazas, Fortalezas y Oportunidades) que realizaron los profesores participantes en la experiencia se puede resumir lo que sigue:

- **Debilidades**
Los estudiantes abandonan algunas asignaturas al ver el esfuerzo que les supone. Muchos no cumplen con el trabajo previo a las sesiones ni con el que sigue a éstas según la planificación del profesor.
- **Amenazas**
Se señala la falta de difusión de la experiencia en el entorno más cercano (la Escuela) y la falta de reconocimiento. Desde fuera, lo más evidente es el esfuerzo añadido que se requiere del profesor y que deriva de un seguimiento más cercano y continuo del aprendizaje del estudiante. Ambos aspectos, suponen pues, una percepción negativa o inexistente por parte del resto del profesorado y de los estudiantes de la Escuela.
- **Fortalezas**
El trabajo en grupo, el seguimiento constante y directo por parte del profesor y la

enseñanza *b-learning* refuerzan considerablemente el aprendizaje de los estudiantes.

- **Oportunidades**
El proyecto se encuadra dentro de un momento en que una creciente corriente de opinión está de acuerdo en que es necesario un cambio en las metodologías de enseñanza aprendizaje dentro de las universidades españolas.

5. Conclusiones

La valoración general de esta experiencia es muy positiva para los profesores y para los alumnos. Cabe destacar que, sin duda, la evaluación continua con asistencia obligatoria habría favorecido el trabajo en clase y fuera del aula que parecen haber sido, ésta es la conclusión que se extrae del estudio de casos que no se desarrolla en este trabajo, la clave del éxito de los estudiantes aprobados. Hay que recordar que el trabajo personal de los estudiantes del grupo piloto repercute tan sólo en un tanto por ciento mínimo de la nota final (30% el máximo).

El objetivo de estas páginas ha sido describir los procesos, las ventajas y los inconvenientes de este proyecto de innovación educativa. En la convocatoria del año 2006 de ayudas a la innovación educativa en el marco del proceso de implantación del EEES y la mejora de la calidad de la Enseñanza (UPM), el proyecto vuelve a ser reconocido y la experiencia se ampliará durante el curso 2006-2007 a dos grupos piloto.

Bibliografía citada

- DUART, J. M. Y A. SANGRÁ. 2000. *Aprender en la virtualidad*. Gedisa.
- FULLAN, M. 2002. *Los nuevos significados del cambio en la educación*. Barcelona, Octaedro.
- LITTLE, D. 1991. *Learner autonomy. Definitions, Issues and Problems*. Dublin, Authentik.
- MORENO, F. Y M. BAILLY-BAILLIÈRE. 2002. *Diseño instructivo de la formación on-line*. Barcelona, Ariel.
- ONRUBIA, J. 2005. *Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento*. RED. *Revista de educación a Distancia*. Nº monográfico II (2005); <http://www.um.es/ead/red/M2/>
- REAL DECRETO 1125/2003 (BOE, 18 de septiembre)
- TUNING (Tuning Educational Structures in Europe). Informe Final-Fase Uno (2003); http://www.relint.deusto.es/TUNINGProject/spanish/doc_fase1/Tuning%20Educational.pdf
- WILSON, J. D. 1981. *Student learning in higher education*. London, Croom Helm.

Resumen

Este trabajo presenta el desarrollo y conclusiones de un proyecto que durante el curso 2005/2006, ha querido superar el marco de experiencias individuales de adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior en asignaturas particulares. Más allá de estas iniciativas puntuales, el proyecto "Adaptación del primer curso de la EUITT-UPM al EEES" es una experiencia global sobre todas las asignaturas de un grupo del primer curso de la EUIT de Telecomunicación-UPM. Entre otras innovaciones que afectan tanto al currículo como a los métodos de enseñanza-evaluación, los participantes se comprometen a utilizar como herramienta un Entorno Virtual de Aprendizaje.

Palabras clave: Innovación educativa, Espacio Europeo de Educación Superior, Entornos virtuales de aprendizaje.

Abstract

This paper presents the development and conclusions of a project that has tried to go beyond individual experiences of adaptation to the European Higher Education Area framework during the academic year 2005-2006. Beyond individual initiatives, the "Adaptation of the first year course in the EUITT-UPM to the EHEA" project has meant a holistic

approach that includes all the subjects in a first year course at the EUIT of Telecommunication-UPM. In this context, the organisation of teaching greatly depends upon the interest of the teachers in promoting the European Higher Education Area. Among the innovations which affect both the programme of study and the teaching and assessing methodology, the participants agree to use a virtual learning environment.

Key-words: teaching and learning innovation, European Higher Education Area, Virtual Learning Environment.

Irina Argüelles Álvarez

Juan Blanco Cotano

Javier Hernández Bermejo

EUIT Telecomunicación

Universidad Politécnica de Madrid

Habilidades de monitoreo de la comprensión de textos de Ciencias en estudiantes de diferentes niveles educativos _____

Carla Maturano
Claudia Mazzitelli
Ascensión Macías

Introducción

Numerosos estudios reportan las dificultades que tienen tanto los sujetos jóvenes como los adultos para detectar inconsistencias cuando leen (Otero y Kintsch, 1992; Otero, 1998). A los estudiantes les resulta difícil identificar sus déficits de conocimiento, ya que frecuentemente no detectan contradicciones e inconsistencias en los textos científicos, en los problemas matemáticos del mundo y en otro tipo de materiales (Otero y Campanario, 1990; Baker, 1994). Por ejemplo, no se dan cuenta si al texto le faltan datos o no distinguen entre datos superfluos y datos necesarios. Esta falla para detectar inconsistencias indica un problema inicial en la lectura que se refiere a la evaluación de la comprensión y se puede deber a inadecuadas estrategias de lectura (Otero, 1998).

Una cuestión importante a estudiar se refiere a la detección de inconsistencias y

A los estudiantes les resulta difícil identificar sus déficits de conocimiento, pues no detectan contradicciones e inconsistencias en los textos científicos. Frecuentemente no se dan cuenta si al texto le faltan datos o no distinguen entre lo superfluo y lo necesario.

contradicciones cuando se lee, que puede considerarse dentro del contexto de las estrategias de comprensión del lector. Intuitivamente, las estrategias surgen de la idea que un lector tiene para accionar y encontrar la mejor manera de actuar para alcanzar un objetivo determinado. Según Kintsch (1998) las estrategias implican acciones, metas y alguna noción de optimización. Las estrategias son procesos flexibles y orientados a una meta que intervienen en distintos momentos y en varios niveles del procesamiento al mismo tiempo (Cubo de Severino *et al.*, 1999). Entre las mismas, cabe mencionar las metacognitivas que son las que permiten el control de los propios procesos cognitivos (Otero, 1998). Entre éstas encontramos las estrategias de monitoreo de la comprensión que posibilitan al lector tener un conocimiento declarativo y procedimental de sus acciones. Las estrategias de monitoreo de la comprensión se utilizan para decidir cuándo se comprende algo y para tomar medidas adecuadas en caso en que la comprensión sea insatisfactoria. Se pueden distinguir dos fases: darse cuenta de si algo se entiende o no (evaluación) y tomar medidas para reparar el problema de comprensión (regulación) (Baker, 1994). Examinar dichas estrategias en situaciones particulares, tales como la lectura y el aprendizaje de las Ciencias, resulta un problema interesante para la investigación educativa (Otero, 1998).

El lector experto hace buen uso de las estrategias mencionadas cuando se da

cuenta que no está comprendiendo porque encuentra contradicciones en el texto, no le da sentido a una frase u oración, detecta información inconsistente, hay conceptos que no entiende, detecta falta de información, entre otras razones. Estos procesos involucran evaluar las dificultades y regular aplicando estrategias reparadoras. En cambio, los lectores novatos no saben hacer uso de estas estrategias en forma adecuada y muchas veces no logran salvar los problemas que se les presentan cuando leen (Brown *et al.*, 1986).

El modelo de Kintsch (1998) ofrece un marco que ayuda a explicar los diferentes procesos puestos en juego en la comprensión para construir una determinada representación mental del texto (Elosua de Juan, 2000). Este modelo, actualmente, da una visión completa e integrada del proceso global de la comprensión. Propone tres niveles de representación de un texto en la memoria: *formulación superficial* (se refiere a la formulación literal de palabras y frases que pueden recordarse aunque se desconozca el significado); *base del texto* (es el conjunto estructurado de ideas que representa el significado de un texto) y *modelo de la situación* (es una representación mental en la que aparecen las ideas que provienen del texto y las que son propias del lector). Para León y Slisko (2002) es indispensable que el lector agregue, en esta última representación mental, información complementaria de su propio conocimiento que no aparece explícitamente en el texto.

Muchos autores aseveran que el proceso de construcción del modelo de la situación es una actividad estratégica que depende del lector (Elosua de Juan, 2000; García Madruga *et al.*, 1999; Kintsch, 1998; Otero, 1998).

El conocimiento de las diferencias individuales podría ayudar a los investigadores a formular mejores teorías sobre la construcción de los modelos de la situación (Maury *et al.*, 2002). Por ejemplo, se sabe que los lectores de más edad y con mayor dominio de estrategias lectoras construyen mejor la representación mental de las ideas del texto (Baker, 1994). En cambio, los lectores novatos tienen menos conciencia de sus propios fallos (Otero y Kintsch, 1992). Habría que analizar mejor las diferencias entre los procesos puestos en juego por los lectores expertos y novatos.

Cubo de Severino *et al.* (1999) establecen categorías en las estrategias a utilizar para lograr construir la base del texto o el modelo de la situación, entre las que cabe mencionar:

1) *Estrategias para construir la base del texto:*

- Estrategias léxicas: permiten identificar y representar el significado de cada palabra.
- Estrategias proposicionales: sirven para asignar una función a cada palabra y descubrir sus relaciones en una oración.

- Estrategias microestructurales: son las que usa el lector para relacionar el significado de cada oración (proposición) con la anterior y la posterior.
- Estrategias macroestructurales: resumen la información y permiten distinguir la idea principal. El lector debe realizar procesos conceptuales globales y descubrir qué información es importante y cuál puede omitirse.
- Estrategias superestructurales: permiten al lector reconocer la organización global del texto.

2) *Estrategias para construir el modelo de la situación:* El lector organiza y funcionaliza la información a partir de la intención comunicativa e informativa que descubre en el contexto y construye el modelo de la situación. En este contexto, el lector hará inferencias, repondrá la información que no aparezca en el texto en forma explícita, notará las contradicciones, etc. En la construcción del modelo de la situación intervienen tres modelos contextuales que responden a diversas preguntas:

- *Modelo de la interacción comunicativa:* ¿quién lee?, ¿para qué?, ¿dónde?, ¿cuándo?, ¿qué texto?, ¿cómo se siente al leer?, ¿qué actitud tiene frente a lo que lee?, ¿quién lo escribe?, ¿para qué?
- *Modelo enciclopédico:* ¿acerca de qué es el texto?, ¿cómo se relacionan en el mundo real los referentes extralingüísticos de los hechos que se mencionan

en el texto?, ¿qué fragmentos de representaciones del mundo denota?

- *Modelo discursivo*: ¿cómo es el texto desde el punto de vista retórico?, ¿qué intención persigue?, ¿a qué género pertenece?, ¿cómo se relaciona con otros textos leídos?

Por otra parte, las diferencias individuales en la construcción del modelo de la situación estarían ligadas a la interpretación del lector sobre lo que es la lectura y al uso de estrategias para aprender y evaluar el aprendizaje (Baker, 1994). Así, para evaluar la comprensión cuando el lector se enfrenta con un texto debe emplear diversos criterios de evaluación. Nos interesan especialmente los siguientes criterios:

- *Coherencia externa*: consiste en verificar que las ideas del texto son verdaderas o compatibles con lo que sabe el lector.
- *Coherencia interna*: implica la verificación de la consistencia lógica de las ideas expresadas en el texto.
- *Suficiencia informativa*: implica verificar que el texto contenga toda la información necesaria para cumplir determinado objetivo (Baker, 1994).

Métodos

En el presente estudio solicitamos a estudiantes de distintas edades y niveles educativos que leyeran tres textos científicos cortos con dificultades, especialmente preparados para esta experiencia. Debieron

calificar su comprensión y relatar, en cada caso, las dificultades que hubieran tenido y las acciones que siguieron. Consideramos que el lector que realice una adecuada evaluación y regulación de la comprensión debería: a) detectar la dificultad principal del texto, b) reconocer que una contradicción o la falta de información son dificultades o anomalías, c) verbalizar o explicitar la dificultad y d) decidir una acción o estrategia de reparación adecuada (Graesser y Mc Mahen, 1993). Nos interesa analizar si los estudiantes logran, a partir de la lectura, construir el modelo de la situación o si se quedan en la base del texto. Para esto, hemos asociado diferentes estudios que se han realizado separadamente sobre el análisis de las estrategias de comprensión de textos (Cubo de Severino *et al.*, 1999) y los criterios de evaluación y regulación (Baker, 1994).

En la experiencia nos abocamos al análisis de las habilidades para monitorear la comprensión en relación con los criterios de coherencia externa e interna y de suficiencia informativa. Hemos elaborado dos pruebas:

- La primera prueba apunta a conocer sobre las estrategias de evaluación y regulación de la comprensión aplicadas por los estudiantes para los diferentes textos.
- La segunda prueba nos permite indagar sobre los conocimientos previos de los sujetos y los procesos que llevaron a

cabo durante la realización de la prueba anterior.

Con el objetivo de abarcar varios niveles educativos y edades diversas para estudiar el problema, la muestra de alumnos seleccionada para la aplicación de las pruebas está constituida por:

- *Grupo I:* 24 alumnos de 8° de EGB3 – Edades comprendidas entre 13 y 14 años.
- *Grupo II:* 22 alumnos de 2° Año Polimodal – Ciencias Naturales – Edades comprendidas entre 15 y 16 años.
- *Grupo III:* 11 alumnos de 2° Año de los Profesorados en Física y en Química. Nivel Universitario – Edades comprendidas entre 20 y 38 años.

Los sujetos participaron en la experiencia como una actividad áulica, informándoseles que la misma formaba parte de un proyecto de investigación sobre comprensión de textos. Para la determinación de las estrategias, analizamos las respuestas de los sujetos a una serie de actividades realizadas en forma escrita e individual.

Los textos utilizados en la Prueba 1 (ver Anexo) son:

Texto A: Criterio de coherencia externa

El Texto A nos permite estudiar si el lector verifica que las ideas son compatibles con sus conocimientos previos. El mismo se

refiere al movimiento de los cuerpos bajo la acción de la gravedad, en el cual hemos introducido una afirmación errónea “*Cuando los cuerpos se desplazan en un medio material, como el aire, experimentan una fuerza que les hace aumentar la rapidez con que se mueven, llamada fuerza de fricción*”. Si un alumno sabe antes de leer el Texto A que la fuerza de fricción actúa en dirección opuesta a la velocidad provocando una disminución de la misma y relaciona con esto la nueva información, debería darse cuenta que se contradice con sus conocimientos previos.

Texto B: Criterio de coherencia interna

Buscamos indagar si el lector verifica la consistencia lógica entre las ideas del texto. El Texto B se refiere al fenómeno de convección del calor y en él hemos introducido una contradicción. En la tercera oración se afirma que hay “*una corriente ascendente de aire caliente*” y en la cuarta oración se menciona que “*el aire caliente... bajó...*”. Esperamos que los sujetos manifiesten haber hallado esta contradicción.

Texto C: Criterio de suficiencia informativa

En este caso presentamos el Texto C con falta de información para indagar si el lector verifica si contiene toda la información necesaria para cumplir el objetivo propuesto. En él proponemos una serie de pasos para la realización de una experiencia de laboratorio donde se omite indicar cómo se

mide el volumen de cuerpos de plastilina, lo cual no es un procedimiento obvio y requiere aclarar si el recipiente con agua, en el cual se introduce cada cuerpo, está graduado. Esperamos que los sujetos manifiesten haber detectado la omisión de este procedimiento.

Para las dos pruebas, cada estudiante recibió un cuadernillo de 3 páginas con los 3 textos, uno por página. El orden de presentación fue el mismo en todos los casos. Para la Prueba 1 solicitamos a los estudiantes que lean los textos, indiquen de qué se trata (para que redacten la idea general que le da unidad al mismo lo cual permite inferir el nivel de representación mental que han logrado construir) y que califiquen su comprensión de acuerdo a una escala de cuatro opciones. Además, debieron identificar cualquier dificultad subrayando las oraciones problemáticas o explicándolas. En ningún caso fueron explícitamente advertidos de la existencia de dificultades. En la Prueba 2 les presentamos a los estudiantes distintas actividades, a fin de conocer si detectaron los inconvenientes o no (evaluación de la comprensión) y qué acciones siguieron (regulación de la comprensión). En el caso del Texto A se les presenta una pregunta de opción múltiple que busca indagar si poseen el conocimiento previo necesario para detectar la dificultad. Para los textos B y C nos limitamos a indicarles la existencia de la dificultad. Para la realización de esta prueba no tienen los textos a la vista.

Los sujetos leyeron los textos y realizaron las actividades de la Prueba 1 en 40 minutos (tiempo promedio). En el caso de la Prueba 2 demoraron aproximadamente 10 minutos en responder.

Análisis de las estrategias utilizadas por los alumnos

Un análisis detallado de las respuestas nos permite inferir las acciones seguidas por los estudiantes para realizar las actividades de las Pruebas 1 y 2. Encontramos que no en todos los casos el uso de estos recursos ha sido estratégico porque no siempre les ha permitido un monitoreo adecuado de su comprensión, ya sea logrando una representación a nivel de base del texto o de modelo de la situación.

Analizaremos a continuación las estrategias que han utilizado los estudiantes de la muestra seleccionada a fin de realizar posteriormente una valoración de su capacidad de lectura comprensiva. En primer lugar, nos vamos a circunscribir a identificar las estrategias aplicadas para la construcción de la base del texto, mencionando algunos ejemplos que consideramos significativos:

- *Estrategias léxicas:* algunos lectores tuvieron dificultad con el significado de la palabra "vacío". Para el Texto A, I-21 indica "no se entiende qué es vacío" y III-6 afirma "el vacío: me tendrían que explicar a qué denominan vacío".

- *Estrategias proposicionales*: al relacionar las palabras en cada oración también surgieron dificultades. I-20 indica para el texto C "No entiendo lo que quiere decir cuando pide: completa la tabla indicando el peso y el volumen".
- *Estrategias microestructurales*: en el Texto A algunos estudiantes tuvieron dificultad para comprender el movimiento vertical ascendente de los cuerpos lanzados hacia arriba. De la lectura de la primera y segunda oración surge que la aceleración de la gravedad se dirige hacia el centro de la Tierra. En la tercera oración el texto expresa "Esto significa que los cuerpos que son lanzados en el vacío hacia arriba se van frenando a medida que ascienden". Algunos lectores tuvieron dificultad para entender que el sentido del movimiento no siempre coincide con el sentido de la aceleración, demostrando no tener los conocimientos previos necesarios. De las fallas, al relacionar estas ideas, surgen algunas respuestas como: "no se entiende qué es va hacia arriba" I-21. En el Texto B, el lector que advierte la existencia de la contradicción es el que ha logrado detectar fallas en los referentes de dos oraciones sucesivas. Algunos lectores aplican estrategias microestructurales que les permiten monitorear su comprensión, ya sea notando el problema como II-4 que afirma "Yo marqué que el texto se entendía con dificultad y a la hora de marcar marqué esa parte porque no la entendía" o detectando y reparando como III-2 que indica "Se equivocó, debió escribir que subió". Sin embargo, muchos sujetos fallan en este proceso. En ciertos casos no se dan cuenta de la dificultad y en otros ponen en marcha mecanismos inferenciales de los que nos ocuparemos más adelante.
- *Estrategias macroestructurales*: cuando los lectores debieron explicar de qué se trata el texto, correspondía que jerarquizaran la información, tomaran decisiones sobre qué omitir o eliminar, cómo condensar y reformular lo que debía quedar por ser semánticamente importante (Lacon et al, 2002). Si bien algunos lectores lograron producciones coherentes que reflejan la estructura global del significado del texto, en otros casos detectamos fallas en este nivel. Podemos citar producciones que no representan el contenido del texto como la que escribió II-13 para el Texto A: "Se trata de los distintos tipos de cuerpos, cómo se comportan frente a distintos fenómenos y por qué cada uno de estos cuerpos se acelera o se frena y cómo se llaman sus fuerzas. También por qué algunos cuerpos caen con más fuerza y otros se van frenando". En otros casos las dificultades estratégicas se relacionan con la inadecuada aplicación de una estrategia de copia-supresión que da como resultado una producción incoherente como la de III-6 que expresa para el Texto B: "El texto se trata del cambio de temperatura.

Explica cómo se produce el aumento de temperatura, como desciende y como se renueva el ciclo".

- *Estrategias superestructurales:* en el Texto C muchos lectores reconocen las características de un texto instructivo a manera de "receta", lo que los ayuda a procesarlo en forma más eficaz y contribuye a la detección de la falta de información. Dentro de las instrucciones en este tipo de textos se espera encontrar los pasos a seguir con los elementos, ya sea para construir, usar o realizar una determinada actividad (Castro y Puiatti, 2002). Algunos sujetos reconocieron en el Texto C un texto instructivo que indica los pasos para calcular el peso específico de una sustancia, como III-3 que afirma "*El texto trata de introducir a partir de una experiencia el concepto de peso específico*". En cambio otros se limitan a indicar que se trata de "*de unos pasos a seguir para elaborar la experiencia de laboratorio*" (I-6) o "*de una receta de laboratorio que da pasos a seguir*" (I-12).

A continuación, mencionaremos algunas de las estrategias aplicadas para la construcción del modelo de la situación. Algunos ejemplos identificados en las pruebas de los alumnos para cada uno de los modelos contextuales son:

- *Modelo de la interacción comunicativa:*
 - ¿Quién lee?, ¿para qué lee?: las estrategias aplicadas dependen de

las características del lector y de sus metas. Así, un alumno del Profesorado (al que podemos caracterizar como lector experto por sus respuestas a las distintas actividades y por haberse dado cuenta y señalado las dificultades de los textos) asume una postura que critica la finalidad didáctica del Texto A situándose desde la perspectiva del alumno y afirmando que "*El texto tiene demasiados conceptos juntos (F, g, P, etc.). Es confuso y contradictorio, habla de la gravedad hacia abajo y da el ejemplo con cuerpos lanzados hacia arriba. El texto también falta a la verdad porque dice que la fuerza de rozamiento hace aumentar la rapidez (velocidad).* (III-4)"

- ¿Qué texto?: II-2 al encontrarse con un texto corto transcrito en un cuadernillo y fuera de un contexto marco que podría ser un libro, aunque nota la dificultad del Texto C, indica "*Me di cuenta pero no le di importancia porque consideré que como es un texto suelto ya se supone que se sabe cómo se hace*". En este caso influyó la forma de presentación del texto y aunque el sujeto nota que faltan las indicaciones para medir el volumen no lo indica porque asume que es algo que ya debe saberse.
- ¿Cómo se siente al leer?: a menudo la disposición del lector obstaculiza la comprensión. II-1 indica "*No le*

presté atención. Estaba un poco distraída. No me concentré lo suficiente al leerlo y además no comprendí mucho el texto."

- ¿Qué actitud tiene frente a lo que lee?: notamos en este aspecto diferentes actitudes frente a las dificultades. Por un lado, se minimiza la importancia de la misma ("*Me di cuenta pero no lo marqué porque no creí que era importante*" I-14) y por otro lado no se anima a discrepar con la palabra escrita a la cual se le asigna un alta autoridad epistémica ("*No lo marqué porque no estaba segura de que la afirmación del texto fuera incorrecta, aunque yo pensaba que así lo era*"- III-11).
- **Modelo enciclopédico:** nos interesa en este aspecto indagar sobre las representaciones del mundo que los lectores recuperan en su memoria de trabajo a partir de la lectura.
 - ¿Acerca de qué es el texto?: el conocimiento del tema que tenga el lector puede influir favoreciendo u obstaculizando la comprensión. Cuando el lector en el Texto B considera que ya sabe el tema y decide no prestar atención al texto, ignora parte de la información y no detecta la dificultad: "*No lo marqué porque lo vimos el año pasado y no me pareció una dificultad*" (II-2). En otros casos la información se pasa por alto porque el lector considera que comprende el contenido del

texto (referido en este caso a la dificultad) y decide centrarse en otros aspectos que requieran mayor esfuerzo cognitivo "*Yo ya sabía que el aire caliente sube y el frío baja, entonces cuando lo lei, iba afirmando, y, a la vez tratando de entender algunas palabras, tal vez en esa parte "aire caliente que bajó" no me di cuenta porque ya había entendido todo lo anterior*" (II-3).

- ¿Cómo se relacionan en el mundo real los referentes extralingüísticos de los hechos que se mencionan en el texto? A veces se aplican estrategias con este objetivo en forma explícita como II-20 que indica que para comprender busca relaciones con sus conocimientos previos sobre el tema "*Cuando yo no entiendo algo trato de buscarle relación al tema, a veces me doy cuenta donde está el error pero generalmente no*". Otras veces, aunque no aparece explícitamente indicado en las respuestas se infiere que el lector ha relacionado la nueva información con referentes extralingüísticos de la vida real o de su experiencia escolar anterior. En esta categoría mencionamos a modo de ejemplo aquellos lectores que indican que el tema ya lo estudiaron anteriormente. Podemos distinguir:
 - Relación adecuada con su conocimiento del mundo: III-4 justifica la

detección de la contradicción y su rechazo del Texto A afirmando en la Prueba 2 "*Sí, de hecho este fenómeno se utiliza en el paracaídas*".

- Relación inadecuada con su conocimiento del mundo: I-10 trata de relacionar el Texto B con su conocimiento del mundo y no encuentra referentes adecuados: "*Porque no puedo explicar bien de qué puede producir el aire caliente y el frío*". Otra situación que se encuadra en esta categoría es I-5 que encuentra referentes para las ideas del Texto A, pero no corresponden a la situación física que plantea el mismo "*trata de la gravedad de la tierra y la gravedad que hay en el espacio, porque en el espacio un cuerpo flota y en la Tierra no*".
- ¿Qué fragmentos de representaciones del mundo denota? En esta categoría ejemplificamos sólo para sujetos que relacionan con conocimientos anteriores inadecuados, lo cual dificulta la construcción del modelo de la situación. II-10 al indicar de qué se trata el Texto A expresa "*Yo tengo entendido que cuando un objeto es lanzado en el vacío, cae a una velocidad constante, es decir que no se frena ni aumenta su velocidad*", manifestando considerar que los objetos caen con movimiento rectilíneo

uniforme. Otra dificultad asociada con este texto es que no distinguen entre fuerza de arrastre y velocidad relativa como III-2 quien indica que la idea "*no es clara porque si se desliza en el aire ($F=ma$) si corre viento ayuda a aumentar la velocidad (+a) pero si se desliza en sentido contrario entonces (-a) y la fuerza de rozamiento se opone al movimiento*". Por otra parte, II-18 pensó que el peso de la plastilina varía al introducirla en agua afirmando que el Texto C se trata de "*de una experiencia sobre el volumen y el peso de la plastilina antes y después de ser introducidas en el agua*".

- *Modelo discursivo*: un lector experto (III-4) indica para el Texto A que "*Un alumno no entendería nada... Es confuso y contradictorio...*". Pone en evidencia en su respuesta cómo es el texto desde el punto de vista retórico, mostrando las dificultades que nota para la comprensión por parte de los estudiantes.

Discusión

A partir de las respuestas podemos afirmar que las dificultades estratégicas pueden afectar la comprensión en diferentes niveles. Fracasan al comprender un texto tanto los lectores que no son capaces de aplicar estrategias para la construcción de la base del texto como aquellos que apliquen estrategias específicas del modelo de la situación en forma inadecuada.

Hemos podido detectar, de acuerdo a los objetivos de este trabajo, que las habilidades de los lectores para evaluar y regular su comprensión mejoran con la formación y por lo tanto con la edad. Esto corrobora lo expresado por Baker (1994) quien afirma que los lectores mayores y mejores construyen en forma más adecuada la representación mental de las ideas del texto, es decir, crean mejores modelos de la situación.

Para una exposición detallada, atendiendo a los objetivos de esta investigación, presentamos las conclusiones generales enfocadas desde dos aspectos:

1. *Criterios de evaluación de la comprensión*

En relación con los criterios de evaluación seleccionados (coherencia externa, coherencia interna y suficiencia informativa), encontramos niveles de dificultad similares para los diferentes textos. Podemos destacar algunas reflexiones referidas a éstos:

1a. Coherencia externa: Comprobamos que los sujetos, en un intento de construir un modelo de la situación que trata cada texto, formulan relaciones entre sus conocimientos previos y las ideas del texto. El aprendizaje exige del estudiante la relación y la confrontación entre lo que ya sabe y el contenido que se enseña. Hemos obtenido indicios suficientes como para pensar

que la vinculación con el conocimiento previo no se da espontáneamente, en especial con los alumnos de menor edad. En algunos casos hemos comprobado que los sujetos no relacionan la información del texto con sus conocimientos previos porque consideran que ya saben esos contenidos y no utilizan el proceso de reflexión. Esto constituye un riesgo que llevaría a los alumnos a no cuestionarse sobre los conceptos para poder establecer relaciones más complejas entre ellos. El modo de inducir estos procesos sería a través de estrategias que favorezcan las relaciones entre los contenidos. Por lo tanto, es indispensable que el docente en el aula promueva actividades donde los estudiantes expresen en forma explícita las ideas previas y a la vez las confronten con el conocimiento científico. Esto podría hacerse a través de la redacción de la idea principal, la colocación de un título al texto, la formulación de preguntas por parte de los alumnos, entre otras (Macías *et al.*, 2001; Maturano *et al.*, 2002).

1b. Coherencia interna: Muchos estudiantes son conscientes de las dificultades que presentan los textos a nivel de coherencia, según manifiestan en la Prueba 2, pero no se animan a discrepar con la palabra escrita, aunque no estén de acuerdo con ésta. Este prejuicio relacionado con la autoridad epistémica de la fuente debería ser desterrado para desarrollar el espíritu crítico y promover

un aprendizaje significativo (Macías *et al.*, 2001). Campanario (2003) aconseja aprovechar los errores y las imprecisiones de los libros de texto para enseñar ciencia, lo cual puede hacerse con diferentes actividades para lograr distintos objetivos educativos.

1c. Suficiencia informativa: En general los estudiantes no identifican como una dificultad la falta de información que les impide alcanzar el objetivo de la lectura. Como consecuencia, las acciones reparadoras son limitadas. Una buena tarea es acostumbrar a los estudiantes a que sepan detectar cuándo es insuficiente la información de un texto y cómo subsanar este inconveniente, lo que pueden hacer de diversas formas: buscando información en otros textos, solicitando la ayuda del docente, entre otras.

2. Estrategias lectoras

Con referencia a las estrategias utilizadas, no detectamos una aplicación reflexiva de las mismas en todos los estudiantes. Esto podría atribuirse a que, como se aprenden en las clases de Lengua, a los estudiantes se les hace difícil adaptarlas a un contexto diferente. Es necesario promover la enseñanza de variadas estrategias de comprensión lectora en las clases de Ciencias y con textos científicos. Consideramos que un manejo adecuado de las mismas debería incluir razones sobre su uso diferencial. En el caso específico de las estrategias de monitoreo de la comprensión (estrategias

metacognitivas) notamos falta de dominio tanto en la evaluación como en la regulación de su propia comprensión. Esperábamos que los lectores de la muestra manifestaran su rechazo al texto cuando la coherencia no es aceptable. Notamos que estudiantes de todas las edades toleran representaciones de niveles muy bajos de coherencia sin que identifiquen tener un problema de comprensión. A veces, el problema para expresar lo que no se entiende se debe a que no discernen claramente cuál es su propia dificultad en la comprensión. Una forma de superar este inconveniente es alentar a los sujetos a trabajar estratégicamente y a que manifiesten en forma explícita las dificultades. Para esto, el docente debe diseñar estrategias didácticas que ayuden a expresar lo que no se comprende o lo que no se sabe como un paso hacia el conocimiento (Otero, 1992). Para concluir, podemos decir que los lectores de nuestra experiencia han manifestado problemas para monitorear su propia comprensión mientras leen. Comparando los resultados obtenidos con las acciones esperadas para un lector experto, podemos afirmar que son pocos los que al leer un texto científico con dificultades detectan y reconsideran la información problemática. Una solución a este problema puede provenir del aprendizaje de estrategias lectoras como uno de los contenidos procedimentales a trabajar en el aula de Ciencias.

Referencias bibliográficas

- BAKER L. (1994). Metacognición, lectura y educación científica, en Minnick Santa C. y Alvermann, D.E. (compiladores) *Una didáctica de las ciencias, procesos y aplicaciones*, Buenos Aires: Aique.
- BROWN, A. L.; ARMBRUSTER, B. y BAKER, L. (1986) *The Role of Metacognition in Reading and Studying*, Reading Comprehension: From research to practice. J. Ora (ed.), Hillsdale, N.Y.: LEA.
- CAMPANARIO, J. M. (2003). De la necesidad, virtud: cómo aprovechar los errores y las imprecisiones de los libros de texto para enseñar física. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 21 (1) pp.161-172.
- CASTRO, E. y PUIATTI, H. (2000) *Estrategias superestructurales o esquemáticas*. En Comp. de Cubo de Severino, L. et al. *Leo, pero no comprendo*. Ed. Ex-Libris.
- CUBO DE SEVERINO, L. (2000) *¿Cómo comprendemos un texto escrito?* En Comp. de Cubo de Severino, L. et al. *Leo, pero no comprendo*. Ed. Ex-Libris.
- ELOSUA DE JUAN, M. R. (2000). *Procesos de la comprensión, memoria y aprendizaje de textos*. Madrid: Editorial Sanz y Torres.
- GARCÍA MADRUGA, J. A., ELOSÚA M. R., GUTIÉRREZ, F., LUQUE J. L. Y GÁRATE M. (1999). *Comprensión lectora y memoria operativa. Aspectos evolutivos e instruccionales*. España: Ediciones Paidós.
- GRAESSER A. C. y MCMAHEN, C. L. (1993). Anomalous Information Triggers Questions When Adults Solve Quantitative Problems and Comprehend Stories. *Journal of Educational Psychology*. Vol. 85, N° 1, 136-151.
- KINTSCH, W. (1998). *Comprehension: A paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LACON, G.; MÜLLER, G. Y PRESTINONI, C. (2000) *Estrategias macroestructurales o de coherencia global*. En Comp. de Cubo de Severino, L. et al. *Leo, pero no comprendo*. Ed. Ex-Libris.
- LEÓN, J. A. Y SLINKO, J. (2000). *La dificultad comprensiva de los textos de Ciencias. Nuevas alternativas para un viejo problema educativo*. *Psicología Educativa*, vol. 6, n° 1, pp. 7-26.
- MACÍAS, A.; CASTRO, J. I. Y MATURANO, C. (1999). Estudio de algunas variables que afectan la comprensión de textos de Física. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 17 (3) pp. 431-440.
- MACÍAS, A.; MANGANIELLO, M.; MATURANO, C.; SOLIVERES, M. Y MENIKHEIM, M. (2001). Una experiencia en comprensión de textos científicos por los alumnos universitarios en dos universidades. *Memorias del VI Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias: Retos de la enseñanza de las ciencias en el siglo XX*. Barcelona (España).
- MATURANO, C.; SOLIVERES, M. A. Y MACÍAS, A. (2002). Estrategias cognitivas y metacognitivas en la comprensión de un texto de Ciencias. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 20(3) pp. 415-425.
- MAURY, P.; PÉREZ, O. Y LEÓN, J. A. (2002). Predictive Inferences in Scientific and Technological Contexts en OTERO, J.; LEÓN, J.A. y GRAESSER A (eds.). *The Psychology of Science Text Comprehension*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

- OTERO, J. C. (1992). El aprendizaje receptivo de las Ciencias: preconcepciones, estrategias cognitivas y estrategias metacognitivas, *Tarbiya*, Nº 1-2, pp. 57-65.
- OTERO, J. C. (1998). Influence of Knowledge Activation and Context on Comprehension Monitoring of Science Texts, in Hacker, D.J.; Dunlosky, J. y Graesser, A.C. *Metacognition in Educational Theory and Practice*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, publishers.
- OTERO, J. y CAMPANARIO J. M. (1990). Comprehension evaluation and regulation in learning from science texts, *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 27, 5, pp. 447-460.
- OTERO, J., KINTSCH, W. (1992) Failures to detect contradictions in a text: what readers believe vs. what they read. *Psychological Science*, 3, 229-235.
- VAN DIJK, T. A. Y KINTSCH, W. (1983), *Strategies of Discourse comprehension*, New York: Academic Press.

Agradecimiento

A la Universidad Nacional de San Juan (Argentina) que avala y subsidia las investigaciones realizadas.

Anexo

Texto A

Los cuerpos que se encuentran cerca de la superficie terrestre experimentan una fuerza de atracción que les imprime una aceleración, llamada aceleración de la gravedad. Su dirección es hacia el centro de la Tierra. Esto significa que los cuerpos que son lanzados en el vacío hacia arriba se van frenando a medida que ascienden. Por otra parte, los cuerpos que caen, también en el vacío, van aumentando su velocidad a medida que descienden. Cuando los cuerpos se desplazan en un medio material, como el aire, experimentan una fuerza que les hace aumentar la rapidez con que se mueven, llamada fuerza de fricción.

Texto B

Si ubicamos las manos a cierta altura por encima de una superficie caliente, rápidamente sentiremos un aumento de temperatura. El aire, al calentarse, se dilata y se vuelve menos denso que el aire frío. Entonces se produce una corriente ascendente de aire caliente y,

paralelamente a ésta, se generan corrientes descendentes de aire frío. Así, el aire frío reemplaza al aire caliente que bajó y se renueva el ciclo. Este mecanismo de propagación del calor se denomina convección natural e implica el transporte de energía.

Texto C

Experiencia de laboratorio: Toma dos o tres trozos de plastilina de diversos tamaños. Péosalos en una balanza. Luego, sujeta cada trozo con un hilo e introdúcelo en un recipiente con agua. Completa una tabla indicando el peso y el volumen para cada trozo. Después calcula el cociente PESO/VOLUMEN en cada caso. Compara los resultados y anota las conclusiones.

Resumen

En este trabajo analizamos las estrategias utilizadas por estudiantes de distintas edades al enfrentarse a textos con dificultades. Para esto les presentamos tres textos que deberían generar fallas en la comprensión en lo referido a: 1) coherencia externa, 2) coherencia interna y 3) suficiencia informativa. En el contexto de la teoría de van Dijk y Kintsch discutimos las respuestas en relación con las representaciones mentales que construyen los estudiantes de la muestra seleccionada a partir de la lectura de los textos. Analizamos las estrategias que han utilizado a fin de realizar una valoración de la capacidad de lectura comprensiva. Identificamos las estrategias aplicadas para la construcción de la base del texto y del modelo de la situación al procesar los textos con diferentes dificultades. Encontramos que, entre otras variables, la formación académica influye en el proceso de monitoreo de la comprensión.

Palabras clave: estrategias, comprensión, textos.

Abstract

In this work we analyze the strategies used by students of different ages when reading difficult texts. In order to do so, the students were asked to read three texts which should cause comprehension difficulties regarding: 1) external coherence, 2) internal coherence and 3) informative sufficiency. Within the context of van Dijk and Kintsch's theory, we analyze the answers in relation to the sample students' mental representations after reading the texts. We also examine the strategies used in order to assess the students'

reading comprehension ability. We identify the strategies applied to construct the text base and the situation model when processing the texts with different difficulties. We have found out that, among other variables, the academic level influences the reading comprehension monitoring process.

Key words: strategies, comprehension, texts.

Carla Maturano

Claudia Mazzitelli

Ascensión Macías

Ins. Investigaciones en Educación de la Ciencias Experimentales

Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes

Universidad Nacional de S. Juan

República Argentina

e-mail: cmatur@ffha.unsj.edu.ar

mazzitel@ffha.unsj.edu.ar

amacias@ffha.unsj.edu.ar

D O S S I E R

La educación estadística
en la Sociedad Española
de Investigación en Educación
Matemática (SEIEM)

Presentación

La investigación en el campo de la educación estadística está en estos momentos en pleno florecimiento. No podemos considerarlo, sin embargo, un campo de investigación consolidado, sino emergente y en el que apenas se están empezando a explorar sus múltiples perspectivas. Los intereses para la investigación educativa son amplios y diversos, lo que quedará ilustrado por el pequeño botón de muestra que constituyen los trabajos que presentamos a continuación. Todos ellos sintetizan resultados de amplios trabajos de investigación que han sido presentados como Tesis Doctorales por sus autores en distintas universidades españolas, Cádiz, Granada y Autónoma de Barcelona, respectivamente, y con los que han obtenido la máxima calificación.

El primero de ellos, 'La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO', se enmarca en la línea de investigación sobre formación de profesores y trata de analizar los modelos de intervención asociados a la planificación,

desarrollo y evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje del contenido "Tratamiento del azar" en la Educación Secundaria Obligatoria. Para ello, los autores comienzan analizando los libros de texto más usados en su entorno educativo partiendo de la hipótesis de que son éstos los que organizan, en gran medida, la labor docente del profesor de matemáticas en esta etapa educativa. Los autores aportan en su trabajo distintas caracterizaciones escolares de la probabilidad, tendencias en ellas así como los perfiles determinados sobre el contenido estudiado en los distintos libros de texto analizados'.

El segundo, 'Estudio teórico y experimental sobre el aprendizaje de conceptos y procedimientos inferenciales en secundaria' resume una investigación cuyo principal interés está centrado en desarrollar un marco teórico para la enseñanza de la inferencia estadística elemental que hemos llamado ERIE (acrónimo de Esquema de Razonamiento en Inferencia Estadística). Está basado en la taxonomía SOLO, un modelo teórico desarrollado en el campo de psicología evolutiva, y constituye

una aportación al conocimiento teórico en el campo de la Educación Estadística. El trabajo aporta el marco teórico ERIE, formulado y validado inicialmente en dos estudios empíricos, que pretende ser útil para caracterizar y evaluar el aprendizaje de la estadística inferencial en el nivel de secundaria.

El tercer artículo, 'Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado' aborda, como su mismo nombre indica, las actitudes y los conocimientos de estadística elemental que tienen los profesores de enseñanza primaria como factor evidentemente importante en la planificación de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en esta etapa. Los autores aportan en este trabajo una caracterización de los componentes de las actitudes y resumen los resultados obtenidos en esos distintos componentes en una muestra de futuros profesores de primaria. Determinan las variables que influyen en dichas actitudes y analizan su influencia en ellas.

El cuarto artículo sobre la Teoría de la Elaboración aplicada a la enseñanza de la estadística, se presenta como un ejemplo de las posibilidades que ofrece a las didácticas específicas esta importante teoría educativa que, como es sabido, se engloba englobada en un área de conocimiento: Diseño de Enseñanza, cuyo objetivo prioritario es ofrecer propuestas concretas para metodologías didácticas innovadoras.

Por último, el presente dossier se completa con un artículo que recoge la filosofía y los trabajos realizados, hasta la fecha, por el Grupo de Estadística, Probabilidad y Combinatoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Angustias Vallecillos Jiménez
*Grupo de Estadística, Probabilidad y
Combinatoria de la Sociedad Española de
Investigación en Educación Matemática
(SEIEM)*

Una década de investigaciones del grupo de estadística, probabilidad y combinatoria de la SEIEM¹

M^a Jesús Cañizares²
Antonio Estepa
Carmen Batanero
Angustias Vallecillos

1. Introducción

Uno de los objetivos fundacionales de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) es la promoción de las actividades de investigación entre sus miembros y los grupos de investigación han constituido la estructura organizativa de la sociedad a este respecto. El interés reciente por la enseñanza de la estadística ha sido impulsado por el crecimiento de sus aplicaciones y la difusión de los ordenadores que resuelven el problema del cálculo. Al facilitarse el uso de la estadística se ha incorporado, en forma generalizada, al currículo de la enseñanza primaria y secundaria y de las diferentes especialidades universitarias, debido a su carácter instrumental, y la importancia del

El Grupo de Investigación en Estadística, Probabilidad y Combinatoria se constituyó en el seno de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) en 1999, con la finalidad de fomentar la investigación en estas áreas matemáticas.

1. Una primera versión de este trabajo se presentó en el año 2000 en el IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Cañizares, Estepa y Batanero, 2000).

2. Nuestra querida amiga y compañera María Jesús Cañizares comenzó este trabajo con nosotros, después, una terrible enfermedad acabó con su vida. Valga este trabajo como un pequeño homenaje a su extraordinaria personalidad.

razonamiento estadístico en la sociedad de la información. Esta nueva situación de enseñanza ha hecho emerger una serie de problemas didácticos a los que la investigación trata de responder, desde la educación matemática, la psicología, y la propia estadística.

La investigación sobre la didáctica de la estadística es aún escasa, y no se conocen bien las principales dificultades de los alumnos en el aprendizaje de muchos conceptos importantes. Sería también preciso evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas, porque se contraponen a la cultura determinista de la clase de matemáticas, y por las controversias filosóficas, éticas y políticas implicadas en el uso e interpretación de la estadística.

En este artículo daremos a conocer el trabajo realizado por el Grupo de Estadística; Probabilidad y Combinatoria de la SEIEM en la década, aproximadamente, que lleva funcionando, situándolo dentro del panorama internacional de la investigación en educación estadística, con el fin de compartirlo con otros grupos de la sociedad y abrir la posibilidad de futuras colaboraciones con ellos. Para ello haremos una referencia inicial a la historia del grupo haciendo un breve recorrido por los orígenes y los componentes del grupo, los trabajos realizados y las líneas de investigación

abiertas en la actualidad. Incluimos una breve reseña de dichos trabajos para ilustrar los diversos campos abordados que abarcan desde la evaluación del razonamiento probabilístico hasta la formación específica de los profesores en este campo. Haremos un breve recorrido por las actividades más relevantes desarrolladas por los miembros del grupo en los ámbitos nacional e internacional. Finalmente las referencias proporcionan una información resumida y actualizada de los principales trabajos realizados y publicados por los miembros del grupo en la década de funcionamiento que lleva desde su estructuración hasta el momento presente.

Por último queremos tener un cariñoso recuerdo y agradecer especialmente la contribución de nuestra compañera M^a Jesús, que participó en la redacción de una primera versión de este trabajo y que, desafortunadamente, ya no está entre nosotros. Su trabajo e ilusión fueron una constante motivación para la emergencia del grupo.

2. Orígenes y componentes del grupo

El grupo de Estadística, Probabilidad y Combinatoria se creó formalmente en la misma sesión de constitución de la SEIEM el 12 de marzo de 1996, aunque muchos de sus miembros actuales trabajaban ya en esta línea de investigación con anterioridad y otros se han ido incorporando

posteriormente. En 1985 se estableció un grupo sobre el tema en Jaén, que se trasladó posteriormente a Granada y que se consolidó con el primer Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática organizado en el año 1988 en esta universidad. En otras Universidades como Cádiz, La Laguna, Autónoma de Madrid o Murcia también trabajaban en el tema personas aisladas o pequeños grupos anteriormente.

La primera coordinadora del Grupo de Estadística, Probabilidad y Combinatoria formalmente constituido en la SEIEM fue Carmen Batanero de la Universidad de Granada, de 1996 a 1997 (Boletín n.º 2 de la SEIEM). En este año se hizo cargo de dicha coordinación Antonio Estepa de la Universidad de Jaén, que la estuvo ejerciendo hasta el Simposio de Almería de 2001, donde Angustias Vallecillos asumió tal responsabilidad hasta 2005 (Boletín n.º 11 de la SEIEM). A partir de 2006 se hará cargo de ella Juan Jesús Ortiz de la Universidad de Granada.

Los componentes españoles del grupo son César Sáenz (Universidad Autónoma de Madrid, cesar.saenz@uam.es), Pilar Azcárate (Universidad de Cádiz, pilar.azcarate@uca.es), Carmen Batanero (batanero@ugr.es), José María Cardeñoso (josem@ugr.es), Carmen Díaz (mediaz@ugr.es), Juan D. Godino (jgodino@ugr.es), Virginia Navarro-Pelayo, Juan Jesús Ortiz (jortiz@ugr.es), Luis Serrano (lserrano@ugr.es), Rafael Roa

(rroa@ugr.es) y Angustias Vallecillos (avalleci@ugr.es) (Universidad de Granada), Antonio Estepa (aestepa@ujaen.es) y Francisco T. Sánchez-Cobo (fsanchez@ujaen.es) (Universidad de Jaén), Candelaria Espinel (Universidad de La Laguna, mespinel@ull.es) y Andrés Nortes (Universidad de Murcia, anortes@fcu.um.es), Carmen Capilla (ccapilla@eio.upv.es), Belén Cobo (belenc@teleline.es), Antonio Moreno (antoniomore@wanadoo.es), Assumpta Estrada (Universidad de Lérida, aestrada@matematica.udl.es), Sandra Gallardo (sandrdrag@ugr.es), Juan Ortega Moya (JOMOYA@telefonica.net). También participan miembros de otros países, Carolina Carvahlo (pgcm@clix.pt), Paula Barros (pbarros@ipb.pt), Rui Pimenta (ruipimenta@www.estsp.pt) y José Antonio da Silva (jfernandes@jep.uminho.pt) de Portugal, Eusebio Olivo (Eusebio.olivo@itesm.mx) y Blanca Ruiz (bruiz@itesm.mx) de México, M^a Inés Rodríguez (mrodriguez@exa.unrc.edu.ar) de Argentina, Hugo Alvarado (halvarado@ucsc.cl) de Chile y Mustapha El Bouhtoury (melbot@caramail.com) de Marruecos.

El grupo se ha venido reuniendo regularmente en los Simposios de la SEIEM, desde el de Zamora en 1997 hasta este último año 2005 en Córdoba. Ocasionalmente se han organizado también algunos encuentros parciales del grupo en Granada y Jaén, con ocasión de los cursos de doctorado o de la presencia de profesores visitantes.

3. Líneas de investigación

Los trabajos desarrollados hasta la fecha pueden clasificarse en las siguientes líneas de investigación:

3.1. Evaluación del razonamiento probabilístico

Mientras que hasta hace unos años, la enseñanza de la probabilidad se iniciaba a los 14-15 años, enfatizando el cálculo combinatorio, los currículos actuales adelantan la materia al comienzo de la educación secundaria obligatoria e incluso a la enseñanza primaria. Sugieren, utilizar actividades donde el estudiante haga predicciones sobre los diferentes resultados en experimentos aleatorios sencillos, luego obtenga datos empíricos, y finalmente compare las probabilidades experimentales con sus predicciones. Este cambio requiere una labor de evaluación de las capacidades de los alumnos, como las llevadas a cabo sobre los siguientes conceptos: aleatoriedad (Serrano, 1996; Batanero, Serrano y Green, 1998; Batanero y Serrano, 1999); comparación de probabilidades (Cantero, 1998; Cañizares, 1997; Cañizares y cols., 1997), noción de juego equitativo (Cañizares y cols., 1999), concepción frecuencial de la probabilidad y probabilidad condicional (Díaz, 2004; 2005; Díaz y de la Fuente, 2005; 2006 a y b) y variable aleatoria (Ruiz, 2004). Sáenz (1995; 1998) realiza un experimento de enseñanza que tiene en cuenta las concepciones previas de los estudiantes

para potenciar un cambio conceptual. Trabajos de síntesis incluyen los de Batanero, Henry y Parzysz (2005) y Batanero y Sánchez (2005).

3.2. Razonamiento combinatorio

Las operaciones combinatorias pueden definirse, mediante experimentos aleatorios (extracción con o sin reemplazamiento, ordenada o no ordenada) y recíprocamente la enumeración del espacio muestral de todo experimento compuesto requiere la resolución de un problema combinatorio. Piaget sostiene que la comprensión del azar pasa por el de las operaciones combinatorias, que son un componente fundamental de pensamiento formal. Esto nos ha llevado a evaluar el razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria (Navarro-Pelayo, 1994; Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo, 1994; Batanero, Navarro-Pelayo y Godino, 1997) y universitarios (Roa y cols., 1996; Roa, 2000; Godino, Batanero y Roa, 2005).

3.3. Análisis exploratorio de datos

El análisis exploratorio de datos se introduce en los nuevos currículos desde la enseñanza secundaria. Pero este tipo de análisis se basa en los estadísticos de orden que no siempre son bien comprendidos por los alumnos (Cobo, 1998). La percepción que tienen los estudiantes del máximo, mínimo, primer y tercer cuartil es estudiada Ortega y Estepa (2005),

donde se concluye que los estudiantes tienen dificultades de muy diversos tipos. Belén Cobo (2003) estudia el significado que los alumnos de secundaria atribuyen a los promedios, en relación a los campos de problemas, procedimientos de resolución, representaciones utilizadas, propiedades asignadas y modos de argumentación.

Los conceptos estadísticos como la media, primeras representaciones gráficas, etc., aparentemente sencillos, presentan dificultades variadas a los estudiantes (Batanero, Godino, Green, Holmes, y Vallecillos, 1994). Un tema extensamente investigado por miembros del grupo es la comprensión de la asociación estadística (Estepa, 1993; Batanero, Estepa, Godino, y Green, 1996; Estepa y Batanero, 1996; Estepa, Batanero y Sánchez, 1999a; Estepa y Sánchez, 2001a y b; Estepa, 2004) y su evolución tras la enseñanza, tanto en cursos tradicionales (Sánchez, 1999); como en los basados en el uso de ordenadores (Batanero, Estepa, y Godino, 1997; 1998). Pimenta (2005, 2006) analiza el uso de la estadística dentro de los proyectos llevados a cabo por estudiantes universitarios.

También se han realizado trabajos sobre el significado que los alumnos universitarios dan a la correlación y regresión, encontrándose sesgos, carencias y dificultades (Sánchez, 1999; Estepa, Batanero y Sánchez, 1999b; Estepa y Sánchez, 2001a, 2001b, 2003).

3.4. El paso del análisis de datos a la inferencia

Uno de los problemas principales en un curso introductorio de estadística es hacer la transición del análisis de datos a la inferencia, debido a la escasez del tiempo disponible y a los conocimientos previos. En la investigación de Tauber (2001; Batanero, Tauber y Sánchez, 2001; 2004; Tauber, Sánchez y Batanero, 2005) se diseña y evalúa una secuencia de enseñanza de la distribución normal, en un curso de análisis de datos basado en ordenadores, dirigido a estudiantes universitarios que no hayan estudiado estadística durante la educación secundaria.

3.5. Inferencia estadística

La estadística es una de las ciencias metodológicas fundamentales y base del método científico experimental. Pero la investigación didáctica ha puesto de manifiesto dificultades y errores en su aplicación, hasta el punto que algunas sociedades profesionales aconsejan prescindir del contraste de hipótesis y otros procedimientos estadísticos debido a la cantidad de errores de uso o de interpretación de resultados en sus aplicaciones. Esta temática es recogida por Vallecillos (Vallecillos, 1994; 1995a y b; 1996; 1997; Vallecillos y Batanero, 1997) y Batanero (2000). La *"educación estadística y la controversia sobre los tests de hipótesis"* fue el tema de una sesión en la 52 Reunión del ISI, 1999, donde Angustias

Vallecillos presentó un trabajo invitado (Vallecillos, 1999) y en el 2000 se celebró la *IASE Round Table Conference* sobre la formación de investigadores en el uso de la estadística en Tokio, organizada por Carmen Batanero.

Las últimas reformas curriculares en España han introducido algunos elementos básicos de estadística inferencial en los currículos para la enseñanza primaria y secundaria. Antonio Moreno ha trabajado sobre enseñanza y aprendizaje de la estadística inferencial en el nivel de secundaria y recoge diversos aspectos sobre análisis curricular, investigaciones y experiencias de enseñanza sobre el tema y la descripción de una actividad llevada a cabo por el autor en clase con el fin de estudiar también el aprendizaje de conceptos inferenciales por alumnos de este nivel de enseñanza en Moreno (2000). En Moreno (2003) se aborda la formulación y validación inicial de un marco teórico para la enseñanza y la evaluación de la inferencia estadística elemental.

Sobre el aprendizaje de los contenidos estadísticos en estos niveles de enseñanza se han producidos algunos trabajos como Moreno y Vallecillos (2001; 2002). La necesidad de abordar el establecimiento de marcos teóricos para estos trabajos se ha abordado en Vallecillos y Moreno (2002; 2003a; 2003b, 2005a; 2005b).

Respecto a la enseñanza universitaria se investiga en este momento sobre el Teorema

Central del Límite (Alvarado, 2004; Alvarado y Batanero, 2005), e intervalos de confianza (trabajo iniciado por Eusebio Olivo).

3.6. Formación y concepciones de los profesores

La formación de los profesores en este ámbito es prácticamente inexistente. En los últimos años se viene impartiendo una asignatura de didáctica de la estadística en la Licenciatura en Ciencias y Técnicas Estadísticas de la Universidad de Granada. Los alumnos de la Licenciatura de Matemáticas no tienen una formación específica en didáctica de la estadística, y la mayoría de profesores de primaria, no ha tenido una formación básica ni siquiera en estadística. El estudio de las concepciones de los profesores de educación primaria sobre aleatoriedad y probabilidad es abordado por Azcárate (1995; 1996), Azcárate y Cardeñoso (1995) y Cardeñoso (1998). La formación de profesores en el campo de la probabilidad es abordado por Batanero, Godino y Roa (2004); Batanero, Biehler, Ebgel, Maxara y Vogel (2005).

Las actitudes hacia la estadística y sus conocimientos sobre estadística elemental necesarios para su trabajo en el aula de los futuros profesores de primaria se abordan en Estrada (2002). También se refieren a este tema Estrada; Batanero y Fortuny (2003; 2004a; 2004b) y Estrada, Batanero, Fortuny y Díaz (2005).

A las dificultades de los profesores con la estocástica en las aulas se refieren los trabajos de Barros (2004), Barros y Fernandes (2001; 2003) y Fernandes y Barros (2005a; 2005b).

La intervención en el aula como parte de la práctica profesional de los profesores del área puede estar influida, además de por las concepciones de los propios profesores, por otras muchas variables. Serradó (2003) lleva a cabo un estudio de casos sobre la implementación y desarrollo de la práctica de los profesores acerca del conocimiento estocástico, tomando como punto de partida los resultados de Serradó (2000) sobre la estructura didáctica y metodológica junto con el análisis de la tipología de conocimientos estocásticos propuestos por las editoriales seleccionadas.

3.7. Análisis de libros de texto y el currículo

Los libros de texto son un material didáctico fundamental (Azcarate, Serradó y Cardeñoso, 2004a), aunque en ocasiones transmiten significados incompletos o sesgados de los conceptos que tratan de enseñar y el análisis de los libros de texto puede ayudarnos a detectar estos desajustes (Azcarate, Serradó y Cardeñoso, 2004b). Esta problemática es abordada por (Ortiz, 1999; Ortiz y cols., 1996; 2000), Sánchez (1999) y Serradó (2000; 2003). Se han realizado estudios epistemológicos sobre la dispersión y sus medidas en libros universitarios y de

Educación Secundaria, donde se han caracterizado los tópicos bajo estudio y detectado algunas carencias (Estepa y Ortega, 2006a, 2006b; Ortega y Estepa, 2006) y sobre libros de texto de Bachillerato (Estepa y Sánchez, 1998) (Azcarate y Cardeñoso, 1996) y (Cardeñoso y Azcarate, 1995) analizan el componente estocástico de los proyectos y materiales curriculares y Serradó y Azcarate (2003) analizan la estructura de las unidades dedicadas al 'Tratamiento del azar' en Educación Secundaria Obligatoria.

También se han realizado trabajos sobre el desarrollo de la educación Estadística en el área Iberoamericana (Estepa, 2002, 2003).

Como complemento a esta información y a modo de resumen de los trabajos más importantes desarrollados incluimos en un Anexo las Tesis Doctorales elaboradas o dirigidas por miembros del grupo de investigación.

4. Actividades realizadas

A lo largo de estos años los miembros del grupo han realizado también otras muchas actividades relacionadas con la investigación en el campo como son la organización y participación en Congresos especializados, el desarrollo de proyectos de investigación o actuaciones como 'referee' para importantes revistas del área, que resumimos a continuación.

4.1. Organización y participación en Congresos

Hay una tradición de participación en Congresos Internacionales, destacando ICOTS 1994, 1998, 2002 y 2006, PME de 1990 a 1999, ICME 1992 1996, 2004 I, II y V CIBEM, Sesiones del ISI de 1997 a 2005, Round Table Conference de IASE 1996, 2000, International Conference on Teaching in Mathematics celebrados en Samos, Grecia, en 1998, International Conference on 'Mathematics for Living', celebrado este mismo año en Amman, CERME 3 de 2003, 2005, SEIO 2003 2004, 2005, ICMI Study 15th y CEAM 2004.

También se ha colaborado en la organización de algunos de los congresos citados como, por ejemplo, la Round Table de IASE que se celebró en Granada en 1996 o el ICOTS que se celebrará en Brasil el Julio de 2006. El grupo ha venido participando regularmente también en la organización de las Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas Thales que se celebran anualmente en Granada, las Jornadas Andaluzas de Educación Matemática, JAEM, Simposios de la SEIEM y conferencias de estadística españolas e internacionales.

Miembros del grupo han sido invitados a pronunciar conferencias en diversos congresos como ICOTS de 1994 celebrado en Marrakech, 1ª Conferencia de Matemáticas y Computación celebrada en Santiago de Cuba o el Congreso de la Sociedad Argentina

de Estadística de 2005 celebrado en Córdoba, Argentina.

4.2. Participación en Proyectos de Investigación nacionales e internacionales

Muchos miembros del Grupo han participado en proyectos financiados por el Programa de Promoción General del Conocimiento (DGICYT), Acciones integradas Hispano-Británicas, Hispano-Italianas e Hispano Alemanas, Proyecto Tempus Phare de la Comunidad Europea, Convenio de Colaboración Científica con Iberoamérica, junto con la Universidad de Oriente en Santiago de Cuba y Plan Andaluz de Investigación.

4.3. Revisión de trabajos

Miembros del grupo han realizado tareas de revisión (referee) de trabajos de investigación para su publicación en revistas o congresos de reconocido prestigio especializados. Entre las revistas destacamos: Journal for Research in Mathematics Education, Journal for Statistical Education, Enseñanza de las Ciencias, Números, etc. y entre los congresos destacamos: ICOTS desde 1998; PME, desde 1996 o los Simposios de la SEIEM.

4.4. Participación en Programas de Doctorado

Diversos miembros del grupo han participado en Programas de Doctorado de las Universidades de Alicante, Almería, Cádiz, Granada,

Jaén, Santiago de Compostela, Sevilla y Zaragoza así como en cursos de doctorado y maestría en universidades iberoamericanas.

4.5. Profesores visitantes

Hemos recibido las visitas de trabajo de los siguientes profesores: Universidad de Granada Herman Callaert, Limburgs University, Bélgica, Ernesto Alonso Sánchez, CINVESTAT, México, Oscar Soto, Universidad Nacional de Colombia, Grisel Álvarez y Miladys Despaigine, Universidad de Santiago de Cuba, Roberto Meyer, Universidad Nacional del Litoral, Argentina y Carolina Carvalho, Universidad de Lisboa, Sergio Parras, Valdivia, Chile, Richard Aldredgle, Washington State University, Iddo Gal, Universidad de Haifa, Lisbeth Cordani, IME, Sao Paulo, Celi Espasadín, Universidad de Campinas, Brasil, Patricia Baldeiras, UNAM, México.

El grupo de Granada tiene información disponible sobre su trabajo en la página web (<http://www.ugr.es/~batanero>), que incluye enlaces a otros grupos en educación estadística.

5. Trabajos en curso

Entre los trabajos inicialmente en curso, citaremos los siguientes:

5.1. Formulación de marcos teóricos para la enseñanza

Juan D. Godino desarrolla desde hace tiempo un enfoque general desde el punto de

vista antropológico, semiótico y ontológico (véase, por ejemplo, Godino, 2002; Godino, Contreras y Font, en prensa) que se está utilizando en varias tesis desarrolladas en el grupo (Tauber, 2001; Cobo, 2003).

Mientras que las concepciones probabilísticas han sido estudiadas extensamente, hay pocos trabajos sobre las concepciones estadísticas. Sandra Gallardo trabaja en un proyecto de investigación, Gallardo (2006), que trata de evaluar y validar en situación de clase regular el marco teórico ERIE para la enseñanza y la evaluación de la inferencia estadística elemental diseñado en la Tesis Doctoral de Antonio Moreno (2003).

5.2. Investigación aplicada

En los últimos años y por algunos autores de trabajos sobre Educación Estocástica, se ha venido proclamando la necesidad de realizar investigación didáctica sobre la dispersión, ya que lo aleatoriamente variable es la esencia de todo fenómeno estocástico. En nuestro grupo, y utilizando el marco teórico de la Teoría de las Funciones Semióticas, se está desarrollando un proyecto de investigación sobre la caracterización de la dispersión y sus medidas en la Educación Secundaria (algunos primeros trabajos, realizados por A. Estepa y J. Ortega ya se han citado en las secciones anteriores y se pueden ver en las referencias).

6. Integración en otros grupos internacionales

Pensamos que esta presentación no estaría completa sin inscribir este trabajo, dentro de una panorámica internacional. El interés por la enseñanza de la estadística no es exclusivo de la educación matemática, sino que es compartido por los estadísticos, y en psicología. Haremos un breve resumen de la contribución de nuestro grupo en PME e IASE.

6.1. El grupo de estocástica de PME

Los estudios sobre razonamiento estocástico en Psicología se deben a la nueva concepción del hombre como un decisor dotado de un sistema probabilístico complejo, en lugar de considerarlo con un pensamiento acorde con la lógica formal como se hacía en épocas pretéritas. Entre los múltiples trabajos que existen, podemos destacar los más utilizados en Educación Estocástica, entre los que se encuentran: Los trabajos de Kahneman y cols. (1982) que introducen el concepto de *heurística* o estrategia inconsciente que reduce la complejidad de un problema probabilístico, suprimiendo parte de la información. Los estudios de Piaget e Inhelder (1951), sobre el desarrollo de las nociones de aleatoriedad y probabilidad en el niño. Mención especial merecen los trabajos de Fischbein (1975) que apoyan la conveniencia de adelantar la educación estocástica, mostrando que sin instrucción,

es difícil que se desarrolle un razonamiento estocástico adecuado.

Fischbein, fundador del *PME (Psychology of Mathematics Education)*, en la actualidad el principal foro de investigadores en educación matemática, donde, en cada Conferencia anual, se presentan trabajos de las distintas líneas de investigación. Nuestro grupo viene participando en PME desde 1990, tanto presentando trabajos de investigación, en sus distintas modalidades (research forum, research report...) como revisando los trabajos para cada Conferencia anual. En 1994 se formó un grupo de trabajo sobre Educación Estocástica, en cuya labor participan miembros de nuestro grupo, así como en tareas de coordinación de 1996 a 1998.

6.2. La Sociedad Internacional de Educación Estadística (IASE)

La educación estadística ha sido un foco de interés del *Instituto Internacional de Estadística (ISI)* desde su fundación en 1885, que se concretó oficialmente en 1948, cuando establece el *Comité de Educación*, que se responsabiliza del desarrollo de licenciaturas en estadística, los *Centros Internacionales de Educación Estadística*, la producción de libros de texto universitarios y diccionarios de términos estadísticos. El comité inició también los *ICOTS (International Conference on Statistical Education)* en 1982, las *Round Table Conference*, y la revista *Teaching Statistics* dirigida a los profesores (26 años de existencia).

En 1991 el *ISI* crea una nueva sección, a la que se transferirían los objetivos del Comité de Educación. Nace así *IASE* (*International Association for Statistical Education*, <http://www.stat.ncsu.edu/info/iase/>), que cuenta con unos 500 miembros, y tiene un triple objetivo:

- Como organización profesional, proporciona un foro de discusión a los educadores estadísticos.
- Como sociedad de investigación, trata de crear una disciplina autónoma.
- Toma el liderazgo en las cuestiones sobre educación estadística, especialmente en los países en desarrollo.

Entre las responsabilidades asumidas, se encuentran la organización de los congresos internacionales *ICOTS* y *Round Table Conference* y colabora con otras conferencias internacionales sobre educación estadística. Promueve libros, como *The Assessment Challenge in Statistics Education* (Gal y Garfield, 1997) y coordina el *World Numeracy Project*.

Miembros del grupo pertenecen a *IASE*, participan en sus conferencias y han colaborado activamente con la sociedad, como parte de su comité ejecutivo. Desde Granada se ha coordinado desde 1996 el *International Study Group on Learning and Teaching Statistics and Probability*, que en el año 2000 se ha integrado en *IASE* con el nombre *IASE Statistical Education Research Group* y se editó la *IASE Statistical*

Education Research Newsletter (<http://www.ugr.es/local/batanero/sergroup.htm>) así como la revista *Statistics Education Research Journal*. En 1996 se organizó la *IASE Round Table Conference* así como la *IASE Round Table Conference* del año 2000. En la actualidad se organiza la conferencia *ICOTS-7*, 2006 y la *Joint ICMI/IASE Study Teaching Statistics in School Mathematics; Challenges for Teaching and Teacher' Education*.

7. Perspectivas de futuro

El grupo se propone potenciar la investigación en esta línea, así como la difusión y aplicación de los resultados de investigación. Para lograr estas metas, siguen siendo válidos los objetivos propuestos ya en la primera reunión de Zamora:

- Coordinar y desarrollar una agenda de investigación para los próximos años que incluya la selección de problemas, temas y metodología de investigación relevantes; construcción de instrumentos de evaluación propios; diseño y desarrollo de experimentos de enseñanza; análisis curricular y el diseño de programas de formación para profesores de enseñanza no universitaria de contenido estocástico y didáctico.
- Difundir nuestros trabajos entre los profesores y preparar material de apoyo para el aula continuando la labor iniciada por Nortes Checa (1977, 1987),

- Godino y cols. (1987); Batanero y cols. (1994) y Sáenz (1999).
- Continuar las relaciones internacionales y potenciarlas, especialmente con Iberoamérica.
 - Contribuir al establecimiento de relaciones entre las diversas áreas en las que se lleva a cabo la investigación en Educación estadística, particularmente entre la Estadística y la Didáctica de la Matemática.

Referencias

- ALVARADO, H. (2004). *Significados del teorema central del límite y sus campos de problemas en los textos de estadística para ingenieros*. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- ALVARADO, H. y BATANERO, C. (2005). El significado del teorema central del límite: evolución histórica a partir de sus campos de problemas. En A. Contreras (Ed.): *Investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 13-36). Jaén: Universidad de Jaén.
- AZCÁRATE, P. (1996). El conocimiento profesional relativo al tratamiento del conocimiento probabilístico en la educación primaria. *Uno*, 7, 95-108.
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J. M^a. (1995). The notion of randomness in future primary school teachers. En J. B. Garfield (Ed.): *Papers of the IV International Conference on Teaching Statistics*. Minneapolis: Universidad de Minnesota.
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J. M^a. (1996). El lenguaje del azar: Una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticos. *Epsilon*, 35, 165-178.
- AZCÁRATE, P., CARDEÑOSO, J. M^a. y SERRADÓ, A. (2003). Hazard's Treatment in Secondary School. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 3)*. Belaria, Italy. <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3>.
- AZCÁRATE, P., SERRADÓ, A. y CARDEÑOSO, J. M^a. (2004a). Obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: la noción de azar y aleatoriedad. *Actas del XII CEAM*. Huelva. España.
- AZCÁRATE, P., SERRADÓ, A. y CARDEÑOSO, J. M^a. (2004b). Las fuentes de información como recurso para la planificación. *Actas del Octavo simposio de la sociedad española de investigación en Educación Matemática (SEIEM)*. La Coruña: Universidad de La Coruña.
- BARROS, P. M. (2004). Os professores estagiários e a unidade de Estatística do 6º ano - O ensino do tema e as dificuldades sentidas. Em J.A. Fernandes, M.V. Sousa & S.A. Ribeiro (Org.), *Ensino e aprendizagem de Probabilidades e Estatística - Actas do 1º encontro de probabilidades e estatística na escola* (p. 127-164). Braga: Centro de Investigação em Educação. Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho.

- BARROS, P. e FERNANDES, J. (2001). Dificuldades de alunos (futuros professores) em conceitos de estatística e probabilidades. Em I. Lopes, J. Silva e P. Figueiredo (Orgs.), *Actas do ProfMat 2001* (pp. 197-201). Vila Real: APM.
- BARROS, P. M. e FERNANDES, J. A. (2003). O ensino da unidade didáctica de estatística do 6º ano por professores estagiários. Em A. Cosme, H. Pinto, H. Menino, I. Rocha, M. Pires, M. Rodrigues, R. Cadima e R. Costa (Orgs), *Actas do XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.303-321). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- BATANERO, C. (2000). Controversies around significance tests. *Mathematical Thinking and Learning* 2(1-2), 75-98.
- BATANERO, C., BIEHLER, R., EBGEL, J., MAXARA, C. y VOGEL, M. (2005). Simulation as a tool to bridge teachers' probabilistic content and pedagogical knowledge. *Proceedings of the 15th ICMI Study, Professional Development of Mathematics Teacher*. CD ROM.. Aguas de Lindoia, Brasil: International Commission for Mathematics Instruction.
- BATANERO, C., ESTEPA, A., GODINO, J. D. y GREEN, D. R. (1996). Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 151-169.
- BATANERO, C., ESTEPA, A. y GODINO, J. D. (1997). Students' learning of statistical association in a computer environment. En J. Garfield and G. Burrilí (Eds.): *Research on teaching statistics and new technologies* (pp. 191-206). Voorburg: International Statistical Institute.
- BATANERO, C., GODINO, J. D. y ESTEPA, A. (1998). Building the meaning of statistical association through data analysis activities. Research Forum. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.): *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1, 221-236). University of Stellenbosch.
- BATANERO, C., GODINO, J. GREEN, D. HOLMES, P. y VALLECILLOS, A. (1994). Errors and difficulties in understanding statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- BATANERO, C., GODINO, J. D. y NAVARRO-PELAYO, V. (1994). *Razonamiento Combinatorio*. Madrid: Síntesis.
- BATANERO, C., GODINO, J. y NAVARRO-PELAYO, V. (1997). Assessing combinatorial reasoning. En I. Gal y J. Garfield (Eds.): *The assessment challenge in statistics education* (pp. 239-252). Amsterdam: International Statistical Institute. e I.O.S. Press.
- BATANERO, C., GODINO, J. D. y ROA, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12. On line: <http://www.amstat.org/publications/jse/>
- BATANERO, C., HENRY, M. Y PARZYSZ (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.): *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 16-42). Nueva York: Springer.

- BATANERO, C. y SÁNCHEZ, E. (2005). What is the nature of high school student's conceptions and misconceptions about probability? En G. Jones (Ed.): *Exploring probability in school. challenges for teaching and learning* (pp. 260-289). Dordrecht: Kluwer.
- BATANERO, C., NAVARRO-PELAYO, V. y GODINO, J. D. (1997). Effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 18 1-199.
- BATANERO, C., TAUBER, L. y SÁNCHEZ, B. (2001). Significado y comprensión de la distribución normal en un curso de análisis de datos. *Cuadrante*, 10(1), 59-92
- BATANERO, C., TAUBER, L. y SÁNCHEZ, V. (2004). Student's reasoning about the normal distribution. En D. Ben-Zvi y J.B. Garfield (Eds.): *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 257-276). Dordrecht: Kluwer.
- BATANERO, C. y SÁNCHEZ, E. (2005). What is the nature of high school student's conceptions and misconceptions about probability? En G. Jones (Ed.). *Exploring probability in school. challenges for teaching and learning* (pp. 260-289). Dordrecht: Kluwer.
- BATANERO, C. y SERRANO, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567.
- BATANERO, C., SERRANO, L. y GREEN, D. R. (1998). Randomness, its meanings and implications for teaching probability. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 29 (1), 113-123.
- CAÑIZARES, M^a J., BATANERO, C., SERRANO, L. y ORTIZ, J. J. (1997). Subjective elements in children's comparison of probabilities. En E. Pehkonen (Ed). *Proceedings of the 21st Conference on the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.2, pp. 49-56). Lahti.
- CAÑIZARES, M^a J., BATANERO, C., SERRANO, L. y ORTIZ, J. J. (1999). Comprensión de la idea de juego equitativo en los niños. *Números*, 37, 37-55.
- CAÑIZARES, M^a J.; ESTEPA, A. y BATANERO, C. (2000). Perspectiva de la investigación del Grupo de Trabajo: Didáctica de la Probabilidad, Estadística y Combinatoria. IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Huelva, septiembre de 2000. Ponencia invitada al Panel 1.
- CANTERO, A. (1998). *Razonamientos probabilísticos de alumnos de 12 años en tareas de comparación de probabilidades*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada.
- CARDEÑOSO, J. M^a y AZCÁRATE, P. (1995). Tratamiento del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares. *Suma*, 20, 4 1-52.
- CARDEÑOSO, J. M^a; SERRADÓ, A. y AZCÁRATE, P. (en prensa). El Conocimiento Probabilístico del Profesor de Primaria Andaluz. La Dimensión Conceptual del Conocimiento Profesional. Actas del 28 Congreso nacional de Estadística e Investigación Operativa. Cádiz.
- COBO, B. (1998). *Estadísticos de orden en la enseñanza secundaria*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada.

- DÍAZ, C. (2004). Elaboración de un instrumento de evaluación del razonamiento condicional. Un estudio preliminar. Memoria DEA. Universidad de Granada.
- DÍAZ, C. (2005). Evaluación de la falacia de la conjunción en alumnos universitarios. *Suma*, 48, 45-50.
- DÍAZ, C., y DE LA FUENTE, I. (2005). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Epsilon*, 59, 245-260.
- DÍAZ, C., y DE LA FUENTE, I. (2006a). Assessing psychology students' difficulties with conditional probability and bayesian reasoning. En A. Rossman y B. Chance (Eds.) *Proceedings of ICOTS - 7*. Salvador de Bahía: International Association for Statistical Education.
- DÍAZ, C., y DE LA FUENTE, I. (2006b). Conflictos semióticos en el cálculo de probabilidades a partir de tablas de doble entrada. *Biaix*.
- EL BOTHOURI, M. (2003). Un estudio comparado de heurísticas y sesgos en alumnos marroquíes y españoles. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- ESTEPA, A. (2002). Stochastic Education in the Ibero-American Countries. In B. Phillips (Ed.): *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics. Conference papers. Developing a Statistically Literate Society*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. International Association for Statistical Education.
- ESTEPA, A. (2003). Actividades de Educación Estadística difundidas en lengua española o portuguesa. *Actas del 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa Lleida* (pp. 921-932). Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida.
- ESTEPA, A. (2004). Investigación en educación estadística. La asociación estadística. En R. Luengo (Ed.). *Líneas de investigación en Educación Matemática*. (pp. 227-255). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). Badajoz: Tecnigraf, S. A
- ESTEPA, A. y BATANERO, C. (1996). Judgements of correlation in scatter plots: Students' intuitive strategies and preconceptions. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 4, 21-41.
- ESTEPA, A. y BATANERO, C. y SÁNCHEZ, F. T. (1999a). Judgments of association in the comparison of two samples: students' intuitive strategies and preconceptions. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 7, 17-30.
- ESTEPA, A. y BATANERO, C. y SÁNCHEZ, F. T. (1999b). Students' understanding of regression lines. In O. Zaslavsky (Ed.). *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education - PME 23*, Vol. 2 (pp. 2-313, 2-320). Haifa (Israel): Technion-Israel Institute of Technology.
- ESTEPA, A. y ORTEGA J. (2006a). Significado institucional de referencia de las medidas de Dispersión. En A. Contreras, L. Ordóñez, y C. Batanero (Eds.): *Actas de I Congreso Internacional sobre aplicaciones y desarrollo de la Teoría de las Funciones Semióticas* (pp. 158-195). Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.

- ESTEPA, A. y ORTEGA, J. (2006b). The meaning of statistics variation in university textbooks. En A. Rossman y B. Chance (Eds.): *Proceedings of ICOTS-7*. Salvador de Bahía (Brasil): International Association for Statistical Education.
- ESTEPA, A. y SÁNCHEZ, F. T. (1998). Correlation and regression in secondary school text books. En: Pereira-Mendoza, L., Seu, L., Wee, T. y Wong, W.-K. (Eds.): *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol. 2, pp. 671-676). Voorburg (The Netherlands): ISI Permanent Office.
- ESTEPA, A. y SÁNCHEZ, F. T. (2001a). Correlación y regresión en los primeros cursos universitarios. En *Jornades europees d'estadística. L'ensenyament i la difusió de l'estadística* (pp. 273-288). Palma de Mallorca: Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria. Govern de les Illes Balears.
- ESTEPA, A. y SÁNCHEZ, F. T. (2001b). Empirical Research on the Understanding of Association and Implication for the Training of Researchers. En C. Batanero (Ed.): *Training Researchers in the Use of Statistics* (pp. 37-51). International Association For Statistieal Education. International Statistical Institute.
- ESTEPA, A. y SÁNCHEZ, F. T. (2003). Evaluación de la comprensión de la correlación y regresión a partir de la resolución de problemas. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 54-68. ([http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2\(1\).pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2(1).pdf))
- ESTRADA, A., BATANERO, C. y FORTUNY, J. M^a. (2003) Actitudes y Estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Actas del 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Universidad de Lleida. CD ROM.
- ESTRADA, A., BATANERO, C. y FORTUNY, J. M^a. (2004a). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 263-274.
- ESTRADA, A., BATANERO, C. y FORTUNY, J. M^a. (2004b). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación Matemática*, 16(1), 89-111.
- ESTRADA, A., BATANERO, C. y FORTUNY, J. M^a. y DÍAZ, M^a C. (2005). A structural study of future teachers' attitudes towards statistics. *Proceedings of the CERME IV Conference (European Research in Mathematics Education Conference)*. Sant Feliu de Guisols, Gerona.
- FERNANDES, J. A. e BARROS, P. M. (2005a). Dificuldades em estocástica de uma futura professora do 1º e 2º ciclos do Ensino Básico. *Revista Portuguesa de Educação*, 18 (1), 117-150. CiEd - Universidade do Minho.
- FERNANDES, J. A. e BARROS, P. M. (2005b). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. *Actas do V CIBEM - Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*. Oporto: Associação de Professores de Matemática.
- FISCHBEIN (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

- GAL, I., y GARFIELD, J. (Eds.). (1997). *The assessment challenge in statistics education*. The Netherlands: IOS Press, The International Statistical Institute.
- GALLARDO, S. (2002). *Variabilidad y representatividad muestral: un estudio de casos*. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- GALLARDO, S. (2005). Estudios de validación y viabilidad del marco teórico ERIE en situación académica regular. Proyecto de Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- GALLARDO, S. y VALLECILLOS, A. (2003). Percepción de la aleatoriedad por alumnos de Bachillerato en un contexto de resolución de problemas. *Epsilon*, 55, 15-32.
- GODINO, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2/3): 237-284.
- GODINO, J. D.; BATANERO, C. y CAÑIZARES, Mª J. (1988): *Azar y probabilidad Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- GODINO, J. D., CONTRERAS, A. y FONT, V. (en prensa). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- GODINO, J. D., BATANERO, C. y ROA, R. (2005). A semiotic analysis of combinatorial problems and its resolution by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3-36.
- KAHNEMAN, D., SLOVIC, P., y TVERSKY, A. (1982). *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- MORENO, A. (2000). *Investigación y enseñanza de la estadística inferencial! en el nivel de secundaria*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada.
- MORENO, A. y VALLECILLOS, A. (2001). Exploratory Study on Inferential' Concepts Learning in Secondary Level in Spain. En M. van der Heuvel (Ed.): *Proceedings of the 25th Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education (PME)* (p. 343). The Netherlands: Freudenthal Institute y Utrecht University.
- MORENO, A. y VALLECILLOS, A. (2002). Exploración de heurísticas y concepciones iniciales sobre el razonamiento inferencial en estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 14(1), 62-81.
- MUÑOZ, J. R. (2004). Significado institucional del contraste estadístico de hipótesis para estudiantes universitarios venezolanos. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- NORTES CHECA, A. (1977). *Estadística teórica y aplicada*. Murcia: H. S. R.
- NORTES CHECA, A. (1987). *Encuestas y precios*. Madrid: Síntesis.
- ORTEGA, J. Y ESTEPA, A. (2005). Percepción 'de la dispersión por 1os estudiantes de secundaria. Oporto (Portugal): V Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 17-22 de julio de 2005.
- ORTEGA, J Y ESTEPA, A. (2006). Meaning of the dispersion and its measures in secondary education. En A. Rossman y B. Chance (Eds.): *Proceedings of the ICOTS-7*. Salvador de Bahía (Brasil): International Association for Statistical Education.

- ORTIZ, J. J., BATANERO, C. y SERRANO, L. (1996). Las frecuencias relativas en los textos de Bachillerato. *EMA*, 2(1), 29-48.
- ORTIZ, J. J., SERRANO, L. y CAÑIZARES, M^a J. (2000). Variables de tarea en los ejercicios de probabilidad en los libros de texto. *Encontro de Estatística*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística.
- PIAGET, J., e INHELDER, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- PIMENTA, R. (2005). *O uso da estatística no projecto de investigação em fisioterapia* Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Santiago de Compostela,
- PIMENTA, R. (2006). Assessing statistical reasoning through project work Trabajo aceptado para presentación en ICOTS-7. Salvador, Bahía, 2006.
- ROA, R., BATANERO, C., GODINO, J. D. y CAÑIZARES, M^a J. (1996). Estrategias en la resolución de problemas combinatorios por estudiantes con preparación matemática avanzada. *Epsilon*, 36, 433-446.
- RUIZ B (2004). Exploración cognitiva sobre la variable aleatoria en situación de modelación. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- SÁENZ, C. (1998). Teaching probability for conceptual change. *Educational Studies in Mathematics*, 35(3), 233-254.
- SÁENZ, C. (1999). *Materiales para la enseñanza de la teoría de las probabilidades*. Madrid: ICE de la Universidad Autónoma.
- SÁNCHEZ, M^a J. (2003). *Diseño, desarrollo y evaluación de un proyecto estadístico con alumnos de secundaria*. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- SÁNCHEZ M^a J. y VALLECILLOS, A. (2005). Un proyecto estadístico para alumnos de secundaria dentro de un programa de diversificación curricular. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 17, 61-76.
- SERRADÓ, A. (2000). *Diseño de las unidades didácticas dedicadas al tratamiento del azar en los libros de texto de Educación Secundaria obligatoria*. Memoria de Tercer Cielo. Universidad de Cádiz.
- SERRADÓ, A. y AZCÁRATE, P. (2003). Estructura de las unidades dedicadas al "Tratamiento del Azar" en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. *Educación Matemática* (1), 67-98.
- SERRANO, L., BATANERO C. y ORTIZ, J. J. (1996). Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de Bachillerato. *SUMA*, 22, 43-50.
- SERRANO, L., BATANERO C., ORTIZ, J. J. y CAÑIZARES, M. J. (1998). Un estudio componencial de heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, 10(1). 7-25.
- TAUBER, L., BATANERO, C., y SÁNCHEZ, V. (2005). Diseño, implementación y análisis de enseñanza de la distribución normal en un curso universitario. *EMA*, 9, 2, 82-105.

- VALLECILLOS, A. (1995a). Consideraciones epistemológicas sobre la inferencia estadística: implicaciones para la práctica docente. *UNO*, 5, 80-90.
- VALLECILLOS, A. (1995b). Comprensión de la lógica del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15(3), 53-81.
- VALLECILLOS, A. (1996). Students' conceptions of the logic of hypothesis testing. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 4, 43-61.
- VALLECILLOS, A. (1996). *Inferencia estadística y enseñanza. Un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Granada: Comares.
- VALLECILLOS, A. (1997). El papel de las hipótesis estadísticas en los contrastes: concepciones y dificultades de aprendizaje. *Educación Matemática*, 9(2), 5-20.
- VALLECILLOS, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses. Ponencia Invitada. *52 Bulletin of the ISI Helsinki*: ISI.
- VALLECILLOS, A. (2005). La investigación sobre el aprendizaje de la inferencia estadística: presente y futuro. Conferencia de clausura del XXXIII Coloquio Argentino de Estadística. CD ROM. Sociedad Argentina de Estadística.
- VALLECILLOS, A. y BATANERO, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), 29-48.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2002). Framework for instruction and assessment on elementary inferential statistical thinking. *Proceeding of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. USA: John Wiley. CD ROM.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2003a). Esquema para la instrucción y evaluación del razonamiento en estadística inferencial elemental. *Educación y Pedagogía*, Vol. XV, N^o. 35, 69-81.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2003b). Initial conceptions about sampling types in secondary level students. *54 Bulletin of the International Statistical Institute*. Vol. LX, Book 2, 566-567. Berlín: ISI.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2005a). A framework for teaching and assessing elemental inferential statistical reasoning. *55 Bulletin of the International Statistical Institute*. CD ROM. Sydney: ISI.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2005b). Influencia de contexto en la comprensión de los conceptos de población y muestra en estudiantes de secundaria *Actas de la V Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática*. CD ROM. Oporto: Universidad de Oporto y Sociedad de Profesores de Matemáticas.

Anexo: Tesis doctorales sobre educación estadística realizadas o dirigidas por miembros del grupo

- AZCÁRATE, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad Su estudio en el caso de la educación primaria*. Universidad de Cádiz.
- CAÑIZARES, M^a J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Universidad de Granada.
- CARDEÑOSO, J. M^a (1998). *Las creencias y conocimientos de los profesores de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad*. Universidad de Cádiz.
- COBO, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de Secundaria*. Universidad de Granada.
- ESTEPA, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en' el uso de ordenadores*. Universidad de Granada.
- ESTRADA, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Universidad Autónoma de Barcelona.
- MORENO, A. (2003). *Estudio teórico y experimental sobre el aprendizaje de conceptos y procedimientos inferenciales en el nivel de secundaria*. Universidad de Granada.
- NAVARRO-PELAYO, V. (1994). *Estructura de los problemas combinatorios simples y del razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria*. Universidad de Granada.
- ORTIZ, J. J. (1999). *Significados de los conceptos probabilísticos en los libros de texto de Bachillerato*. Universidad de Granada.
- ROA, R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. Universidad de Granada.
- SÁENZ, C. (1995). *Intuición y matemática en el razonamiento y aprendizaje probabilístico*. Universidad Autónoma de Madrid.
- SÁNCHEZ, F. (1999). *Significado de la regresión y correlación para estudiantes universitarios*. Universidad de Granada.
- SERRADÓ, A. (2003). *El Tratamiento del Azar en Educación Secundaria Obligatoria*. Universidad de Cádiz.
- SERRANO, L. (1996). *Significados institucionales y personales de conceptos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*. Universidad de Granada.

- TAUBER, L. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal en un curso de análisis de datos*. Universidad de Sevilla.
- VALLECILLOS, A. (1994). *Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios*. Universidad de Granada.

Resumen

En este trabajo hacemos un breve recorrido por la historia del Grupo de Investigación en Estadística, Probabilidad y Combinatoria constituido formalmente en el seno de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) en 1996. En él recogemos los trabajos más reseñables realizados y dirigidos por miembros del grupo en la década que lleva funcionando así como otras actividades relacionadas con la investigación en el tema que se vienen desarrollando y que esperamos contribuyan al fortalecimiento y visibilidad de nuestro esfuerzo investigador. Se citan algunas líneas de trabajo actuales que ilustran acerca de las investigaciones que se desarrollarán en el futuro más inmediato. Por último, las referencias incluidas esperamos que ilustren al lector de los trabajos realizados pero, sobre todo, del ingente esfuerzo investigador necesario que nos queda por hacer sobre el tema a los investigadores educativos con el fin de contribuir a la mejora de la educación específica, tan necesaria en el mundo de la información actual.

Palabras clave: investigación, educación estadística, formación de profesores.

Abstract

In this paper we look into the history of the Research Group on Statistics, Probability and Combinatorics, which was formally established as a group within the Spanish Society of Research in Mathematics Education (SEIEM) in 1996. We summarise the most outstanding works carried out and supervised by group members over the last ten years, as well as other research activities on this topic. We hope the aforementioned works will contribute to strengthening our research efforts. We highlight some current research fields which illustrate the research which will be carried out in the near future. We finally hope the references included in the summary will provide the reader with a better understanding of the work which has been done. They should also point out the important amount

of further research which is still to be done by educational researchers in order to contribute to improving this specific part of education, which is extremely relevant in the present information society.

Key words: research, statistical education, teachers training.

M^a Jesús Cañizares

Carmen Batanero

Angustias Vallecillos

*Departamento Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación. Campus de Cartuja
Universidad de Granada. 18071 Granada*

Antonio Estepa

*Departamento de Didáctica de las Ciencias
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Universidad de Jaén*

Estudio teórico y experimental sobre el aprendizaje de conceptos y procedimientos inferenciales en secundaria

Angustias Vallecillos
Antonio Moreno

1. Introducción

La formación estadística y probabilística de los ciudadanos del mundo moderno es una necesidad reconocida hoy día en los sistemas educativos para todos los niveles de enseñanza, no sólo para la educación superior, NCTM (2000), MEC (1990, 1992). En Andalucía, las últimas reformas curriculares para los niveles de secundaria han incluido la inferencia estadística como novedad. Los contenidos recomendados para la ESO, Junta de Andalucía (1992; 2002), se refieren a la obtención de datos y a los métodos para su análisis así como al acercamiento intuitivo a la representatividad de las muestras y a las afirmaciones que cabe extraer de su estudio. Para el caso del Bachillerato, Junta de Andalucía (1994; 1997), el currículo incluye el muestreo, los problemas relacionados con la elección de las muestras, las condiciones para su representatividad y el análisis de las conclusiones que cabe extraer de su estudio, así como la iniciación al muestreo y sus distintos tipos.

La enseñanza de la estadística ha propiciado un florecimiento de la investigación en Educación Estadística muy prometedora que está aportando información teórica y empírica sobre los procesos de aprendizaje de los estudiantes de todos los niveles educativos.

Esta nueva situación de la enseñanza de la estadística en todo el mundo ha propiciado un florecimiento del campo de la investigación en Educación Estadística muy prometedor que está aportando información teórica y empírica acerca de los procesos de aprendizaje de los estudiantes de todos los niveles de enseñanza muy útiles para informar la enseñanza y el aprendizaje, especialmente en los primeros niveles. Aunque ya tenemos algunas investigaciones valiosas, Garfield (1998), Garfield y Ahlgren (1988), en el ámbito de la probabilidad Konold (1991), Garfield y del Mas (1989), y de la estadística, Pegg (1992), Pfannkuch y Rubick (2002), es necesario todavía un gran esfuerzo en la investigación teórica que pueda proporcionar modelos propios desarrollados en el seno de nuestro propio campo de trabajo. Antecedentes en esta línea son los trabajos de Wild y Pfannkuch (1999) sobre el razonamiento estadístico o los de Jones y cols. (1997; 1999; 2000) sobre el razonamiento probabilístico y estadístico.

En esta línea se inscribe también nuestro trabajo que formula, refina y valida un marco teórico inicial que describe el razonamiento en inferencia estadística elemental en estudiantes de secundaria.

2. Objetivos

La investigación de referencia, Moreno (2003), se planteó con un doble objetivo: a) describir el conocimiento informal de los

alumnos participantes sobre los conceptos inferenciales básicos y b) formular y validar un marco teórico para la instrucción y la evaluación de la estadística inferencial elemental. Este marco teórico, ERIE, está situado en el modelo de desarrollo cognitivo SOLO, Bigg y Collis (1982; 1991) y en la línea del formulado por Jones y cols. (2000) para el razonamiento estadístico. Ha sido validado con la participación de estudiantes del nivel de secundaria.

3. Antecedentes

En Moreno (2003) puede verse este apartado con detenimiento que aquí sólo vamos a resumir. Basado en la taxonomía SOLO, en Jones y cols. (2000) se describe un esquema para caracterizar el pensamiento estadístico elemental. Se identifican cuatro constructos, cuatro niveles cognitivos en cada uno de ellos y se desarrollan descriptores para todos ellos que son utilizados después en la elaboración de los protocolos de entrevistas realizadas a los estudiantes seleccionados. Otros esquemas basados en la taxonomía SOLO son los propuestos por Jones y cols. (1997; 1999; 2000) para el pensamiento probabilístico y estadístico, y Jones y cols. (1994; 1996) para caracterizar el aprendizaje de conceptos numéricos.

Reading y Pegg (1996) y Reading (1996, 1998) utilizaron la taxonomía SOLO en un estudio sobre la comprensión estadística de estudiantes de una escuela rural de secundaria de Australia.

Watson y Moritz (1998; 2000a; 2000b) han aplicado la taxonomía SOLO para la comparación de conjuntos de datos y en estudios sobre la media y en problemas de muestreo, respectivamente. Watson y Moritz (1999) describe un estudio realizado con el fin de analizar la comprensión de los estudiantes sobre el concepto de media y las aplicaciones de ésta como medida representativa de un conjunto de datos.

En el campo específico de la inferencia, Moreno y Vallecillos (2001) y Vallecillos y Moreno (2003; 2005a; 2005b) describen el aprendizaje de estudiantes de secundaria sobre algunos aspectos clave como los de población y muestra o los tipos de muestreo. Vallecillos (1999) resume problemas de aprendizaje detectados en el tema del contraste de hipótesis que, en muchos casos, están relacionados con dificultades previas con aspectos clave como los anteriormente citados.

4. Metodología

En Moreno (2003) se describe un trabajo que tiene un doble carácter teórico y empírico. En la fase teórica se realizó una revisión exhaustiva de la literatura de investigación en el campo del aprendizaje y la enseñanza de la estadística.

Para el estudio empírico, en primer lugar se realizó un estudio piloto con alumnos de dos cursos de secundaria distintos, 3º de ESO y COU, elegidos intencionalmente y,

una vez analizados los resultados obtenidos, se formuló el marco teórico ERIE inicial. Seguidamente se revisó el cuestionario empleado y se elaboró el que se ha empleado con una muestra formada por estudiantes de cuatro cursos del nivel de secundaria, 3º y 4º de ESO y 1º y 2º de Bachillerato, con fines experimentales. Como resultado final, tanto del estudio teórico como de los dos estudios empíricos, hemos podido formular, refinar y validar inicialmente el ERIE que proponemos.

Posteriormente se realizaron entrevistas semiestructuradas a un grupo reducido de estudiantes de esos mismos cursos que fueron grabadas en audio y transcritas. Sobre las respuestas obtenidas en casos seleccionados hemos llevado a cabo un análisis cualitativo pormenorizado, Miles y Huberman (1994). Los resultados obtenidos nos han permitido analizar, en situación de laboratorio, la validez inicial y la aplicabilidad del marco teórico ERIE así como trazar los perfiles de razonamiento inferencial de los alumnos entrevistados.

4.1. Cuestionario

El cuestionario empleado en el segundo estudio empírico consta de cinco partes que son, en realidad, cinco cuestionarios distintos. El primero de ellos tiene un carácter introductorio, en el segundo, tercero y cuarto se presentan al alumno las cuestiones relativas a los constructos 'Población y muestra'(PM), 'Proceso de

inferencia' (PI), y 'Tamaño de la muestra' (TAM) en los tres contextos considerados y el quinto se refiere al constructo 'Tipos de muestreo' (TIM).

Para la realización de las entrevistas a los alumnos hemos empleado este mismo cuestionario. Los alumnos seleccionados lo han cumplimentado antes de realizar la misma, después el investigador ha revisado sus respuestas y seleccionado los ítems sobre los que ha realizado las preguntas pertinentes.

4.2. Muestra

En los estudios empíricos se han empleado tres muestras distintas de alumnos:

1. La muestra piloto está formada por 49 estudiantes pertenecientes a dos cursos distintos de secundaria, 30 de 3º de ESO y 19 COU, y a dos Institutos de Enseñanza Secundaria públicos andaluces.
2. La muestra experimental se ha conformado con 81 alumnos de los cuatro cursos del nivel de secundaria: 3º y 4º de ESO y 1º y 2º de Bachillerato. Han sido 23 estudiantes de 3º y 35 de 4º de ESO, en total 58 alumnos. En Bachillerato han participado 10 estudiantes de 1º y 13 de 2º, en total 23 alumnos. La muestra ha sido diversificada en los cuatro cursos citados con el fin de estudiar en mejor forma la evolución en las respuestas al cuestionario.

3. Para el estudio de casos se han realizado entrevistas a ocho estudiantes seleccionados intencionalmente de esos mismos cursos, con un buen nivel académico, repartidos equitativamente entre ambos géneros y por cursos y con habilidades comunicativas.

5. Análisis de resultados: el marco teórico ERIE

La revisión de la literatura de investigación del campo y la taxonomía SOLO nos ha permitido diseñar y llevar a cabo un estudio que ha tenido como uno de sus productos finales la formulación, refinamiento y validación del marco teórico ERIE que pretende caracterizar la inferencia estadística elemental, en relación con su enseñanza, y que describimos a continuación. ERIE consta de cuatro constructos, 'Población y muestra' (PM), 'Proceso de inferencia' (PI), 'Tamaño muestral' (TAM) y 'Tipos de muestreo' (TIM) y cuatro niveles de razonamiento en cada uno de ellos, idiosincrásico (N1), de transición (N2), cuantitativo (N3) y analítico (N4), que constituyen un continuo de principio a fin. A continuación describimos inicialmente los constructos y niveles formulados.

5.1. Descripción de los cuatro constructos

Los contenidos correspondientes a la estadística inferencial destinados para la enseñanza en el nivel de secundaria se han

estructurado en cuatro grandes bloques, dos de ellos dedicados a la descripción de la inferencia y dos más dedicados a la validez de la misma que son los siguientes:

- Consideramos un primer constructo articulado sobre los conceptos de población y muestra y sus relaciones que llamamos 'Población y muestra' (PM). Éste es un constructo básico sobre el que se han planteado cinco cuestiones distintas: referidas a la identificación y al concepto de población (PM1) a la identificación y al concepto de muestra (PM2), a la variabilidad muestral (PM3), a la representatividad muestral (PM4) y a la descripción del espacio muestral (PM5).
- Un segundo constructo que engloba todos los aspectos relacionados con la descripción de la población a partir del estudio de la muestra que llamamos 'Proceso de inferencia' (PI). Sobre éste se han determinado las concepciones de los alumnos (Artigue, 1990) sobre el proceso global.

Estos dos constructos proporcionan conjuntamente una caracterización del proceso de inferencia de la muestra a la población. Como consideramos que es importante caracterizar también la 'calidad' de la inferencia, con este fin hemos determinado los siguientes dos constructos:

- 'Tamaño muestral' (TAM) engloba todos los contenidos relacionados con el

tamaño de las muestras y su apreciación o no por los estudiantes. Se incluyen cuestiones que se refieren al tamaño de la muestra (TAM1) y con la aproximación del tamaño de la muestra (TAM2), siempre en relación con la realización de inferencias.

- 'Tipos de muestreo' (TIM) engloba, como su mismo nombre indica, los distintos tipos de muestreo, no aleatorios y aleatorios, así como los distintos tipos dentro de cada uno de ellos. Se incluyen cuestiones sobre la aleatorización y reconocimiento de sesgos (TIM1), sobre el muestreo aleatorio frente al no aleatorio (TIM2) y sobre el muestreo aleatorio simple frente al muestreo aleatorio estratificado (TIM3).

5.2. Descripción de los cuatro niveles

En cada uno de los constructos anteriores hemos determinado cuatro niveles de razonamiento que podemos describir, muy en síntesis y en general para todos los constructos, de la siguiente manera:

- *Idiosincrásico (N1)*: se clasifican en este nivel las repuestas de los alumnos que, o bien no abordan la cuestión o bien responden de una manera totalmente subjetiva y ajena a la pregunta formulada.
- *De transición (N2)*: se agrupan aquí las respuestas que se centran en una única característica de la cuestión.

Por ejemplo, describen la población en términos del material que la compone, aunque sin identificarla realmente.

- *Cuantitativo (N3)*: hemos clasificado en este nivel las respuestas que emplean más de una característica de la cuestión. Por ejemplo, describen la población empleando tamaño, unidades que la componen o características de la misma, aunque no en forma completa o no en todos los contextos presentados.
- *Analítico (N4)*: las respuestas en este nivel incluyen varias características de la cuestión y las relacionan adecuadamente, por ejemplo, para describir completamente la población en estudio.

6. El marco teórico ERIE

Una vez determinados y caracterizados los cuatro constructos y los cuatro niveles en cada uno de ellos, queda completado el Esquema de Razonamiento en Inferencia Estadística (ERIE) que se resume en la Tabla 1, en la página 66.

7. Conclusiones

En este trabajo hemos resumido el proceso de construcción, de un marco teórico inicial que caracteriza el razonamiento inferencial en el nivel de secundaria que hemos llamado ERIE. El marco teórico ERIE así formulado nos ha resultado muy

útil para analizar la estructura de las respuestas de los estudiantes a cuestiones sobre conceptos inferenciales elementales. Como conclusión final de todos los resultados obtenidos en los dos estudios empíricos, hemos comprobado que ERIE nos ha permitido evaluar el conocimiento informal de los estudiantes sobre los cuatro constructos en que hemos articulado los contenidos de la estadística inferencial elemental. El estudio de casos realizado posteriormente nos ha permitido validar, en una primera fase, el marco ERIE. Afirmamos que se trata de una primera fase porque creemos que la verdadera prueba de fuego, y en consecuencia su validación definitiva, ha de llevarse a cabo en el campo de la instrucción normal y en las condiciones experimentales necesarias para ello. Esta segunda fase de diseño de la enseñanza basado en ERIE y su aplicación en clases regulares en la enseñanza secundaria constituye un proyecto de investigación independiente que se está desarrollando en la actualidad.

El marco ERIE formulado incluye la caracterización de los cuatro niveles que incluyen estos dos modos de pensamiento para cada uno de los cuatro constructos teóricos fijados. Los resultados de las entrevistas realizadas posteriormente nos han permitido realizar una aplicación, en situación de laboratorio, del ERIE a estudiantes seleccionados y hemos podido comprobar que es posible situar a cada uno de los alumnos en

su nivel en función del análisis de sus respuestas al cuestionario y al entrevistador.

Consideramos, por tanto, que ERIE puede ser válido para caracterizar el aprendizaje de la estadística inferencial elemental en el nivel de secundaria.

ERIE también nos permite evaluar de manera global el aprendizaje de la estadística inferencial. Además de situar al alumno en su estado de aprendizaje, el paso de un nivel a otro supone también un aprendizaje, luego podemos establecer las diferencias entre los niveles de estructuración de la respuesta en términos de aprendizaje, como el aumento en la capacidad para manejar más conceptos. Por ejemplo, relacionar el concepto de variabilidad muestral y el de tamaño muestral pero, además, relacionar éste con la variabilidad de la población y el tamaño de la población.

El aprendizaje, a la luz del marco teórico desarrollado, implica una mayor capacidad de interrelación en la respuesta a las tareas de inferencia propuestas.

En relación con la aplicación del esquema ERIE, hemos podido observar que los alumnos de los cursos académicos más altos han tenido, globalmente, menos dificultades para responder los cuestionarios presentados. De hecho, las respuestas de estos alumnos se distribuyeron principalmente entre los niveles

más altos de respuesta del esquema ERIE, de acuerdo con la distribución por niveles que cabía esperar para estos alumnos.

Las respuestas de los alumnos de los primeros cursos se distribuyen en los niveles inferiores del esquema ERIE, manifestando mayor número de dificultades, en conjunto, para establecer relaciones entre los conceptos implicados en el proceso realización y valoración de inferencias. Los alumnos de estos niveles inferiores de estructuración de la respuesta manifiestan numerosas concepciones previas que dificultan el aprendizaje de los conceptos inferenciales analizados.

Hemos podido comprobar también, en términos generales, la existencia de numerosos casos de *décalage*, un mismo alumno da respuestas de distinto nivel en distintos constructos y, en ocasiones, en distintos contextos de presentación de la cuestión. Este resultado tiene un gran interés didáctico ya que aleja la ilusión de posible simplificación de la enseñanza y plantea con toda claridad el problema real de la gran dificultad de la enseñanza del tema en los niveles de enseñanza secundaria. Esta situación, junto a la necesidad social de mejorarla, echa sobre los hombros de los investigadores en Educación Estadística la responsabilidad de investigar ampliamente sobre este tema, con cuyas aportaciones únicamente se conseguirá finalmente su mejora.

Tabla 1
Marco teórico ERIE

Constructos	Niveles			
	N1: Idiosincrásico	n2: De transición	n3: Cuantitativo	n4: Analítico
POBLACIÓN Y MUESTRA (PM)	El estudiante emplea el concepto de población usual. No emplea los términos estadísticos de población o muestra. No identifica la población ni la muestra en la mayoría de los contextos. No reconoce la variabilidad muestral. No construye el espacio muestral.	El estudiante emplea el concepto de población usual. Puede presentar dificultades con el uso del término estadístico. Se centra en elementos simples para definir la muestra, una sola característica o un ejemplo. Ocasionalmente puede referirse a más de una pero sin relacionarlas. Identifica la población pero no la muestra en la mayoría de los contextos. Reconoce la variación entre las distintas muestras pero la atribuye al azar, como si de una causa sobrenatural se tratara.	El estudiante describe la población basándose en mas de una característica aunque no de una forma completa. Define el concepto de población en términos estadísticos. Describe la muestra en varios contextos y se hace utilizando todos los elementos necesarios aunque sin relacionarlos. Reconoce la variabilidad muestral, aunque no en todos los contextos, y la explica en términos estadísticos. Construye el espacio muestral en contexto concreto y lo hace sistemáticamente.	El estudiante describe completamente la población y se refiere a ella en términos estadísticos. Identifica la muestra en todos los contextos y la describe empleando todos los elementos necesarios relacionándolos adecuadamente. Reconoce la variabilidad muestral y la justifica en términos estadísticos. Identifica el espacio muestral y lo construye sistemáticamente.
PROCESO DE INFERENCIA (PI)	El alumno aborda la tarea pero no la completa. Las respuestas obedecen a	El alumno da respuestas condicionadas por un único aspecto: variabilidad	El alumno describe la composición de la población como similar a	El estudiante manifiesta que no se puede conocer la composición de la

Tabla 1
Marco teórico ERIE (continuación)

Constructos	Niveles			
	n1: Idiosincrásico	n2: De transición	n3: Cuantitativo	n4: Analítico
	<p>expectativas personales sobre la composición de la población en la mayoría de los contextos. Manifiesta la concepción previa.</p>	<p>(concepción determinista), sesgo de equiprobabilidad o naturaleza de la población. Manifiesta la concepción determinista.</p>	<p>la de la muestra en la mayoría de los contextos. Usa criterios numéricos para su cálculo. Manifiesta la concepción identidad.</p>	<p>población estudiando una de sus muestra. Usa criterios numéricos y lenguaje formal para expresarla. Manifiesta la concepción inferencial.</p>
TAMAÑO DE LA MUESTRA (TAM)	<p>El alumno manifiesta indiferencia ante el tamaño de la muestra. la estimación se basa en criterios personales. Ausencia de criterio para establecer un tamaño de muestra adecuado en la mayoría de los contextos.</p>	<p>Selecciona el tamaño basándose en aspectos poco relevantes como expectativas sobre la población o facilidad de cálculo. Expresa ideas deterministas sobre el muestreo. Selecciona un tamaño muestral basándose en un único aspecto relevante en la mayoría de los contextos.</p>	<p>El estudiante reconoce la influencia del tamaño de la muestra en la estimación aunque no las relaciona o lo hace subjetivamente. Usa criterios para establecer un tamaño de muestra adecuado en la mayoría de los contextos.</p>	<p>El alumno reconoce la influencia del tamaño de la muestra y emplea criterios estadísticos elaborados. Analiza la adecuación del tamaño de la muestra al de la población de estudio.</p>
TIPOS DE MUESTREO (TIM)	<p>La respuesta sobre la elección del método de</p>	<p>Distingue algunos tipos de muestreo utilizando</p>	<p>Reconoce los sesgos en el muestreo no aleatorio</p>	<p>Reconoce la posibilidad de la presencia de sesgos en</p>

Tabla 1
Marco teórico ERIE (continuación)

Constructos	Niveles			
	n1: Idiosincrásico	n2: De transición	n3: Cuantitativo	n4: Analítico
muestreo está sujeta a expectativas personales irrelevantes.	términos estadísticos pero no tiene criterios para distinguir entre muestreos aleatorios. Los métodos de muestreo no le parecen adecuados, prefiere los censos. No valora los métodos aleatorios ni identifica fuentes de sesgos.	aunque no siempre identifica las fuentes. Reconoce que los muestreos no aleatorios presentan más sesgos que los aleatorios. Distingue entre los muestreo aleatorios pero no siempre correctamente.	los muestreos no aleatorios e identifica sus fuentes.	
No distingue entre los métodos aleatorios. No reconoce las fuentes de sesgos.			Prefiere el muestreo aleatorio sobre el no aleatorio para realizar una encuesta. Encuentra diferencias entre los distintos métodos aleatorios.	

8. Referencias

- BIGGS, J. B. y COLLIS, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.
- BIGGS, J. B. y COLLIS, K. F. (1991). Multimodal learning and intelligent behavior. En H. D. Rowe (Ed.): *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (pp. 57-76). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associated Inc.
- GARFIELD, J. (1998). The statistical Reasoning Assessment: development and validation of a research tool. In Pereira-Mendoza, L.; Kea, L.; Kee, T. And Wong, W. (Eds.): *Proceeding of the Fifth ICOTS* (pp. 781-786). Singapore.
- GARFIELD, J. y AHLGREN, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- GARFIELD, J. y DEL MAS, R. (1989). Reasoning about chance events: Assessing and changing students' conception of probability. En C. Maher, G. Goldin, y B. Davis (Eds.): *The Proceedings of the Eleven Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. II (pp. 189-195). Rutgers: Rutgers University Press.
- JONES, G. A., LANGRALL, C. W., THORNTON, C. A., y MOGILL, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- JONES, G. A., LANGRALL, C. W., THORNTON, C. A., y MOGILL, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 487-519.
- JONES, G. A., THORNTON, C. A., y PUTT, I. J. (1994). A model for nurturing and assessing multidigit number sense among first grade children. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 117-143.
- JONES, G. A., THORNTON, C. A., PUTT, I. J., HILL, K. M., MOGILL, A. T., RICH, B. S., y VAN ZOEST, L. R. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 310-336.
- JONES, G. A.; THORNTON, C. A.; LANGRALL, C. W.; MOONEY E. S.; PERRY, B. y PUTT, I. J. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 30(5), 269-309.
- JUNTA DE ANDALUCÍA (1992). Decreto 106/1992 de 9 de Junio (BOJA del 20) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la E.S.O. en Andalucía.
- JUNTA de ANDALUCÍA (1994). Decreto 126/1994 de 7 de Junio (BOJA del 26 de Julio) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía.
- JUNTA de ANDALUCÍA (1997). Currículo de Bachillerato en Andalucía.

- JUNTA de ANDALUCÍA (2002). Decreto 148/2002, de 14 de Mayo, por el que se modifica el decreto 106/1992, de 9 de Junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía (ESO). (BOJA nº 75 de 27 de Junio).
- KONOLD, C. (1991). Understanding Students' beliefs About Probability. In E. von Glaserfeld (Ed.): *Radical Constructivism in Mathematics Education* (pp. 139-156). The Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- MEC (1990). Ley Orgánica 1/1990 de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, BOE de 4 de Octubre).
- MEC (1992). Decreto por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes al Bachillerato (BOE 253).
- MILES, M. B. y HUBERMAN, A. M. (1994). *Qualitative data Analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- MORENO, A. (2000). *Investigación y Enseñanza de la Estadística Inferencial en el nivel de secundaria*. Granada: El autor.
- MORENO, A. (2003). *Estudio teórico y experimental sobre el aprendizaje de conceptos y procedimientos inferenciales en el nivel de secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- MORENO, A. y VALLECILLOS, A. (2001). Exploratory Study on Inferential' Concepts Learning in Secondary Level in Spain. In M. van der Heuvel (Ed.): *Proceedings of the 25th Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education (PME)*, p. 343. The Netherlands: Freudenthal Institute and Utrecht University.
- NCTM (2000). *Principles and standards for schools mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- PEGG, J. (1992). Assessing students' understanding at the primary and secondary level in the mathematical sciences. In J. Izard y M. Stephens (Eds): *Reshaping Assessment Practice: Assessment in the Mathematical Sciences Under Challenge* (pp. 368-385). Melbourne: Australian Council of Educational Research.
- PFANNKUCH, M. y RUBICK, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, 1(2), 4-21.
- READING, C. (1996). *An Investigation into Students' Understanding of Statistics*. Ph. D. University of New England, Armindale, Australia.
- READING, C. (1998). Reaction to Data: Students Understanding of Data Interpretation. In Pereira-Mendoza, L.; Kea, L.; Kee, T. And Wong, W. (Eds.): *Proceeding of the Fifth ICOTS* (pp. 1427-1433). Singapore.
- READING, C. y PEGG, J. (1996). Exploring Understanding of Data Reduction. In: A. Gutierrez (Ed.): *Proceeding of the 20th PME*. Valencia, Spain.
- VALLECILLOS, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses. Invited paper. Bulletin of the 52nd Session of the International Statistical Institute, Vol. 2, 201-204. The Netherlands: ISI.

- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2003). Initial conception about sampling types in secondary level students. *Bulletin of the International Statistical Institute, Contributed Papers*. Vol. LX, Book 2 (pp. 566-567). Berlin: ISI.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2005a). A framework for teaching and assessing elemental inferential statistical reasoning. *Bulletin of the 55th Session of the International Statistical Institute*. CD ROM. Sydney: ISI.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2005b). Influencia del contexto en la comprensión de los conceptos de población y muestra en estudiantes de secundaria. *V Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática (CIBEM)*. CD ROM. Oporto: Universidad de Oporto.
- WATSON, J. y MORITZ, J. (1998). The Beginning of Statistical Inference: Comparing Two Data Sets. *Educational Studies in Mathematics*, 37(2), 145-168.
- WATSON, J. M. y MORITZ, J. B. (1999). The development of concepts of average. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(4), 15-39.
- WATSON, J. M. y MORITZ, J. B. (2000a). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 44-70.
- WATSON, J. M. y MORITZ, J. B. (2000b). The longitudinal development of understanding of average. *Journal of Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 11-50.
- WILD, C. y PFANNKUCH, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Inquiry. *International Statistical Review*, 63(3), 223-265.

Anexo: cuestionarios

A continuación describimos los cuestionarios empleados. El cuestionario 1 tiene un carácter introductorio para el alumno. Tiene como finalidad recordar los términos y familiarizarlo con el texto, por lo que no lo incluimos. El 2, que se sitúa en el contexto concreto, se incluye completo. Los cuestionarios 3 y 4 incluyen las mismas preguntas que el 2 pero en los contextos narrativo y numérico, por lo que sólo incluimos la redacción inicial de ambos cuestionarios. Sobre esos textos se hacen al alumno el mismo tipo preguntas (las mismas pero contextualizadas) que contiene el cuestionario 2. El cuestionario 5, que se refiere a los tipos de muestreo y la identificación de sesgos, se incluye completo.

Cuestionario 2: Contexto concreto

Tenemos una bolsa con 100 alubias que pueden ser de dos colores, rojo y blanco, y queremos estudiar el número de alubias de cada color que hay en la bolsa. Para ello sacamos cinco de esas alubias y miramos cuántas alubias blancas y rojas hemos cogido.

PM1. ¿Cuál es la población objeto de estudio?

PM2. ¿Cuál es la muestra utilizada para el estudio?

PI1. ¿Cuántas alubias rojas crees que habrá en la bolsa?

¿Puedes indicar la razón?

PM3. Si sacamos varias veces muestras de cinco alubias, ¿piensas que todas tendrán el mismo número que ha salido antes de alubias rojas? ¿Por qué sí o por qué no?

PM4. Si sacamos 100 muestras de cinco alubias, ¿cuántas crees que tendrán la cantidad de alubias rojas que le salieron a tu profesor?

PM5. Escribe todas las combinaciones diferentes de alubias rojas y blancas que puede haber en una muestra de cinco alubias.

Imaginate que sacamos 100 muestras de 5 alubias cada una. Dime cuántas crees que habría de cada una de las combinaciones anteriores.

TAM1. Antes hemos sacado 5 alubias de la bolsa que contiene 100 alubias de dos colores.

Imaginate que sacamos 10 alubias de la bolsa y obtenemos 6 rojas y 4 blancas. Indica cuál crees que es la composición de alubias de colores en la bolsa y explica tu respuesta.

Imaginate ahora que sacamos 25 alubias de la bolsa que contiene 100 alubias de dos colores y obtenemos 5 rojas y 15 blancas. Indica cuál es la composición de alubias de colores en la bolsa y explica tu respuesta.

¿Cuál de las muestras anteriores crees que nos proporciona una idea más aproximada del número de alubias de cada color en la bolsa? ¿Por qué?

TAM2. ¿Crees que 25 alubias son suficientes para darnos una idea de cuántas alubias rojas y blancas hay en la bolsa?

¿Por qué sí o por qué no?

TAM2. ¿Cómo sabes cuántas alubias son suficientes para hacernos una idea apropiada del número de alubias blancas y rojas que hay en la bolsa?

Cuestionario 3: Contexto narrativo

El Ayuntamiento se plantea quitar un parque para construir unos aparcamientos y se desea conocer la opinión al respecto de los 4.000 habitantes mayores de 18 años. Para ello se encuesta a 200 de ellos y se obtiene como resultado que el 75% (150) no desea que se quite el parque.

Cuestionario 4: Contexto numérico

En la siguiente tabla se muestran 100 medidas ordenadas de modo que cada una de ellas se puede referenciar por un número de dos dígitos desde el 00 (21) al 99 (18). Necesitamos tener

una estimación de la media de todas las medidas. Para ello seleccionamos aleatoriamente cinco de ellas: 23, 26, 24, 26, 27 y calculamos la media de estas cinco medidas que es 25,2.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	21	25	19	22	26	14	18	24	21	23
2	22	22	12	17	17	13	15	30	21	27
3	26	25	22	24	21	29	11	26	20	20
4	20	28	21	16	22	22	19	31	18	24
5	18	23	19	16	15	29	17	16	19	23
6	37	20	27	28	23	19	25	28	24	14
7	20	24	30	26	29	27	24	21	18	24
8	25	23	27	35	33	31	16	25	27	18
9	26	19	17	28	21	13	23	25	20	18

Situados en cada uno de estos dos contextos anteriores se hacen al alumno las preguntas correspondientes tal como están redactadas en el Cuestionario 2_.

Cuestionario 5: Tipos de muestreo y sesgos

1. (TIM3). De una baraja de cartas hemos extraído los ases. Al resto de cartas se les asignan los valores siguientes

2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K
2 3 4 5 6 7 8 9 10 10 10 10

La media de los valores es $\frac{2 + 3 + 4 + \dots + 9 + 4 \times 10}{12} = 7$

Señala con un círculo la que creas que es la mejor estimación de esta media:

- Barajamos las cartas y sacamos dos cartas aleatoriamente. Obtenemos la media de estas dos cartas.
- Ponemos en un montón las cartas de valor menor o igual que 7, en otro las cartas de valor mayor que 7. Sacamos una carta de cada montón y obtenemos la media de las dos.
- No hay diferencia entre los dos métodos.
- Ninguno de los dos, yo haría:

2. La Junta de Andalucía desea conocer cuál es el porcentaje de institutos que guardan papel para reciclar. Hay 3000 institutos en Andalucía. Si el gobierno encuentra que la mayoría de los institutos no reciclan, entonces tendrán que gastar dinero en propaganda para concienciar

en la necesidad de reciclar. Si encuentra que la mayoría de los institutos ya están reciclando, ellos pueden gastar ese dinero en otras cosas. Varias empresas han realizado encuestas para estudiar si los institutos guardan papel para reciclar.

TIM1. La primera compañía envió cartas a todos los institutos de Andalucía (3000 institutos). Cada carta preguntaba si guardaban papel para reciclar o no. 1500 institutos contestaron a sus cartas pero otros 1500 no lo hicieron. De los institutos que contestaron a las cartas, 91% (1365) dijeron que sí guardaban papel para reciclar y el 9% (135) dijeron que no.

¿Qué piensas de su encuesta?

(Elige tu respuesta)

- a) Está bien realizada b) Está mal realizada c) No estoy seguro

Explica tu elección.

TIM1. La segunda compañía que realiza encuestas preguntó a los 1.500 institutos que celebraron el Día del Árbol en Andalucía si ellos guardaban papel para reciclar o no. Encontraron que el 90% recicla y el 10% no recicla.

¿Qué piensas de su encuesta?

(Elige tu respuesta)

- a) Está bien realizada b) Está mal realizada c) No estoy seguro

Explica tu elección

TIM1. *La tercera empresa tiene una lista con todos los nombres de los institutos de Andalucía. Escriben cada nombre en un papel y los introducen en una caja. Sacan el nombre de 1500 institutos y los llaman. Encuentran que el 28% de los institutos dicen que reciclan y el 72% dicen que no reciclan papel.*

¿Qué piensas de su encuesta?

(Elige tu respuesta)

a) *Está bien realizada*

b) *Está mal realizada*

c) *No estoy seguro*

Explica tu elección

TIM2. *Si le tuvieses que decir al gobierno cómo se hace una encuesta para saber si los institutos guardan papel para reciclar, ¿qué harías?*

a) *Yo les diría que lo hicieran como la primera compañía.*

b) *Yo les diría que lo hiciesen como la segunda compañía.*

c) *Yo les diría que lo hiciesen como la tercera compañía.*

d) *Yo les diría que no lo hiciesen como ninguna de esas compañías. Lo haría de este modo:*

Resumen

En este artículo describimos una investigación realizada con el fin de estudiar el conocimiento informal que los estudiantes de secundaria tienen de la estadística inferencial y desarrollar un marco teórico para su enseñanza que hemos llamado ERIE (acrónimo de Esquema de Razonamiento en Inferencia Estadística). ERIE está situado en el modelo evolutivo SOLO descrito por Biggs y Collis (1982; 1991) y ha sido formulado, refinado y validado mediante dos estudios empíricos y un estudio de casos llevados a cabo con estudiantes de este nivel de enseñanza. Consta de cuatro constructos y cuatro niveles de razonamiento en cada uno de ellos. Los constructos son 'Población y muestra' (PM), 'Proceso de inferencia' (PI), 'Tamaño muestral' (TAM) y 'Tipos de muestreo' (TIM) y en cada uno de ellos los niveles de razonamiento son un continuo desde el idiosincrásico hasta el analítico.

Los resultados empíricos muestran que ERIE puede caracterizar el aprendizaje de la inferencia estadística elemental y puede servir para evaluarla. ERIE, Moreno (2003), es una

contribución al conocimiento teórico en el campo de la Educación Estadística y puede ayudar en la organización de la enseñanza específica en cursos introductorios.

Palabras clave: marco teórico, inferencia estadística, enseñanza secundaria.

Abstract

In this article we describe a research we have carried out in order to study the informal knowledge of inferential Statistics that Secondary Education students have and to develop a theoretical frame for its teaching. We have named it ERIE (an acronym for "Esquema de Razonamiento en Inferencia Estadística", Framework for Reasoning in Inferential Statistics).

ERIE is based on the evolutive model SOLO described by Biggs and Collins (1982;1991) and has been formulated, refined and validated using two empirical studies and a case study carried out on students at this education level. It has four constructs, each one including four levels of reasoning. The constructs are: "Population and Sample" (PM), "Inference Process" (PI), "Sample Size" (TAM), and "Types of sampling" (TIM). The levels of reasoning are continuous from Idiosyncratic to Analytical.

The empirical results show that ERIE can characterise the learning of elementary Statistical Inference and can be used to evaluate it. ERIE (Moreno, 2003) is a contribution to the theoretical knowledge in the field of Statistical Education and can help the organization of specific teaching in introductory courses.

Key words: theoretical framework, statistical inference, secondary school level.

Angustias Vallecillos

Antonio Moreno

*Departamento Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación. Campus de Cartuja
Universidad de Granada*

Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*

Assumpta Estrada Roca
Carmen Batanero
Josep Maria Fortuny

Introducción

La Estadística es una materia frecuentemente olvidada en la enseñanza obligatoria, a pesar de su utilidad reconocida, y debería figurar en los programas oficiales. Para algunos autores (Heaton, 2002), esto es debido, en parte, a la escasa preparación estadística con la que el profesor termina sus estudios, lo que hace que cuente con pocos recursos a la hora de dar sus clases y, por consiguiente, al tener poco tiempo para dar todo el temario, como ocurre normalmente, la omite. En otros casos (Stohl, 2005) los profesores comparten las concepciones erróneas y las dificultades de sus alumnos con ellos.

Esto produce un círculo vicioso, puesto que, al no impartir la Estadística, el profesor no llega a completar con la práctica docente los escasos conocimientos con que sale de las

No sabemos hasta qué punto la actitud del profesor hacia la Estadística empeora o mejora con la práctica docente, debido a la dificultad que el mismo encuentra en la enseñanza de dicha materia.

* Trabajo financiado por el Proyecto SEJ2004-00789 MEC (Madrid).

Facultades de Educación y escuelas de Magisterio. Como consecuencia, no da a esta materia el valor que se merece, y sus actitudes hacia la Estadística, tanto de profesores en formación como de profesores en ejercicio, suelen ser negativas o neutras, lo que incidirá en la motivación del profesor al enseñarla a sus alumnos. No sabemos tampoco si la actitud del profesor en ejercicio hacia la Estadística empeora con la práctica docente debido a la dificultad que él mismo encuentra en la materia, o bien al hecho de que se le dé escasa importancia (hecho constatable, por ejemplo, en que no se incluyan en los exámenes de selectividad preguntas de Estadística), o bien a la dificultad que aprecie hacia la misma en sus alumnos.

Esta problemática nos han llevado a interesarnos por la evaluación de las actitudes hacia la Estadística de los profesores de Educación Primaria, y, por consiguiente, por el análisis de los diferentes componentes que los configuran, por la identificación de algunas variables que le afectan y por el estudio de las relaciones entre actitudes y conocimientos estadísticos de estos profesores. Este estudio complementa otros trabajos previos sobre concepciones de profesores en Estadística y Probabilidad llevados a cabo en diferentes universidades españolas, como los de Azcarate (1995), Serrano (1996) y Cardeñoso (1998) en el campo de la probabilidad y los de Estepa (1993), Batanero, Godino y Navas (1997) en el de la Estadística.

Las actitudes y sus componentes

Los trabajos de McLeod (1988, 1989, 1992, 1994) han contribuido en gran medida a reconocer la importancia de las cuestiones afectivas hacia las Matemáticas. En ellos, las actitudes aparecen como un fenómeno de difícil definición, debido a que no constituyen una entidad observable, sino que son construcciones teóricas que se infieren de ciertos comportamientos externos, frecuentemente verbales.

Así, dependiendo del investigador, encontramos diversas definiciones. Para Auzmendi (1992, p. 17), las actitudes son "*aspectos no directamente observables sino inferidos, compuestos tanto por las creencias como por los sentimientos y las predisposiciones comportamentales hacia el objeto al que se dirigen*". En cambio, Gómez Chacón (2000) entiende la actitud como uno de los componentes básicos del dominio afectivo y las define: "*Como una predisposición evaluativa (es decir positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento*" (p. 23). Por otro lado, Gal y Garfield (1997) las consideran como "*Una suma de emociones y sentimientos que se experimentan durante el periodo de aprendizaje de la materia objeto de estudio*" (p. 40).

Las actitudes son bastante estables, de diversa intensidad, y se expresan positiva o negativamente (agrado/desagrado, gusto/

disgusto) y, en ocasiones, pueden representar sentimientos vinculados externamente a la materia (profesor, actividad, libro, etc.). Surgen en edades muy tempranas, si bien tienden a ser favorables en un principio (Callahan, 1971), tienen una evolución negativa (Suydam, 1984) que, según Aiken (1974), persiste con el paso del tiempo. Según los estudios encontrados sobre formación de actitudes hacia las Matemáticas o la Estadística, su origen proviene de:

- Experiencias previas en contextos escolares, en el caso de la Estadística, basadas en aplicaciones rutinarias de fórmulas sin metodología ni aplicaciones reales adecuadas. Calderhead y Robson (1991) afirman que los profesores en formación están arraigados a imágenes procedentes de sus experiencias como alumnos, que ayudan en algunos aspectos de su formación, pero también actúan como filtros a través de los cuales son examinadas las nuevas informaciones. Sus conclusiones son contundentes: en la mayoría de los casos generan actitudes negativas.
- Las nociones de Estadística obtenidas a partir de la vida cotidiana fuera del aula, en la prensa o en los medios de comunicación que, según Gal y Ginsburg (1994), suelen estar asociadas a números y, a veces, son conceptualmente erróneas.
- Al considerar que la Estadística es lo mismo que las Matemáticas, se transfieren las actitudes de una materia a

otra. Así, se observa en algunos casos un bloqueo total delante de situaciones problemáticas que han de ser tratadas estadísticamente, dado que frecuentemente infravaloran sus capacidades matemáticas y, al considerar la Estadística como una técnica matemática más, se están imposibilitando para un aprendizaje adecuado (Brandstreat, 1996).

Los componentes de las actitudes

Si bien en un principio se consideraba la actitud como un constructo unidimensional, hoy en día los estudios multidimensionales, en los que las actitudes hacia una materia se estructuran en componentes, son los más frecuentes. Así, los trabajos de Auzmendi (1992), Gil Flores (1999) y Gómez Chacón (2000) diferencian en ellos tres factores básicos, llamados también *componentes pedagógicos*:

- *Componente cognitivo*: se refiere a las expresiones de pensamiento, concepciones y creencias, acerca del objeto actitudinal, en este caso, la Estadística;
- *Componente afectivo o emocional*: está constituido por expresiones de sentimiento hacia el objeto de referencia. Recogería todas aquellas emociones y sentimientos que despierta la Estadística, y por ello son reacciones subjetivas positivas/negativas, de acercamiento/huida, o de placer/dolor;

- *Componente conductual o tendencial:* aparece vinculado a las actuaciones en relación con el objeto de las actitudes. Son expresiones de acción o intención conductista/conductual y representan la tendencia a resolverse en la acción de una manera determinada.

Sin embargo, en Schau y cols. (1995) se estructuran en cuatro dimensiones o componentes:

- *Afectivo:* sentimientos positivos o negativos hacia la Estadística;
- *Competencia cognitiva:* percepción de la propia capacidad sobre conocimientos y habilidades intelectuales en Estadística;
- *Valor:* utilidad, relevancia y valor percibido de la Estadística en la vida personal y profesional;
- *Dificultad:* se refiere a la percibida de la Estadística como asignatura. Aunque un estudiante pueda reconocer el valor de una materia, sentir interés hacia la misma (componente afectivo) y pensar que tiene suficientes conocimientos y habilidades (componente cognitivo), puede llevarlo a considerar la materia como fácil o difícil.

Esta última propuesta es la que ha servido de base para la elaboración del cuestionario de actitudes hacia la Estadística S.A.T.S., que es el que utilizaremos en nuestro trabajo con profesores en formación.

Estudios previos

En el momento de iniciar nuestro trabajo, encontramos que muchas de las investigaciones realizadas se han orientado hacia la construcción de una escala, siendo las más conocidas las de Wise (1985) y Schau y cols. (1995), o hacia el análisis de la influencia de diversas variables tales como el género (Gil Flores, 1999), el rendimiento académico (Harvey, Plake y Wise, 1988; Wilensky, 1997) y la experiencia formativa en Matemáticas y Estadística (Auzmendi, 1992; Mastracci, 2000), principalmente. Un análisis detallado de estas investigaciones previas aparece en Estrada (2002) y, posteriormente, un estudio de las características psicométricas de todos estos instrumentos en Carmona (2004).

No encontramos entonces investigaciones sobre las actitudes hacia la Estadística de profesores en formación o en ejercicio, ya que la evaluación de actitudes se realizaba generalmente con grupos de alumnos universitarios o licenciados de Economía, Psicología, Biología u otras carreras. En nuestro estudio nos centramos pues, en una población que prácticamente no había sido objeto de estudio, siguiendo la línea de los trabajos de Auzmendi (1992), Schau y cols. (1995), Gil Flores (1999) y Mastracci (2000). Posteriormente, se ha publicado el trabajo de Nasser (2004), quien trata de construir un modelo estadístico para predecir las actitudes de futuros profesores en función de otras variables, como la ansiedad

y la aptitud matemática, pero no se centra específicamente en los conocimientos estadísticos. En lo que sigue, presentamos un resumen del estudio y sus resultados, que se describe con más detalle en Estrada, Batanero y Fortuny (2003 y 2004).

Diseño del estudio

El trabajo se ha llevado a cabo durante un periodo dilatado de tiempo, y ha tenido dos fases y enfoques diferentes. En una primera fase nos centramos solamente en el estudio de las actitudes hacia la Estadística, comparando los profesores en formación y en ejercicio, siempre en el nivel de la Enseñanza Primaria. En aquel momento, no disponíamos de un instrumento de medición de actitudes que se adaptara completamente a los fines de nuestro trabajo, puesto que tratábamos de evaluar componentes diferenciados, más allá de los llamados puramente pedagógicos. Por ello, diseñamos un instrumento propio, que fue también utilizado para realizar un primer estudio exploratorio, con una muestra reducida de profesores en formación y en ejercicio, que nos permitiera decidir si se continuaba con el mismo colectivo, si se analizaban las mismas variables personales y escolares y si el instrumento era adecuado. Este estudio y sus conclusiones se describen en Estrada (2002).

Contrariamente a nuestra hipótesis inicial, no encontramos unas diferencias acusadas

en las actitudes de profesores en formación y profesores en ejercicio, por lo que decidimos continuar el trabajo centrándonos exclusivamente en evaluar la actitud hacia la Estadística de los profesores en formación, sobre los que recae principalmente nuestra acción formativa. También decidimos utilizar para el nuevo estudio el instrumento construido por Schau y cols. (1995), S.A.T.S. (*Survey of Attitudes Toward Statistics*), que recogía otras herramientas anteriores y las mejoraba, con unos valores de fiabilidad y validez adecuados. Esta escala se compone de 28 ítems, cada uno de los cuales puntúa de 1 a 5, y agrupados en los 4 componentes indicados.

Asimismo, puesto que la lectura y el análisis de la bibliografía que hicimos durante la primera fase del estudio nos indicaba la estrecha relación existente entre las actitudes y los conocimientos hacia la Estadística, decidimos completar el estudio, con una evaluación exploratoria de los conocimientos estadísticos de los profesores en formación sobre aquellos conceptos elementales que han de explicar a sus alumnos. Puesto que eran escasos los estudios sobre conocimientos estadísticos de los profesores en formación, pensamos que también en este punto nuestro trabajo podría aportar nueva información relevante para la formación del profesorado. Con este fin utilizamos parte del cuestionario *Statistics Reasoning Assessment* (Garfield, 1988, 2003), más concretamente, los ítems

referidos a interpretación de gráficos, promedios, asociación, comparación de muestras y muestreo.

La principal variable dependiente de nuestro estudio es la actitud hacia la Estadística de profesores en formación, operacionalizada a partir de la puntuación total en la escala S.A.T.S. Asimismo, son variables dependientes los componentes de las actitudes, a saber: competencia cognitiva, afectiva, valor y dificultad, respectivamente operacionalizados a partir de las puntuaciones en los diferentes componentes que conforman la escala elegida; y los conocimientos estadísticos elementales, medidos a partir de las respuestas al cuestionario. Como variables explicativas de la actitud se analizaron el género (mujer o varón), la especialidad (dentro de los estudios de Magisterio) y el número de cursos previos realizados sobre Estadística. En Estrada (2002) se describen los objetivos, se precisan las hipótesis iniciales y se describe las características de la muestra participante (367 profesores en formación).

Principales resultados

Actitudes de los futuros profesores

Las actitudes de los futuros profesores resultaron neutras con una ligera tendencia a la positividad, como podemos deducir de los resúmenes estadísticos presentados en la tabla 1, donde observamos que las medias obtenidas en la puntuación total y para las diferentes componentes presentan puntuaciones superiores a los valores teóricos, con desviaciones típicas, en general pequeñas, lo que asegura un buen grado de acuerdo en la respuesta. Al comparar la puntuación tipificada de la medias con el valor teórico, la competencia cognitiva aparece como el factor más valorado, a gran distancia de los otros tres componentes, que presentan puntuaciones inferiores y poco diferenciadas entre sí. Es decir, los profesores consideran tener bastante capacidad para aprender la materia, a pesar de que el valor que le conceden no es excesivo, no les gusta demasiado y no la ven demasiado fácil.

Tabla 1

Resúmenes estadísticos de los componentes y puntuación total

Componente	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica	Máximo posible	Media teórica	Puntuación tipificada (media)
Afectivo	6	29	18,67	4,17	30	15	0,88
Cognitivo	9	30	20,47	3,57	30	15	1,53
Valor	14	43	29,60	5,03	45	25	0,91
Dificultad	11	28	20,33	3,32	35	17,5	0,85
Puntuación total	48	123	88,76	13,33	140	70	1,4

Estudio componencial

Al analizar las correlaciones entre los componentes y la puntuación total (tabla 2), podemos comprobar que estos componentes están correlacionados entre sí; siendo el componente afectivo es el que presenta una mayor influencia en la actitud global, lo que corrobora la teoría de la importancia del dominio afectivo en las actitudes, destacado por McLeod (1992 y 1994). Estos resultados fueron confirmados por el análisis factorial, en el que retuvimos los cinco factores usando el método de extracción por componentes principales y rotación varimax. El primer factor fue dominante y explicó el 27% de la varianza total. Este componente se interpreta como oposición entre valor y dificultad de la Estadística. El resto de los factores no se destacaron independientemente, sino que aparecieron mezclados entre sí, lo que indica la relación de los afectos, la dificultad percibida y la capacidad cognitiva. Estos resultados se confirmaron con el análisis cluster y contradicen las investigaciones de Schau y cols. (1995) y Dauphinee y cols. (1997), en las que los cuatro factores

se configuran independientemente en el análisis factorial.

En resumen, en nuestro trabajo los componentes competencia cognitiva y afectivo aparecen ligados, y se observa una relación inversa entre la dificultad y el valor, único componente cuyos ítems aparecen claramente agrupados al realizar el análisis cluster y factorial.

Variables que influyen en las actitudes

Los resultados del análisis de covarianza indican que sólo el número de años de estudio tiene un efecto estadísticamente significativo sobre la puntuación media en la escala de actitudes. No aparece influencia de género, especialidad o interacción, ni en la puntuación total ni en ítems aislados. Sin embargo aparece una ligera diferencia de puntuaciones medias entre hombres y mujeres que coincide con el trabajo de Cazorla y cols. (1998), quienes obtienen actitudes más negativa en el caso de las mujeres.

En cuanto a los años de estudio, se aprecia un cambio notable de actitud favorable a

Tabla 2

Correlaciones (Pearson) entre componentes

Componente	P. total	Afectivo	C. Cognitiva	Dificultad	Valor
Puntuación total	1,00	0,88	0,87	0,75	0,77
Afectivo		1,00	0,78	0,47	0,64
C. Cognitiva			1,00	0,45	0,63
Dificultad				1,00	0,33
Valor					1,000

medida que aumenta la instrucción en la materia, lo que corrobora nuestro objetivo de incidencia en los planes de estudio de las facultades de Educación y las escuelas de Magisterio. Respecto al estudio por componentes, hallamos un efecto estadísticamente significativo referente al número de años de estudio en relación a tres de los componentes (utilidad, afectivo y valor), aunque no se aprecia una mejora en la dificultad percibida del tema.

Conocimientos estadísticos y su relación con las actitudes

Los resultados del cuestionario muestran un desconocimiento de los conceptos estadísticos básicos por parte de los profesores en formación, ya que, de un número máximo de 19 respuestas correctas, el valor medio obtenido fue 12,1. Aunque ello supone más de la mitad de la prueba, los ítems propuestos eran muy elementales.

El análisis de los ítems aislados muestra buena percepción de la variabilidad del muestreo y del efecto del sesgo al elegir una muestra sobre la fiabilidad de una estimación, así como capacidad para la comparación de promedios. Por el contrario, se aprecian dificultades en la inversión del algoritmo de la media, comprensión del efecto de los valores atípicos y el cero sobre la media, falta de percepción de la posición relativa de media, mediana y moda en distribuciones asimétricas y confusión entre los conceptos de correlación y causalidad.

En cuanto a la influencia de las variables independientes, no se observa un efecto significativo del número de años de estudio sobre estos errores. Esto nos hace reflexionar sobre el tipo de la enseñanza actual de la Estadística, que no presta atención a los aspectos interpretativos y se centra en los algoritmos de cálculo. Hemos encontrado también diferencias significativas en función de la especialidad, que se explican por la mayor nota de acceso a la universidad exigida en unas determinadas especialidades, frente a lo que sucede en otras.

Las puntuaciones de la actitud y sus componentes presentaron correlaciones estadísticamente significativas y positivas con los conocimientos estadísticos elementales, aunque de intensidad moderada. Ello se explica porque, por un lado, se trata de constructos (conocimientos y actitudes) multidimensionales que no se pueden reflejar en un solo ítem, componente o cuestionario; y por otro, porque otras variables (años de estudio, especialidad) han mostrado su influencia sobre ambos constructos. En todo caso, la confirmación de esta hipótesis nos sugiere que la mejora de los conocimientos de los profesores en formación es un modo de incidir positivamente en sus actitudes.

Conclusiones

Pensamos que nuestro trabajo supone una aportación importante al conocimiento de las actitudes de los profesores de Educación Primaria hacia la Estadística, tanto para el caso

de profesores en formación como en ejercicio, que no habían sido estudiadas por otros investigadores. Nuestro trabajo sugiere que los resultados sobre componentes y variables que afectan a las actitudes y que han sido descritos en relación a otros colectivos no se extrapolan fácilmente al caso de los profesores de Educación Primaria, abriendo una línea de investigación para confirmar y explicar las diferencias encontradas. La metodología de análisis de datos, los instrumentos de evaluación analizados y el estado de la cuestión presentado, en particular el referente al tema de las actitudes, son también contribuciones que pueden ser utilizadas en otras investigaciones sobre formación del profesorado, actitudes hacia la Estadística o hacia otros temas matemáticos.

Nuestros resultados sugieren que la actitud de los futuros profesores respecto a la Estadística presenta una ligera tendencia positiva, globalmente y en sus distintos componentes, destacando la puntuación total, así como el componente cognitivo, que sería el más

valorado por los profesores en formación. El efecto mostrado de los conocimientos sobre las actitudes sugiere que la mejor preparación de los profesores es un requisito imprescindible si queremos mejorar sus actitudes. Simultáneamente, se conseguiría superar los errores y dificultades que hemos observado en la evaluación de los conocimientos estadísticos de estos futuros profesores.

Puesto que el estudio componencial indica que el valor concedido a la materia está inversamente relacionado a la dificultad percibida, es importante que la enseñanza no añada dificultad innecesaria al tema, dado que estamos hablando específicamente de conocimientos estadísticos elementales, que no requiere el conocimiento de unas Matemáticas avanzadas. Nuestra recomendación es seguir la sugerencia de Ball (2000) de llevar a cabo simultáneamente la enseñanza de los contenidos matemáticos y didácticos de los profesores, mostrándoles aplicaciones y una metodología que puedan utilizar con sus futuros alumnos.

Referencias bibliográficas

- AIKEN, L. R. JR. (1974). Two scales of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71.
- AUZMENDI, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Mensajero. Bilbao.
- AZCARATE, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

- BALL, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.
- BATANERO, C., GODINO, J. D. y NAVAS, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. En H. Salmerón (ed.), *Actas de las VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 310-304). Universidad de Granada.
- BRADSTREAT, T. E. (1996). Teaching introductory statistics course so that nonstatisticians experience statistical reasoning. *The American Statistician*, 50, 69-78.
- CALDERHEAD, J. y ROBSON, M. (1991). Images of teaching. *Teaching & Teacher education*, 7, 1-8.
- CALLAHAN, W. J. (1971). Adolescent attitudes toward mathematics. *Mathematics Teacher*, 64, 751-755.
- CARMONA, J. (2004). Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística *Statistics Education Research Journal*, 3(1), 5-28. Disponible en Internet: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3\(1\)_marquez.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(1)_marquez.pdf).
- CAZORLA, I. M., SILVA, C. B. DA, VENDRAMINI, C. y BRITO, M. R. F. (1998). Adaptação e validação de uma escala de actitudes em relação à Estatística. En: *Actas de la Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística* (pp. 45-58). PRESTA. Florianópolis.
- DAUPHINEE, T. L., SCHAU, C. y STEVENS, J. J. (1997). Survey of Attitudes Toward Statistics: Factor structure and factorial invariance for women and men. *Structural Equation Modelling*, 4 (2), 129-141.
- ESTEPA, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada.
- ESTRADA, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- ESTRADA, A., BATANERO, C y FORTUNY, J. M. (2003) Actitudes y estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Actas de las 27 Congreso de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*. Universitat de Lleida. CD ROM.
- ESTRADA, A., BATANERO, C y FORTUNY, J. M. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las ciencias*, 22 (2), 263-274.
- GAL, I. y GARFIELD J. B. (1997). Monitoring attitudes and beliefs in statistics education. En: I. Gal y J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 37-51). IOS, Press, Voorburg.
- GAL, I. y GINSBURG, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning statistics: towards an assesment framework. *Journal of Statistics Education*, 2(2). Disponible en Internet: <http://www.amstat.org/publications/jse/v2n2/gal.html>
- GARFIELD, J. B. (1998). The statistical reasoning assessment: Development and validation of a research tool. In L. Pereira- Mendoza (Ed.), *Proceedings of the 5th International Conference on Teaching Statistics* (vol. 2, pp. 781-786). Singapore: International Statistical Institute.

- GARFIELD, J. B. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22-38. On line: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2\(1\)](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2(1)).
- GIL FLORES, J. (1999). Actitudes hacia la Estadística. Incidencia de las variables sexo y formación previa. *Revista Española de Pedagogía*, 214, 567-590.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea. Madrid.
- HARVEY, A. L., PLAKE, B. S. y WISE, S. L. (1988). The validity of six beliefs about factors related to statistics achievement. Presentado en el *Congreso de la AERA*, New Orleans. Publicación electrónica.
- HEATON, R. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 35-59.
- MASTRACCI, M. (2000). *Gli aspetti emotive nell'evoluzione dell'apprendimento della statistica e della sua valutazione. Un caso di studio sugli studenti di SSA*. Tesis de Laurea. Universidad La Sapienza de Roma.
- MC LEOD, D. B. (1988). Affective issues in Mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134-140.
- MC LEOD, D. B. (1989). Beliefs, attitudes and emotions: new view of affect in mathematics education. En: D. B. Mc Leod y V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 245-258). New York: Springer-Verlag.
- MC LEOD, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En: D.A. Grows(Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-596). Macmillan N.C.T.M. New York.
- MC LEOD, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647.
- NASSER, F. M. (2004). Structural model of the effects of cognitive and affective factors on the achievement of arabic-speaking pre-service teachers in introductory statistics. *Journal of Statistics Education*, 12 (1). Disponible en Internet: www.amstat.org/publications/jse/v12n1/nasser.html.
- SCHAU, C., STEVENS, J., DAUPHINE, T. y DEL VECCHIO, A. (1995). The development and validation of the survey of attitudes towards statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 55 (5), 868-875.
- SERRANO, L. (1996). *Significados institucionales y personales de conceptos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- STOHL, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. Jones (Ed.). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). Dordrecht: Kluwer.

- SUYDAM, M. N. (1984). Research report: Attitudes toward mathematics. *Arithmetic Teacher*, 32, 12.
- WILENSKY, U. (1997). What is normal anyway? therapy for epistemological anxiety. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 171-202.
- WISE, S. L. (1985). The development and validation of a scale measuring attitudes toward statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 45, 401-405.

Resumen

Resumimos la tesis doctoral de Dña Assumpta Estrada Roca, dirigida por Carmen Batanero y Josep María Fortuny, y presentada en la Universidad Autónoma de Barcelona en septiembre de 2002, reflexionando sobre las implicaciones de sus resultados para la formación de profesores.

Palabras clave: actitudes, formación de profesores, estadística.

Abstract

We summarise the Doctoral Thesis of Mrs. Assumpta Estrada Roca, which was directed by Carmen Batanero and Josep María Fortuny and defended at the Universidad Autónoma de Barcelona, September, 2002. We also reflect on its implications on teacher training.

Key words: attitudes, teacher training, statistics.

Assumpta Estrada Roca

Departamento de Matemáticas. Universitat de Lleida

Carmen Batanero

*Departamento Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación. Campus de Cartuja
Universidad de Granada*

Josep Maria Fortuny

*Departamento Didáctica de la Matemática y CC Experimentales.
Facultad de Ciencias de la Educación. Campus de Bellaterra.
Universidad Autónoma de Barcelona*

La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO

Anna Serradó Bayés
Pilar Azcárate Goded
José María Cardeñoso Domingo

Introducción

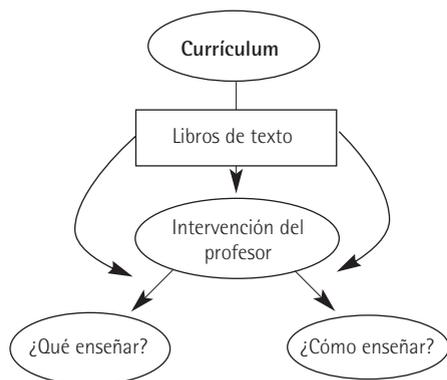
La investigación que presentamos se enmarca en el trabajo desarrollado por el grupo de investigación de la Universidad de Cádiz "Desarrollo Profesional del Docente", Hum462 del PAI de la Junta de Andalucía. Una de las agendas de investigación puesta en marcha, desde 1992, en el seno del grupo, está en relación directa con los procesos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento probabilístico. En concreto nuestro trabajo está centrado en el análisis del "Tratamiento del Azar" en Educación Secundaria Obligatoria y, para ello, comenzamos analizando algunos de los libros de textos propuestos desde las editoriales para este nivel, pues pensamos que en numerosas ocasiones éstos organizan la docencia del profesor de matemáticas de esta etapa educativa (Serradó, 2003).

En este artículo, presentamos las caracterizaciones que se reflejan en una muestra de los libros de texto más vendidos en nuestro

La importancia del libro de texto, como recurso básico para el profesor, se refleja en la cantidad de investigaciones desarrolladas en los últimos años sobre este instrumento educativo, pero en lo relativo a los libros de estadística, el tema es de reciente investigación.

entorno, sobre la noción de probabilidad. Éstas surgen de los resultados correspondientes al análisis de los conocimientos que introducen los textos con referencia a la noción de Probabilidad y al cálculo de Probabilidades.

Figura 1



Para ello, nos formulamos los siguientes interrogantes:

¿Cómo caracterizan los libros de texto la noción de probabilidad? ¿Cómo caracterizan su medida? ¿Qué tendencias existen en la caracterización de la noción de probabilidad?

Una primera aproximación al análisis de la validez de los interrogantes formulados, y las respuestas aportadas desde las investigaciones en Didáctica y, en particular, en Didáctica de la Probabilidad, la hemos realizado mediante la revisión de los antecedentes de esta investigación.

Antecedentes de la investigación

La importancia del libro de texto, como recurso básico para el profesor, se refleja en la cantidad de investigaciones, en torno a este, que se han desarrollado en los últimos años. Estas investigaciones se orientan a diferentes temáticas.

Un primer grupo de investigaciones se han centrado en estudiar la influencia de los libros de texto en la aplicación del currículo en las aulas, estableciendo cómo los libros de texto actúan de enlace entre las disposiciones curriculares y los profesores (Albatch, 1991; Apple, 1989; Gimeno, 1995; Goodson, 1989, 1995 y Konior, 1993). El análisis de las principales conclusiones presentadas en estas investigaciones nos indican que, como indica Torres (1991), los libros de texto son los principales homogeneizadores del sistema educativo.

En el campo de la Educación Matemática, se han realizado multitud de investigaciones que analizan la influencia del libro de texto en el proceso de enseñanza y aprendizaje (McGinty, Van Beyned y Zalewski, 1986; Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1993; Sierpinska, 1993; Cardeñoso y Azcárate, 1995; Sanz, 1995; Harrys, 1997; Pepin y Haggarty, 2000). Estas investigaciones resaltan que los libros de texto son representaciones del currículo, y su principal papel, es actuar como nexos entre el currículo y la acción. Los profesores ejercen

el control sobre el currículo, como si lo aprobasen, usando los libros de texto, al servicio de sus propias percepciones del significado de la enseñanza y aprendizaje. Boostrom (2001: 242), confirma esta idea, afirmando que *“el papel principal de un libro de texto no es presentar información, pero sí apoyar la instrucción. El libro de texto adquiere el propósito de crear condiciones de aprendizaje”*.

Un segundo grupo se centra en el análisis de los aspectos didácticos de los libros de texto, relacionándolos con las características del *discurso escrito o la ilustración*, la amenidad o facilidad para la comprensión lectora, la estética y cromática o los valores implícitos (sexismo, discriminación del niño, racismo, etc.). En esta línea, destacamos las investigaciones de Rothery (1980), Murray (1988) y Sierpínska (1993) sobre la comprensión lectora en el área de matemáticas.

Otro de los aspectos analizados en algunas investigaciones esta orientada al análisis del lenguaje que se utiliza en los libros de texto; por ejemplo, las investigaciones de Pimm (1987), González (1993) y Morgan (1996) se centran en el lenguaje matemático que se utiliza en los libros de texto. Ya en el campo de estudio del conocimiento probabilístico, el estudio presentado por Azcárate y Cardeñoso (1996), trata el lenguaje del azar su significado y su relación con el lenguaje cotidiano y, el trabajo de Ortiz y Serrano (2001), presenta un análisis

sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto.

Con respecto a un aspecto más global que el lenguaje como son los sistemas de representación simbólica utilizada en los libros de textos, es interesante la investigación de González (2002) sobre los *“Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: perspectiva histórica”*, trabajo que debe considerarse como un antecedente de esta investigación al aportar información sobre las diferentes tendencias en los modelos didácticos subyacentes en los textos analizados desde finales del siglo XVII, enfatizando la independencia entre la tendencia del modelo didáctico y el periodo histórico analizado.

Algunas investigaciones tienen un carácter más global, relacionado con la *forma* en que un material curricular está elaborado y cómo, de un modo explícito o implícito, éste determina gran parte de la escolarización (Martínez Bonafé, 1995; 2000). Es decir, el libro de texto no es significativo sólo por el conocimiento de la materia que aportan, sino también por las estrategias que usan, las cuales facilitan la planificación y el desarrollo de la enseñanza al profesor (Serradó y Azcárate, 2003; Azcárate, Serradó y Cardeñoso, 2004).

En esta línea, los trabajos de Chevalard (1991) y Kang y Kilpatric (1992) sobre la *transposición didáctica* presente en los libros de texto ya informaban sobre los procesos que deben realizar los autores de

los libros de texto. Desde sus concepciones educativas deben transformar el saber sabio en saber escolar, asequible a los alumnos, reduciendo el contenido, simplificando su presentación y tratando de buscar ejemplos que motiven a los alumnos y sean comprensibles para ellos.

También en la misma línea está la investigación desarrollada por Serradó (2000), en la que presenta un análisis de la estructura organizativa de las unidades didácticas referidas al "Tratamiento del Azar", presente en una muestra de libros de textos de matemáticas para la ESO. Análisis que, en una investigación posterior, se completó con el estudio del tratamiento del conocimiento probabilístico que se reflejaba en dichas unidades, analizando las formas en que las nociones fundamentales de dicho conocimiento son presentadas y tratadas (Serrado, 2003).

Estas revisiones nos indican la importancia de los estudios sobre los libros de texto en el ámbito de la investigación educativa.

Marco teórico

Para abordar los problemas formulados es necesario disponer, en primer lugar, de un referente conceptual que oriente el proceso de investigación apoyado en las revisiones teóricas tanto de carácter epistemológico, como cognitivas y didácticas, así como en la literatura de investigación, referente ya presentado en trabajos anteriores (Azcárate,

1995; 1996b). Su elaboración nos ha permitido, por un lado, dispone de un marco de referencia y formular las hipótesis de investigación en cada uno de los aspectos conceptuales considerados en esta investigación, que orientan la interpretación de los datos obtenidos y, por otro lado, la construcción de los instrumentos de investigación, coherentes con la estructura de dicha hipótesis.

Así, desde nuestra perspectiva, consideramos el conocimiento como un sistema de ideas con distintos niveles de concreción y articulación, que está sometido a una evolución y reorganización continua, según un proceso abierto e irreversible. Estas reestructuraciones las podemos concretar en diferentes niveles de formulación que configuran una hipótesis de progresión del conocimiento.

En nuestro caso particular, el establecimiento de esta hipótesis de progresión se basa en considerar que una secuenciación adecuada en el tratamiento del conocimiento probabilístico en los procesos de enseñanza y aprendizaje ha de ser coherente con la posible evolución que han de reflejar los sujetos respecto al dominio de dicho conocimiento. Así, una posible base para la secuenciación del tratamiento de los contenidos en el aula, ha de partir de las intuiciones primarias de los alumnos, detectando los posibles obstáculos, dificultades, sesgos o usos de heurísticos que realizan los alumnos de forma intuitiva, para

progresivamente facilitar la elaboración de un cuerpo de conocimiento formalizado. Los posibles momentos que caracterizan esta hipótesis de progresión del Tratamiento del Azar, se deben considerar como estadios en la construcción del conocimiento probabilístico. El avance progresivo que permite el paso de un estadio a otro supone la superación de unos determinados obstáculos relacionados con las nociones de azar, aleatoriedad y probabilidad, que han de permitir al sujeto reformular el significado que se otorga a estas nociones. Es decir, esta hipótesis de progresión no se puede considerar como una exposición lineal de una secuenciación jerarquizada, sino como un referente teórico que nos puede servir a la hora de analizar las decisiones sobre cómo se han de introducir las diferentes nociones en los textos.

La construcción de esta hipótesis de progresión sobre el "Tratamiento del Azar", se apoya en las hipótesis de progresión del conocimiento probabilístico presentadas por Shaughnessy (1992), Azcárate (1996a, 1996b) y Cardeñoso (2001a), en la que se intentaban construir modelos explicativos globales del funcionamiento de los individuos ante situaciones de incertidumbre, como tales son sólo referentes teóricos que nos facilitan el análisis.

Desde los estudios realizados hemos diferenciado cuatro posibles caracterizaciones de las formas de hacer del profesorado a la hora de tratar estos conocimientos en el

aula, formas que podemos encontrar también en las propuestas presentadas en los textos, entendidas como la concreción de la visión que sus autores mantienen sobre el tratamiento del conocimiento probabilístico y que nos han de servir como referente teórico en nuestra investigación:

No incluye el "Tratamiento del Azar" explícitamente

No se introducen en la planificación de la intervención en el aula los bloques de contenidos relacionados con el "Tratamiento del Azar" de forma explícita, sino que se presentan las diferentes nociones distribuidas por los distintos bloques. Las argumentaciones por las cuáles no introduce este bloque de contenidos están basadas en otorgar más importancia a otros bloques de contenidos, que se sustentan bajo unas bases deterministas.

Tratamiento intuitivo de la probabilidad

Aparecen algunas explicaciones sobre el significado del azar, estableciendo la relación con los fenómenos, experimentos o sucesos aleatorios. Se otorga más importancia a la cuantificación de la probabilidad que a la comprensión de su noción. La falta de énfasis en una conceptualización adecuada de la probabilidad, se intenta solucionar con una mayor incidencia en la cuantificación de la probabilidad, desde aceptaciones subjetivas como la referida a la *contingencia* del suceso

hasta la cuantificación de la probabilidad, que se realiza a partir de razonamientos proporcionales asociados a espacios de sucesos equiprobables y finitos, que permiten introducir la Regla de Laplace.

Tratamiento emergente

Se presentan diferentes interpretaciones del significado del concepto de probabilidad, como puede ser la Laplaciana o la Frecuencial. Aplican estas nociones en la cuantificación de la probabilidad en cualquier tipo de contexto (juegos, físicos, químicos, meteorológicos,...), como los indicados por Cardeño (2001a).

Tratamiento normativo

Se presenta una profunda reflexión sobre los modelos matemáticos para el tratamiento de

la incertidumbre (Clásico- Laplaciano, Bayesiano o Frecuencial), de sus interacciones y de la complejidad de su aplicación en distintas situaciones. Estas reflexiones sustentan la necesidad de la introducción de una axiomática de la probabilidad y una visión integradora desde la Teoría de la Medida.

La siguiente tabla resume las diferentes formas que configuran esta hipótesis de progresión en relación con el tratamiento de la probabilidad, tanto en el aspecto conceptual como en su cuantificación. Su elaboración nos ha permitido, por un lado, dispone de un marco de referencia y formular las hipótesis de investigación en cada uno de los aspectos conceptuales considerados en esta investigación, que orientan la interpretación de los datos obtenidos.

	No inclusión explícita	Tratamiento intuitivo	Tratamiento emergente	Tratamiento normativo
Coceptual	Se presentan algunas explicaciones subjetivas	Explicaciones subjetivas y laplacianas en contextos de juegos	Explicaciones subjetivas, frecuenciales y laplacianas en cualquier tipo de contexto	Modelización (laplaciana, frecuencial, bayesiana) como base para la definición axiomática
PROBABILIDAD Cuantificador	Se promueven razonamientos aritméticos	Razonamientos aditivos sobre la contingencia del suceso (cómo síntesis del Azar/ Necesidad) Razonamientos proporcionales	Razonamientos proporcionales y combinatorios incompletos	Razonamientos combinatorios y aplicación de propiedades desde la visión normativa

Y, por otro lado, la construcción de los instrumentos de investigación, coherentes con la estructura de dicha hipótesis.

Descripción de la investigación

En el análisis de los libros de texto, la estrategia metodológica que se utiliza es el análisis de contenido (Bardín, 1986). Puede considerarse el análisis de contenido como un instrumento de respuesta a la curiosidad del hombre por descubrir la estructura interna de la información, bien en su composición, su forma de organización o estructura, bien en su dinámica. El procedimiento se basa en el supuesto de que las informaciones verbales o escritas, obtenidas en diversas situaciones, proporcionan información válida para delimitar los principios que rigen cualquier discurso. El análisis de contenido hace referencia a dos niveles de análisis: el manifiesto o lo que aparece y el latente o lo que subyace o puede leerse entre líneas, en el que el investigador trata de codificar el significado de la respuesta o de la motivación subyacente de la conducta descrita. Es importante tener en cuenta este aspecto, porque refleja o puede reflejar la imagen que un determinado texto quiere promover o formar en sus lectores. En este sentido tiene una función básica en esta investigación, descubrir aspectos del discurso de un modo más sistemático que por el simple tanteo.

El análisis de contenido se realiza desde el marco de referencia constituido y su fases son: la determinación de los objetivos, la muestra, las categorías y la hipótesis de progresión, la elaboración de un instrumento de recogida de información, la codificación de la información en relación con las categorías, la interpretación de los datos obtenidos y la elaboración de las conclusiones.

Objetivos de la investigación: Los objetivos que guían esta investigación son:

- Analizar las caracterizaciones que presentan los libros de texto de la probabilidad.
- Analizar las caracterizaciones que presentan los libros de texto de la probabilidad en relación con la identificación de la probabilidad con un valor numérico.
- Identificar las diferentes propuestas de los textos en la caracterización escolar de la noción de probabilidad.
- Relacionar las diferentes propuestas de los textos con el perfil establecido en la hipótesis de progresión.

La muestra: La elección de la muestra de los libros de texto (Anexo I) se realizó a partir de determinados parámetros.

- En primer lugar, la incidencia en nuestra comunidad educativa, para ello realizamos durante los años 1998 y 1999 un análisis de los libros de texto que se

vendieron en la provincia de Cádiz, a partir de la comprobación de cuáles son los libros de texto de Matemáticas más vendidos en la provincia y con más incidencia escolar por su mayor difusión. Estos libros de texto eran de las editoriales Anaya, S.M., Santillana, Bruño, Casals, McGraw Hill, Guadiel, Editex y Vicens Vives.

- Por otro lado, la necesidad de analizar libros de texto que presenten los conocimientos secuenciados a lo largo de toda la Etapa, nos obligaba a seleccionar editoriales que tengan desarrollado el proyecto curricular de las tres etapas de Educación no Universitaria: Primaria, Secundaria y Bachillerato. Se supone que estas editoriales deberían tener una continuidad en el diseño de los libros de texto y en el tratamiento del azar.

Con estas condiciones, de las nueve editoriales se escogieron finalmente cuatro, como elementos de la muestra, Bruño, Santillana, Mc Graw Hill y Guadiel. De cada uno de las editoriales se analizaron los cinco libros que componen el proyecto curricular (primero, segundo, tercero y cuarto opción A y B), salvo la Editorial Guadiel que sólo tiene desarrollado y aprobado el libro de texto de Matemáticas de 4º opción B.

El formulario: El instrumento de recogida de información es un formulario que consta de tres secciones.

- Una primera sección dedicada a "Aspectos generales sobre la estructura de los libros de texto".
- Una segunda sección con dos partes, dedicadas a la noción de aleatoriedad y probabilidad.
- Una tercera sección dedicada al análisis de las actividades relacionada con el conocimiento probabilístico.

En el Anexo II se presentan las partes del formulario relacionadas con la caracterización de la noción de probabilidad. Para la organización y análisis de los datos obtenidos, se tomaron como referencia los indicadores extraídos desde la hipótesis de progresión para caracterizar cada nivel. A continuación presentamos los principales resultados del estudio en relación con los interrogantes formulados.

Caracterización escolar de la probabilidad

Todos los textos analizados introducen en las unidades dedicadas al "Tratamiento del Azar", una sección dedicada a la presentación del lenguaje cotidiano asociado con la expresión de los grados de creencia personales sobre la ocurrencia de ciertos sucesos. Estas secciones de los textos sirven de introducción a la presentación del significado de la probabilidad y su posterior cálculo.

En particular, la editorial Bruño establece la graduación de la ocurrencia del suceso a

partir del término probable, matizándolo al considerar los diferentes adjetivos que complementan el término.

La editorial Santillana establece el grado de creencia asociado a la posibilidad de ocurrencia del suceso, estableciendo una gradación acorde con la terminología utilizada para los sucesos que va desde imposible hasta seguro, pasando por bastante posible o muy posible. En dicha gradación se identifica el término posible con probable.

La editorial McGraw Hill utiliza indistintamente los términos probable y posible para cuantificar los diferentes grados de incertidumbre asociada a un suceso aleatorio. Enfatiza el carácter subjetivo del uso del lenguaje cotidiano, indicando que *“el lenguaje cotidiano no es muy preciso, en cambio, el matemático si debe serlo”* (McGraw Hill 1º, pág. 246). Para otorgar un carácter matemático a la probabilidad sugiere cuantificar la incertidumbre de forma objetiva a partir de la asignación de un número entre 0 y 1.

Los textos de la editorial Guadiel utilizan el término probabilidad y sus matizaciones a partir de adjetivos, para *“medir el grado de certeza de dicha situación”* (Guadiel 4º, pág. 132). El uso del término certeza puede ser, en su raíz etimológica, antagónico al significado que adquiere la noción de probabilidad en el estudio de los fenómenos/experimentos aleatorios. Aunque los argumentos lógicos y los esquemas

causales (deterministas) han tendido a dominar los argumentos científicos asociados a la presentación del conocimiento probabilístico (Borovnick y Peard, 1996).

Es más, para poder realizar comparaciones entre los fenómenos reconocidos como inciertos, la forma por la cual es factible dicha comparación es determinar y fijar un acontecimiento reconocido como aleatorio, como nexo de la relación entre fenómenos. El resultado de tal comparación es una familia de clases de referencia ordenadas, donde tiene sentido plantearse la ocurrencia indeterminada de un cierto acontecimiento (Cardeñoso, 2001a). Bajo este supuesto, utilizamos la terminología *grados de incertidumbre de un suceso*, como los elementos de la clase de referencia ordenada de la falta de certidumbre en la ocurrencia de un suceso.

Estas explicaciones se complementan con un conjunto de actividades con diferentes finalidades según la editorial. El texto de la editorial Guadiel no introduce actividades relacionadas con el tratamiento de la noción cotidiana de la probabilidad. Las actividades propuestas en los textos de la editorial Bruño, asociadas a los juegos del azar, tienen por finalidad asignar grados de incertidumbre. Por ejemplo: *“Asigna el término «muy probable» o «poco probable» a los resultados de los siguientes fenómenos aleatorios: «obtener el primer premio de la lotería de Navidad», «obtener una bola blanca de un bombo con diez bolas de las nueve que son blancas», «obtener la devolución del*

dinero en el sorteo de la ONCE». (Bruño, 1º, pág. 236).

La editorial Santillana introduce la noción de la probabilidad en el primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria estableciendo puentes para que los alumnos relacionen el lenguaje cotidiano con el lenguaje probabilístico y analicen la bondad de la asignación del grado de incertidumbre asociado a

situaciones didácticas relacionadas con los juegos y ámbito cotidiano.

La tabla siguiente recoge las diferencias existentes entre las cuatro editoriales de la muestra con referencia a los contextos de ejemplificación, exploración y aplicación, y a la finalidad que adquieren en el proceso de enseñanza y aprendizaje las actividades propuestas.

	Editorial Bruño	Editorial Santillana	Editorial Guadiel	Editorial McGraw Hill
Contextos de ejemplificación	Generadores aleatorios Juegos de azar	Generadores aleatorios Ámbito Social	Generadores aleatorios Ámbito Social	Generadores aleatorios Ámbito Social
Contextos de exploración o aplicación	Juegos de azar	Juegos de azar	Juegos de azar	Generadores aleatorios Juegos azar Ámbito Social Meteorológico
Finalidad de las actividades	Asignar grados de incertidumbre	Asignar grados de incertidumbre Asociar lenguaje cotidiano con el lenguaje probabilístico Analizar la bondad de la asignación del grado de incertidumbre asignado	Medir el grado de certeza	Expresar el grado de confianza Asignar grados de incertidumbre Asociar el lenguaje probabilístico con un número de 0 a 1 Analizar la bondad de asignación del grado de incertidumbre asignado Analizar paradojas de la probabilidad y usos erróneos de su significado

Caracterización escolar de la probabilidad como medida de la incertidumbre

En este caso, las editoriales Bruño y Santillana, en el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria, definen la probabilidad a partir del número que asignan como medida de la incertidumbre. En el caso particular de la Editorial Bruño se le asigna el valor que se obtiene al aplicar la regla de Laplace. En cambio, la editorial Santillana define la probabilidad a partir de la posibilidad de otorgar un número entre 0 y 1, para posteriormente introducir la regla de Laplace. En ambas editoriales, la deducción de la regla de Laplace se realiza a partir de la generalización de razonamientos proporcionales que surgen de la comparación de los resultados correspondientes a asignar posibilidades de ocurrencia a experimentos asociados al giro de ruletas.

Cardeñoso (2001b), analiza la *comparación* como elemento definitorio de la probabilidad. Según este autor, para poder comparar se ha de identificar o construir el espacio de referencia. Por lo que las estrategias de recuento van a ser imprescindibles para la posterior comparación (Kyburg, 1974). Éstas pueden ser desde un simple inventario, bien por análisis de las simetrías del aleatorizador, bien por la observación de la ocurrencia de acontecimientos diferenciados respecto al mismo fenómeno. En el caso concreto de la propuesta de

estas dos editoriales, la comparación se realiza mediante ruletas entendidas como generadores aleatorios que facilitan el análisis de las simetrías.

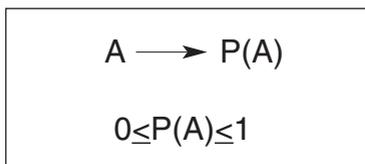
Por una parte, el uso de ruletas como aleatorizador, con regiones de dos o más colores, permiten visualizar mejor la relación *parte-parte*, comparación que consolida el razonamiento del tipo de la Contingencia de un suceso, como expresión de la comparación aditiva entre las porciones de la ruleta favorables a un color determinado y las porciones desfavorables a dicho color. Ortiz y Serrano (2001) indican que una ruleta visualiza mejor la relación *parte-todo*, y por tanto, la regla de Laplace. Este tipo de generadores aleatorios permite al alumno realizar comparaciones de tipo geométrico que favorecen la visualización de la proporción a considerar, aunque nos tememos que su significado no vaya más allá del meramente espacial, como recoge Mauvy (1984), en situaciones de comparación de una variable, no tiene problemas en realizar comparaciones con herramientas matemáticas descontextualizadas, de tipo aditivo o proporcional. El uso de este tipo de generadores aleatorios, aunque facilita el establecimiento de comparaciones, puede fomentar la asociatividad, sin ninguna significación novedosa, entre el generador aleatorio y el tipo de conocimiento probabilístico a aplicar.

En cambio, los textos de la editorial McGraw Hill que han definido previamente

la probabilidad a partir de la estabilidad de las frecuencias, introducen de forma diferente la Regla de Laplace. La editorial McGraw Hill solicita en el texto de 3º de ESO, que los alumnos asignen valores numéricos "mediante fracciones" y realicen comparaciones, que les permitan deducir de otra forma los valores que previamente han aprendido a determinar, a partir de analizar la estabilidad de las frecuencias relativas, asociadas a experimentos aleatorios con sucesos elementales equiprobables o no. La propuesta de comparación que propone esta editorial, según la clasificación de Cardeñoso (2001a), estaría relacionada con la observación de la ocurrencia de acontecimientos diferenciados respecto al mismo fenómeno. La propuesta de cuantificación de la probabilidad que se solicita a los alumnos es la realización de razonamientos proporcionales.

En el texto de 2º de ESO (pág. 132) de la editorial Guadiel se define:

Figura 2



*"En matemáticas, la probabilidad de un suceso A se mide asignándole un número entre 0 y 1, al que llamaremos P(A)
 P(A)=0 significa que el suceso A no ocurrirá nunca al realizar un experimento aleatorio,*

mientras que P(A)=1 significa que A ocurrirá con absoluta seguridad.

Los valores intermedios de P(A) se corresponden con diversos grados de certeza: muy probable, improbable, etc."

La comprensión del significado de la cuantificación de la probabilidad se basa en el conocimiento del significado de la palabra certeza. La falta de clarificación de la palabra certeza, al igual que otros términos, cobran un papel primordial en la introducción de la idea de aleatoriedad. En general, la descripción de las características atribuidas a los resultados de los experimentos se realiza mediante el uso de palabras como imprevisibles, incierto, etc., con las que se pretende que se evoquen las propiedades de tales fenómenos, pero cuyas propiedades no suelen clarificarse (Batanero y Serrano, 1999).

Es más, el uso del término certeza reafirma el carácter determinista que se le otorga a la noción de probabilidad. Desde un punto de vista ontológico determinista, todo tiene una determinada causa y un determinado efecto. Para poder analizar estas causas, Descartes propuso un método analítico que consistía en la reducción de todo fenómeno físico a relaciones matemáticas exactas y sugirió la idea de certeza en el mundo científico. En el caso de la noción de aleatoriedad la influencia del determinismo dificulta la construcción de la noción de experimento aleatorio (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2005). Un tratamiento

inadecuado de la forma de contextualizar y referenciar los objetos (acontecimientos, fenómenos, experimentos aleatorios...) puede ocasionar un obstáculo didáctico en la comprensión de la noción de aleatoriedad y probabilidad (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2005).

A su vez, las afirmaciones establecidas para los sucesos que cumplen $P(A)=0$ y $P(A)=1$ se restringen a espacios muestrales finitos, configurándose a la larga como un obstáculo en la construcción del significado de la probabilidad para espacios muestrales infinitos. En cambio, en 4º de ESO, se introduce la noción de probabilidad a partir del estudio frecuencial.

Tendencias y perfiles de las diferentes editoriales en la caracterización escolar de la noción de probabilidad

A partir del análisis y comparación de las diferentes caracterizaciones de la noción de probabilidad que se realizan en los libros de texto, observamos que existen dos posibilidades de otorgar un significado objetivo a la noción de probabilidad y su cuantificación.

- **La editorial Bruño y Santillana:**
En primer lugar, caracterizan la noción escolar de probabilidad a partir de la expresión de los grados de creencia personales sobre la ocurrencia de ciertos

sucesos. En segundo lugar, se le asigna un valor numérico que permita cuantificar la probabilidad de un suceso a partir del contraste entre diferentes sucesos. Para posteriormente introducir la Regla de Laplace.

Para finalizar, relacionan el valor numérico que se obtiene de la aplicación de la regla de Laplace con el estudio teórico de la estabilidad de las frecuencias relativas.

- **La editorial McGraw Hill:**
Define la probabilidad a partir de la estabilidad de las frecuencias relativas correspondientes a la repetición de un experimento, introduciendo la Regla de Laplace como la ley que permite calcular la probabilidad para sucesos equiprobables y finitos.
- **La editorial Guadiel:**
En primer lugar, le asigna a la probabilidad un valor numérico entre 0 y 1. Matiza en el texto que los valores intermedios se corresponden con los diversos grados de certeza.
Define la probabilidad de un suceso a partir del análisis de la estabilidad de las frecuencias relativas.

En relación con los posibles perfiles detectados entre las editoriales, observamos que el significado que otorgan las diferentes editoriales a la noción de probabilidad puede considerarse una *probabilidad intuitiva*. Las editoriales modelizan la probabilidad a partir de la relación con el significado cotidiano del término, a partir de la posibilidad

de medir la incertidumbre del suceso otorgándole un carácter subjetivo. Sólo en el caso de la editorial McGraw Hill se considera que los textos presentan explicaciones y actividades asociadas al contexto de juegos que permiten reflexionar sobre el significado de las frecuencias relativas y su estabilidad como forma *emergente* de introducir esta noción.

Las propuestas de cuantificación de la probabilidad de las editoriales Santillana y Bruño se pueden englobar dentro de un perfil *intuitivo*, caracterizado por razonamientos aditivos y proporcionales simples, que permiten aplicar la Regla de Laplace. Además, en los textos de la Editorial McGraw Hill se introducen actividades y explicaciones sobre el uso de instrumentos que facilitan la cuantificación de la probabilidad (diagramas de árbol, tablas de recuento de datos o tablas de contingencia) que favorecen la *emergencia* de razonamientos proporcionales y combinatorios.

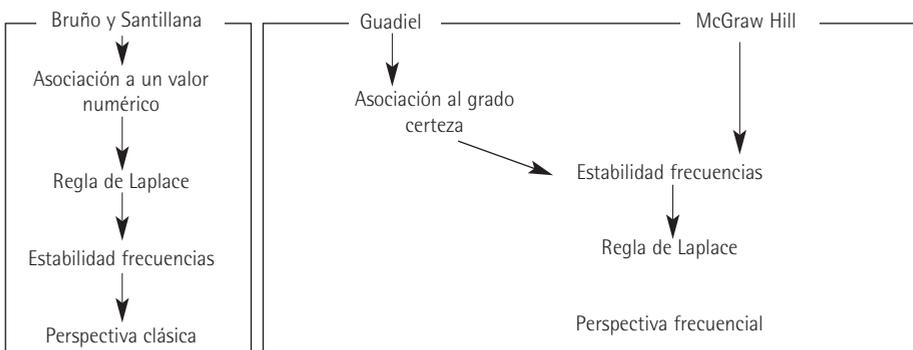
A nivel teórico la editorial Guadiel presenta un perfil que debe englobarse en una

tendencia *normativa*, al intentar axiomatizar la probabilidad. Pero, a nivel práctico de actividades propuestas a los alumnos, se refleja una cierta tendencia a la *no inclusión de su tratamiento*, sustentando sus argumentaciones en bases deterministas que pueden interferir en la construcción de dichas nociones.

Conclusión

En conclusión, la caracterización escolar de la noción de probabilidad en los libros de texto se realiza asimilándola con su medida desde una perspectiva clásica, como el valor que se obtiene de aplicar la regla de Laplace, o desde una perspectiva frecuencial como el valor al cual tienden las frecuencias relativas, sin incidir en el significado de esta noción. Esto conlleva a enfatizar el cálculo por encima de la comprensión de la idea, hecho que por otro parte está presente en otros muchos casos del currículo escolar. En relación con la hipótesis de progresión presentada su perfil se puede englobar en un *Tratamiento intuitivo de la probabilidad*.

Figura 3



El anterior gráfico resume la diferencia entre los dos perfiles diferenciados que reflejan formas diferentes de presentar el

conocimiento probabilístico y de propuestas para el aula, unas más cercanas a tendencias racionalistas y otras a empiristas.

Referencias

- ALBATCH, P. (1991): *Textbooks: The international dimension*. En Appel, M., Chistian-Smith, L. (Eds.): *The politics of the textbooks*. Nueva Cork: Routledge.
- APPLE, M. W. (1989): *Maestros y textos*. Colección Temas de Educación. Barcelona: Paidós/MEC.
- AZCÁRATE, P. (1995): *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis doctoral. Inédita. Univ. de Cádiz.
- AZCÁRATE, P. (1996a): *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Colección Mathema. Granada: Editorial Comares.
- AZCÁRATE, P. (1996b): El conocimiento profesional relativo al tratamiento del conocimiento probabilístico en la Educación Primaria. *UNO*, 7, 95-108.
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J. M. (1996): El lenguaje del azar. Una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticos, *Epsilon*, 35, 165-177.
- AZCÁRATE, P.; SERRADÓ, A. y CARDEÑOSO, J. M. (2004): Las fuentes de información como recurso para la planificación. *Investigación en Educación Matemática. Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, pp. 165-172, A Coruña: Univ. A Coruña.
- BARDÍN, L. (1986): *Análisis del Contenido*. Madrid: Akal/Universitaria.
- BATANERO, C., GODINO, J. D. y NAVARRO-PELAYO, V. (1993): Epistemology and mathematics instruction; implications for curricular development. En Bazzini (Ed.): *Proceedings of the V Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice*, pp. 9-18. Grado, Italy: University of Modena.
- BATANERO, C. y SERRANO, L. (1999): The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567.
- BOOSTROM, R. (2001): Whither textbooks? *Journal of Curriculum Studies*, 33(2), 229-243.
- BOROVNICK, M. y PEARD, R. (1996): Probability. En Bishop y cols (Eds.): *International Handbook of Mathematics Education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- CARDEÑOSO, J. M. (2001a): *Las creencias y conocimientos de los profesores de Primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la Aleatoriedad y Probabilidad*. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- CARDEÑOSO, J. M. (2001b): Reflexiones para la formación de profesores desde los resultados de investigación en Didáctica Específica. En *Actas I Congreso Nacional de Didácticas Específicas. Las Didácticas de las Áreas Curriculares en el siglo XXI*. Vol. II, pp. 2001-2013. Granada: Ed. Universitaria
- CARDEÑOSO, J. M. y AZCÁRATE, P. (1995): Tratamiento del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares. *SUMA*, 20, 41-51.
- CHEVALARD, Y. (1991): *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- GIMENO, J. (1995): Materiales y textos: contradicciones de la democracia cultural. En Mínguez, J.G. y Beas, M. (Col.): *Libro de Texto y Construcción de Materiales curriculares*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- GONZÁLEZ, R. M. (1993): *A descriptive study of verbal problems selected in mathematics text books at the high school*. Ph. D. ProQuest, núm. Publicación UMI: 9404811, disponible en: wwwlib.umi.com/cr/uca/main.
- GONZÁLEZ, M. T. (2002): *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: Perspectiva histórica*. Salamanca: Tesis doctoral. Colección Vitor. Universidad de Salamanca
- GOODSON, I. (1989): Curriculum Reform and Curriculum Theory: A Case of Historical Amnesia. *Cambridge Journal of Education*, 19, 2, 131-141.
- GOODSON, I. (1995): Materias escolares y la construcción del currículum: Texto y contexto. En García Mínguez, J. G y Beas, M (eds.) *Libro de texto y Construcción de Materiales Curriculares*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- HARRYS, J. (1997): Professional Development for Math and Science. *ENC, Focus*, 4(4), 45-56.
- KANG, W. y KILPATRICK, J (1992): Didactic Transposition in Mathematics Textbooks. *For the Learning of Mathematics*, 12(1), 2-7.
- KONIOR, J. (1993): Research into the construction of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 251-256.
- KYBURG, H. E. (1974): *The Logical Foundations of Statistical Inference*. Dordrecht: Reidel.
- MARTÍNEZ BONAFÉ, J. (1995) Interrogando al material curricular. (Guión para el análisis y elaboración de materiales para el desarrollo del currículum). En Mínguez y Beas (eds.): *Libro de Texto y Construcción de Materiales Curriculares*, pp. 221-245. Granada: Proyecto Sur de Ediciones. S.A.L.
- MARTÍNEZ BONAFÉ, J. (2000): *Políticas del libro escolar*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- MAUVY, S. (1984): La quantification des probabilités: analyse des argument utilises par les élèves de classe de seconde. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 5, (2), 187-214.

- MCGINTY, R. L., VAN BEYNED, J y ZALEWSKI, D. (1986): Do our mathematics textbooks reflect what we preach? *School Science and Mathematics*, 86, 591-596.
- MORGAN, C. (1996): The language of mathematics: Towards a critical analysis of mathematics texts. *For the Learning of Mathematics*, 16, 2-10.
- MURRAY, J. (1988): *Children Reading Mathematics*. London: Oxford.
- ORTIZ, J. J. y SERRANO, L. (2001): Reflexiones sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto de Educación Secundaria. *Jornadas Europeas de Estadística*. Islas Baleares, 1-13. http://www.caib.es/ibae/esdevenimientos/jornades_10_01.
- PEPIN, B. y HAGGARTY, L. (2000): Mathematics Textbooks and Their Use in English, French and German Classrooms: A Way to Understand Teaching and Learning Cultures. En *Proceedings of the Annual Meeting of the American Educational Research Association*, pp. 39-53. New Orleans.
- PIMM, D. (1987): *Speaking Mathematically*. New York: Routledge&Kegan Paul.
- ROTHERY, A. (1980): *Children reading mathematics*. Worcester: College of Higher Education.
- SANZ LERMA, I. (1995): *La construcción del lenguaje matemático a través de libros escolares de Matemáticas. Las configuraciones gráficas de datos*. San Sebastián: Serv. Ed. de la Univ. del País Vasco.
- SHAUGHNESSY, J. M. (1992): Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. En Grouws (Ed): *The teaching and learning of the mathematics*. New York: MacMillan Publishing Company (Versión castellana E. Sánchez (Ed.): Investigación en probabilidad y estadística: reflexiones y orientaciones. México: CINVESTAV-IPN, 2002).
- SERRADÓ, A. (2000): *Diseño de las unidades dedicadas al Tratamiento del Azar en los libros de Educación Secundaria Obligatoria*. Trabajo de investigación Tutelado DEA. Inédito, Universidad de Cádiz.
- SERRADÓ, A (2003): *El tratamiento del azar en educación secundaria obligatoria*, Doctoral Dissertation, University Microfilms Incorporated's Proquest Digital Dissertations, Michigan. AAT 3126908.
- SERRADÓ, A. y AZCÁRATE, P. (2003): Estructura de las unidades dedicadas al "Tratamiento del Azar" en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. *Enma*, 15 (1), 67-98.
- SERRADO, A., AZCÁRATE, P. y CARDENOSO, J. M. (2005): Randomness in textbooks: the influence of deterministic thinking. En M. Bosch (Ed.): *Proceedings of CERME 4: Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 1-10. Barcelona, Spain: Ramon Llull University.
- SERRADO, A., CARDEÑOSO, P. y AZCÁRATE, P. (2005): Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 59-81, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- SIERPINSKA, A. (1993): Curriculum materials for integrating teaching: The case of application sections in a linear algebra textbook. L.Bazzini (Ed.): *Proceedings of the V Conference on*

Systematic Cooperation between Theory and Practice, 221–230. Grado, Italy: University of Modena.

TORRES, J. (1991): *El curriculum oculto*. Madrid: Morata Ed.

Anexo I: Relación de libros de texto de la muestra _____

Editorial Bruño

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 1º*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 2º*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 3º*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 4º A*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 4º B*. Madrid: Editorial Bruño.

Editorial Santillana

ALMODÓVAR, J. A.; CORBALÁN, F.; GARCÍA, P.; GIL, J.; NORTES, A. (1999): *Matemáticas. Curso 1º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

ALMODÓVAR, J. A.; CORBALÁN, F.; GARCÍA, P.; GIL, J.; NORTES, A. (1999): *Matemáticas. Curso 2º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

ALMODÓVAR, J. A.; GARCÍA, P.; GIL, J.; VÁZQUEZ, C. (1999): *Matemáticas. Curso 3º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

SANTOS, D.; GARCÍA, P.; VÁZQUEZ, C.; NEVOT, A.; GIL, J.; NORTES, A. (1995): *Matemáticas 3º*. Madrid: Santillana, S.A.

ALMODÓVAR, J. A.; GIL, J.; NORTES, A. (1998): *Matemáticas Opción A. Curso 4º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

ALMODÓVAR, J. A.; GARCÍA, P.; GIL, J.; VÁZQUEZ, C. (1999): *Matemáticas Opción B. Curso 4º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

Editorial Guadiel

GUASCH, M.; MERINO, R.; SOLSONA, J. y EQUIPO GUADIEL (1996): *Matemáticas 1*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

FUSTER, M.; MARTÍN HERNÁNDEZ, F. y EQUIPO GUADIEL (1997): *Matemáticas 2*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

DOMÉNECH, M^a. A.; DOMÉNECH, M.; JIMENO, M.; MORATÓ, M^a. A.; SUÑÉ, M^a. M.; TOMÁS, J. y EQUIPO GUADIEL (1995): *Matemáticas 3*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

FUSTER, M.; JIMENO, M.; MARTÍN, F.; MARTÍNEZ, E.; MORATÓ, M^a. A.; TOMÁS, J. y EQUIPO GUADIEL (1996): *Matemáticas 4 (B)*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

Editorial Mc Graw Hill

PANCORBO, L.; BECERRA, M^a. V.; MARTÍNEZ, R.; RODRÍGUEZ, R. (1995): *Matemáticas 1*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

BECERRA, M^a. V.; MARTÍNEZ, R.; PANCORBO, L.; RODRÍGUEZ, R. (1996): *Matemáticas 2*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

AMIGO, C; PEÑA, P.; PÉREZ, A.; RODRÍGUEZ, A.; SIMIT, F.; ASENCIO, M^a. J; VICENTE, E. (1996): *Matemáticas 3*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

AMIGO, C; PEÑA, P.; PÉREZ, A.; RODRÍGUEZ, A.; SIMIT, F.; ASENCIO, M^a. J; VICENTE, E. (1996): *Matemáticas 4 Opción A*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

AMIGO, C; PEÑA, P.; PÉREZ, A.; RODRÍGUEZ, A.; SIMIT, F.; ASENCIO, M^a. J; VICENTE, E. (1997): *Matemáticas 4 Opción B*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

Anexo II. Formulario para el análisis del contenido de los textos

Tratamiento de la noción de Probabilidad

1. Si el libro de texto tiene una estructura jerarquizada, ¿los títulos dedicados a esta sección son?
2. A la probabilidad se le asigna una naturaleza:
 - Subjetiva
 - Objetiva
3. La asignación de esta naturaleza se basa en:
 - El grado de creencia personal
 - En una base inductiva que mide el grado de creencia racional
 - Una base empírica
 - Una base axiomática-deductiva matemática
4. En el caso de asignarle un valor objetivo a la probabilidad, ¿hace referencia a las creencias personales? No [] Sí []
En caso afirmativo, ¿cómo?
5. ¿Contiene definición explícita del concepto de probabilidad? Sí [] No []
En caso negativo, relaciona su definición con:
 - El uso del significado cotidiano del término, relacionándolo con términos como ...
 - El grado de confianza de que suceda un resultado.
 - La contingencia del suceso
 - Su medida asociada:

- Calculada a partir de la Regla de Laplace.
- A la apuesta que ocurra un cierto suceso.

En caso afirmativo, define la probabilidad como:

- El límite de la frecuencia relativa en una serie infinita de sucesos.
 En el caso de que introduzca está definición frecuencial de la probabilidad
 - ¿Considera la definición de frecuencia relativa como el cociente entre el número de veces que sucede A y el número de repeticiones del experimento? Sí [] No []
 - Indica si introduce como propiedades básicas de las frecuencias relativas las siguientes propiedades
 - Número entre 0 y 1. Sí [] No []
 - Suceso seguro es 1 Sí [] No []
 - Un suceso y el contrario Sí [] No []
 - Unión de sucesos Sí [] No []
 - Intersección de sucesos Sí [] No []
 - ¿Explica qué al aumentar el número de ensayos se produce una convergencia puntual de la frecuencia relativa hacia un valor constante teórico? Sí [] No []
 - Indica si enuncia los siguientes enunciados
 - La primera ley de los grandes números (ley débil) Sí [] No []
 - La segunda ley de los grandes números (ley fuerte) Sí [] No []
- Definición axiomática de la probabilidad:
 - ¿Considera la dotación de un conjunto de sucesos con las operaciones de la unión e intersección de una estructura de álgebra de Boole para poder definir la probabilidad sobre está álgebra de suceso? Sí [] No []
 - Define explícitamente la probabilidad como:
 - La función matemática definida en el álgebra de sucesos, que toma valores reales en $[0,1]$ Sí [] No []
 - La función de conjuntos normada y numerablemente aditiva. Sí [] No []
 - ¿Interpreta la probabilidad?
 En caso afirmativo, ¿cómo? Sí [] No []

6. Para asignar probabilidades a espacios muestrales:

- Éstos deben ser finitos
- Pueden o no ser finitos

En el caso de considerar sólo experimentos finitos, argumenta que es debido a...

7. En función de la posibilidad de ocurrencia de todo suceso:

- Éstos deben ser equiprobables
- Pueden o no ser equiprobables

En el caso de considerar sólo sucesos equiprobables, argumenta que es debido a...

8. ¿Se requiere la repetibilidad del experimento para la asignación de probabilidades?

Sí [] No []

- El texto aclara el problema que puede surgir con la asignación de probabilidades a infinitos eventos, de la siguiente forma...
- Aunque hace referencia a la repetibilidad del experimento sólo la considera en una cantidad finita de eventos, debido a...

Resumen

En este artículo presentamos los resultados correspondientes al análisis de la caracterización escolar de la noción de probabilidad en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. Se incluye una revisión de los antecedentes relacionados con el estudio de la influencia de los libros de texto en la aplicación del currículo en las aulas y el análisis de los aspectos didácticos de los libros de texto. Dicha revisión ha permitido formular un marco teórico y la elaboración de una hipótesis de progresión del "Tratamiento del Azar", que fundamenta el diseño de la investigación realizada. Investigación que responde a un análisis de contenido sobre una muestra de veinte libros de las editoriales Bruño, Santillana, Guadiel y McGraw Hill, correspondientes a los cuatro cursos de la ESO. Los resultados de la investigación permiten analizar y caracterizar como es presentada la noción de probabilidad en los textos, tomando como referencia su uso cotidiano y mediante la identificación de la probabilidad con su medida y su valor numérico. Además establecemos diferentes tendencias en dicha caracterización y de los perfiles de los textos según la hipótesis de progresión presentada.

Palabras clave: Probabilidad, libros de texto, Educación Secundaria Obligatoria.

Abstract

In this article, we present the results of an analysis of the characterization of the notion of probability in Compulsory Secondary Education textbooks. We include a review of the previous research related to the study of the influence of textbooks on teaching and on

the analysis of methodological aspects. This summary has allowed us to formulate a theoretical framework, based on a progression hypotheses of the "Treatment of Chance". This work is the analysis of a sample of twenty books published by Bruño, Santillana, Guadiel and McGraw-Hill. The results show how the notion of probability is presented in these textbooks, using its everyday life concept and the identification of probability with its numerical value.

In addition, we present the different trends in this characterization and the text profile according to the progression hypotheses.

Keywords: Probability, Textbooks, Compulsory Secondary Education.

Anna Serradó Bayés

ana.serrado@uca.es

La Salle-Buen Consejo, Teresa de Calcuta 70,

11510 Puerto Real, Cádiz

Pilar Azcárate Goded

pilar.azcarate@uca.es

Dpto. Didáctica, Ftad. de CC. Educación, U. de Cádiz,

11519 Puerto Real

José María Cardeñoso Domingo

josem@ugr.es

Dpto. Didáctica de la Matemática, Ftad. CC. Educación, U. Granada

Campus de Cartuja, s/n, 18170, Granada

Todos ellos miembros del Grupo de Desarrollo Profesional del Docente

Aplicación de la teoría de la elaboración a la enseñanza de la estadística

César Sáenz Castro

Todas las personas que están relacionadas con la educación poseen ciertas ideas, más o menos explícitas, acerca de cómo se debe enseñar. Si estas ideas se contemplan en su conjunto constituyen lo que podría llamarse un modelo de enseñanza, bajo el que subyace forzosamente una determinada concepción de cómo se aprende. Un modelo de enseñanza es el rompeolas donde convergen todas las ondas problemáticas del proceso de enseñanza-aprendizaje: los problemas de la propia disciplina a enseñar, del aprendizaje de los alumnos, de las actividades didácticas y de los medios y recursos tecnológicos.

La presencia inevitable de un determinado modelo de enseñanza en cualquier tipo de actividad docente no significa que ese modelo sea el adecuado, ni desde el punto de vista de los métodos de enseñanza que conlleva, ni desde la concepción del aprendizaje en la que se cimenta. De hecho, los modelos de enseñanza de que disponen muchos profesionales de la educación (incluidos los profesores de matemáticas)

La presencia de un determinado modelo de enseñanza en cualquier tipo de actividad docente no significa que ese modelo sea el adecuado ni teórica ni metodológicamente.

son extremadamente pobres, cuentan con numerosos elementos erróneos o irrelevantes y omiten la mayoría de los hallazgos habidos en disciplinas como la Psicología del Aprendizaje y de la Instrucción y en la investigación realizada en el campo de la Educación Matemática.

En los últimos tiempos se ha desarrollado con fuerza una disciplina aplicada a la que se ha dado el nombre de Ciencia de la Instrucción o Diseño Instruccional, relacionada con la Inteligencia Artificial y el diseño de sistemas tutoriales inteligentes, que vincula las teorías del aprendizaje con la práctica educativa y que tiene como objetivo desarrollar teorías de enseñanza de las que puedan derivarse modelos docentes idóneos (Gagné, 1987).

En este artículo describiremos una de estas teorías, la Teoría de la Elaboración (Reigeluth y Curtis, 1987), y la aplicaremos para establecer un modelo de enseñanza de la Estadística Elemental. Es una teoría prescriptiva, por tanto dice cómo hay que enseñar. Muchas de las ideas-fuerza de esta teoría (por ejemplo, el uso de analogías) son conocidas y admitidas por la mayoría del profesorado de matemáticas, sin embargo, al carecer de un buen diseño de su enseñanza, no forman parte de su práctica educativa cotidiana. Precisamente, la Teoría de la Elaboración establece un marco teórico-práctico muy adecuado para fundamentar y organizar ese conjunto de ideas, ayudando al profesor de matemáticas a diseñar un buen programa de intervención en el aula.

1. La teoría de la elaboración

Posiblemente sea la teoría de la elaboración de Reigeluth (Reigeluth y Stein, 1983; Reigeluth y Curtis, 1987) la que genere los modelos de diseño más y mejor desarrollados a un nivel macro-organizativo. La teoría de la elaboración, a su vez, está fuertemente emparentada con la teoría clásica de Gagné y Briggs (1974) que se ha convertido en un punto de referencia obligado para la mayor parte de las teorías de la enseñanza actuales, tanto a nivel macro como micro-organizativo. Asimismo, muchos de los elementos de la teoría de la asimilación de Ausubel (1968) se pueden integrar o interpretar desde la teoría de la elaboración.

La teoría de la elaboración incluye los siguientes componentes estratégicos:

1. La secuencia de elaboración
2. La secuencia de prerrequisitos de aprendizaje
3. El sumario o resúmen
4. El sintetizador
5. La analogía
6. El activador de tácticas y estrategias
7. El control del aprendizaje

Nótese que en esta enumeración de componentes estratégicos falta un componente estratégico bastante decisivo, como es el componente motivacional. La razón de esta ausencia es que en la teoría de elaboración

este componente estratégico no tiene un carácter distinto del que posee en cualquier otra teoría de la enseñanza; no se trata, pues, de que no se reconozca su importancia. Es, por tanto, un componente que debe estar siempre presente en cualquier modelo de diseño derivado de la teoría de la elaboración.

Aparicio (1992) analiza en detalle los siete componentes estratégicos enunciados. En este artículo nos centramos en una ejemplificación de su utilización en dos fases muy importantes del proceso de enseñanza-aprendizaje: a) en la selección y secuenciación de contenidos de un curso de Estadística en la Enseñanza Secundaria (Qué y Cuándo enseñar); b) en el desarrollo de una lección específica, medidas de centralización, dentro de dicho curso (Cómo enseñar).

1.1. La secuencia de elaboración para un curso de Estadística de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO)

En el currículo oficial español de la ESO (12-16 años) aparecen los siguientes contenidos relacionados con la Estadística:

Conceptos

1. Obtención de información sobre fenómenos aleatorios:
 - Las muestras y su representatividad.
 - Frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.
 - Gráficas estadísticas usuales.

2. Parámetros estadísticos:

- Los parámetros centrales y de dispersión como resumen de un conjunto de datos estadísticos.
- Algoritmos para calcular parámetros centrales y de dispersión sencillos.

Procedimientos

1. Utilización de distintos lenguajes:

- Utilización e interpretación del lenguaje gráfico, teniendo en cuenta la situación que se representa y utilizando el vocabulario y los símbolos apropiados.
- Utilización e interpretación de los parámetros de una distribución y análisis de su representatividad en relación con el fenómeno a que se refieren.

2. Algoritmos y destrezas:

- Utilización de distintas fuentes documentales (anuarios, revistas, etc.) para obtener información de tipo estadístico.
- Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas.
- Elección de los parámetros más adecuados para describir una distribución en función del contexto y de la naturaleza de los datos y obtención de los mismos utilizando los algoritmos tradicionales o la calculadora.
- Detección de falacias en la formulación de proposiciones que utilizan el lenguaje estadístico.

- Construcción de gráficas a partir de tablas estadísticas.
 - Detección de errores en las gráficas que afectan a su interpretación.
3. Estrategias generales:
- Planificación y realización individual y colectiva de tomas de datos utilizando técnicas de encuesta, muestreo, recuento y construcción de tablas estadísticas.
 - Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma.

Actitudes

1. Referentes a la apreciación de las matemáticas:
 - Reconocimiento y valoración de la utilidad de los lenguajes gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico.
 - Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de informaciones de índole muy diversa.
 - Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso de los lenguajes gráfico y estadístico en informaciones y argumentaciones sociales, políticas y económicas.
2. Referentes a la organización y hábitos de trabajo:
 - Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo como la manera más

- eficaz para realizar determinadas actividades (planificar y llevar a cabo experiencias, tomas de datos, etc.).
- Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas.

Para organizar la enseñanza de estos contenidos vamos a aplicar los principios prescritos por la Teoría de la Elaboración:

- 1) Decidimos cuáles son las metas del curso en función de lo que pensamos que puede ser el sentido de la asignatura para los alumnos. En otras palabras, pensamos en cómo responder a la probable pregunta de los alumnos: ¿Para qué sirve esta asignatura de estadística?
- 2) Decidimos acerca del tipo de contenido organizante. Como ya hemos explicado, esta decisión depende de las metas. Nosotros escogemos como contenido organizante los procedimientos porque nuestro objetivo principal de enseñanza es que los alumnos aprendan "el cómo" utilizar las herramientas estadísticas para resolver problemas de la vida cotidiana y científica. Por supuesto que queremos que aprendan los conceptos de Estadística pero no sólo como conocimiento declarativo sino también como conocimiento procedimental.
- 3) La secuencia organizante va del procedimiento más simple de la Estadística

Descriptiva a este nivel, que es el de agrupar datos y calcular frecuencias, al procedimiento más complejo que es el diseño y tratamiento estadístico de una encuesta. Este procedimiento complejo exige el dominio de procedimientos más simples como son la elección de medidas de centralización y dispersión adecuadas, por un lado, y el procedimiento de muestreo que lleva a obtener una muestra representativa, por otro. Por eso, estos procedimientos más simples aparecen antes en la secuencia elaborativa.

- 4) Los conceptos, principios y procedimientos que no forman parte del contenido organizante pero se necesitan para aprenderlo, constituyen el contenido de apoyo. Por ejemplo, para saber elegir en un caso concreto qué medida de centralización es la adecuada, los alumnos han de conocer los conceptos de media, mediana y moda. Pero, de nuevo, insistimos en que el objetivo que nos marcamos, la meta de nuestra enseñanza, no es que los alumnos sepan las definiciones de media,

mediana y moda (conceptos de apoyo), ni siquiera que sepan calcularlas (procedimientos de apoyo). En nuestro caso esos conocimientos son medios para alcanzar el fin propuesto: que los alumnos sepan elegir y utilizar la medida de centralización adecuada a cada problema concreto (contenido organizante).

- 5) La organización de la enseñanza ha de procurar introducir los prerrequisitos de aprendizaje de una idea sólo cuando verdaderamente los necesita el alumno para aprender esa nueva idea. Por eso se reducen al mínimo los requerimientos previos al curso de estadística (sólo se exige el dominio del concepto de porcentaje) y los demás prerrequisitos se van introduciendo a través del contenido de apoyo (por ejemplo, el concepto de variable).

En resumen, en la Tabla I presentamos una posible secuencia organizativa del curso de Estadística para la ESO, estructurada en 2 niveles de elaboración (además del epítome, E) y 8 lecciones (L):

Tabla 1

N	CONTENIDO ORGANIZANTE		CONTENIDO DE APOYO		PRERREQUISITOS
	PROCEDIMIENTOS	CONCEPTOS	PRINCIPIOS	PROCEDIMIENTOS	
E 1	Agrupación de datos Cálculo de frecuencias relativas (Fr)	Marca de clase Variable cualitativa Variable cuantitativa	$0 \leq Fr \leq 1$ $\sum Fr = 1$	Convertir Fr en porcentajes	Porcentaje
2	Selección y construcción de una gráfica a partir de una tabla y viceversa	Diagrama de barras Diagrama de sectores Polígono de frecuencias Histograma			
3	Interpretación de los resultados de una encuesta				
1	Elección de una (o más) medida de centralización adecuada	Moda Mediana Media		Cálculo de las medidas de centralización	
5	Elección de una (o más) medida de dispersión adecuada	Rango Desviación media Varianza Desviación típica	Criterio de normalidad	Cálculo de las medidas de dispersión	
6	Elección del procedimiento de muestreo	Muestra Población Muestra representativa Tamaño de la muestra			
2	Diseño de una encuesta			Objetivo encuesta Variables Redacción ítems Técnica de muestreo	
8	Tratamiento estadístico de los resultados de una encuesta			Manejo de software estadístico	

1.2. El sumador o recopilador

Un ejemplo de recopilador para la lección 4 (medidas de centralización) del curso de estadística cuya secuencia de elaboración acabamos de presentar en la tabla I, es el siguiente:

Datos, x_j	1	2	3	4	5
Frecuencias absolutas, e_j	10	5	7	4	1

Media:

$$X = (e_1 x_1 + e_2 x_2 + \dots + e_n x_n) / (e_1 + e_2 + \dots + e_n)$$

siendo e_1, e_2, \dots, e_n las frecuencias absolutas de los datos x_1, x_2, \dots, x_n .

Mediana: una vez ordenados los datos, es aquel que queda en medio.

Moda: es el dato, o marca de clase, de mayor frecuencia absoluta.

Por ejemplo, en la siguiente distribución:

Media:

$$x = (1 \times 10 + 2 \times 5 + 3 \times 7 + 4 \times 4 + 5 \times 1) / 27 = 62 / 27 = 2,30.$$

Mediana = 2, porque es el dato que divide a la distribución en dos mitades.

Moda = 1, porque es el dato de mayor frecuencia absoluta.

1.3. El Sintetizador

Un ejemplo de sintetizador para la lección 4 (medidas de centralización) del curso de estadística que estamos presentando es el siguiente:

	variable cuantitativa cerrada (sin valores extremos)	variable cuantitativa cerrada (con valores extremos)	variable cuantitativa abierta	variable cualitativa ordenable	variable cualitativa no ordenable
media	conviene usarla	se puede usar	no se puede calcular	no se puede calcular	no se puede calcular
mediana	se puede usar	conviene usarla	conviene usarla	conviene usarla	no se puede calcular
moda	se puede usar	se puede usar	se puede usar	se puede usar	se puede usar

1.4. La analogía

Pongamos un ejemplo de conocimiento analógico en el curso de Estadística que estamos estructurando. La media aritmética es un concepto básico para el desarrollo de la Estadística (Descriptiva e Inferencial). Nuestros alumnos tienen contacto muy pronto con la media. A pesar de ello, en diversas investigaciones se ha encontrado que los estudiantes tienden a usar mecánicamente un algoritmo al que no dan significado, lo que acarrea diversas dificultades, p. ej., cuando tienen que calcular medias de un conjunto de datos con distinto peso. Tormo (1995) ilustra esta dificultad con el siguiente ejercicio: *"Un estudiante ha obtenido un 6 en un examen de matemáticas correspondiente a la materia impartida durante 2 meses. El mismo estudiante sacó un 8 en la materia impartida durante 4 meses. ¿Qué nota media le pondrías?"* Algunos alumnos responden $(6+8)/2$, dando el mismo peso a una nota que a otra, y otros responden que $(6+8)/6$ y ante lo irrazonable del resultado no saben qué hacer.

En esta línea destacamos la investigación de Mevarech (1983) que señala que algunos estudiantes actúan como si el conjunto de datos con la operación de la media tuviese estructura de grupo. Por ejemplo, aplican la propiedad asociativa y así, al calcular la media de 4 valores hallan la media de 2 de ellos y promedian este resultado con el resto de los datos. También funcionan con elemento neutro, por lo que si

tenemos una serie de datos con una media determinada y se añade un nuevo dato que es el 0, piensan que la media no cambia.

Pues bien, para comprender en profundidad el significado de la media, Winter (1983) sugiere la utilización de la analogía matemática de este concepto con el concepto de centro de gravedad. Por otro lado, un diagrama que se suele usar en los libros de estadística es el que representa la media mediante el fulcro de una balanza donde los datos son pesos iguales colocados a una distancia marcada por esos valores. La media sería el momento de los pesos o el punto alrededor del cual las desviaciones se anulan. Estos ejemplos utilizados en la enseñanza de un concepto problemático como es el de la media muestran la potencia del conocimiento analógico.

1.5. El activador de tácticas y estrategias

A continuación presentamos una serie de ejercicios que hemos extraído de un libro de texto sobre un Curso Inicial de Estadística en la Secundaria (Grupo Azarqui, 1985), y que pueden servir de ejemplo de enseñanza de diversas tácticas y estrategias de aprendizaje incorporadas al contenido disciplinar que estamos trabajando en este artículo (las medidas de centralización). La idea que defendemos aquí es que el profesor debe trabajar siempre en la perspectiva de no enseñar sólo los contenidos matemáticos

correspondientes sino debe preocuparse también de adiestrar a sus alumnos en las tácticas y estrategias del quehacer matemático experto:

- 1) Entrenamiento en medidas y cálculos a ojo: utilización de la media para la medida aproximada de longitudes.

"Cada alumno calcula a ojo la longitud de la pizarra y sin decirse a nadie, escribe este número en un papel. Hace lo mismo con la anchura. Entre todos los alumnos se efectuará un recuento de medidas que se recogerá en dos tablas. A cada alumno se le dice:

a) Calcula la media de las dos tablas por separado.

b) Como, probablemente, varios de tus compañeros hayan dado la misma medida, agrúpalas haciendo una tabla en la que figuren medidas dadas y sus efectivos correspondientes. Calcula de nuevo la media, de una manera más rápida que antes, utilizando esta última tabla".

- 2) Entrenamiento en la definición de conceptos matemáticos con palabras propias del alumno:

"En una empresa se escogieron al azar cinco de sus empleados para hacer un estudio sobre sus sueldos, obteniéndose estos resultados:

<i>j.</i> Empleado	A	B	C	D	E
Sueldo (euros/mes)	600	500	700	570	2.100

a) Calcula el sueldo medio de estos cinco empleados: x .

b) Según la idea que se tiene de la media, podríamos decir que "la mayoría de esos cinco empleados cobra un sueldo cercano a x euros/mes". ¿Crees que los cinco empleados estarán de acuerdo con esta afirmación? ¿Cuántos no lo estarán?

c) ¿Qué empleado ocupa la posición central si los ordenamos por su sueldo? ¿Cuánto gana ese empleado central? Llamaremos Me a su sueldo.

d) Si en la frase entrecomillada del apartado b) cambiamos x por Me ¿Estarán ahora más de acuerdo con ella los empleados?, ¿cuántos estarán de acuerdo?

e) ¿Cuál es la causa de que la media no sea representativa en este problema? ¿Podrías escribir otra serie de cinco números en la que ocurra algo parecido?

f) Esta "Me" que ha aparecido últimamente, se denomina MEDIANA: ¿Cómo la definirías?, ¿Cómo la calcularías?"

"Estudio de una variable cualitativa: el color del jersey. Un alumno saldrá a la pizarra e irá escribiendo en una tabla los colores de los jerseys de sus compañeros.

a) ¿Qué color está de moda hoy en clase?

- b) Calcula la media, ¿encuentras alguna dificultad?
- c) Calcula la mediana, ¿encuentras alguna dificultad?
- d) ¿Qué criterio se ha seguido para ordenar los colores en la tabla?, ¿podrías escribirlos en otro orden igualmente razonable?"

"Del color de moda del ejercicio anterior se dice que es la MODA de su distribución. ¿Cuál es la moda de la distribución siguiente?:

Valor observado	x	y	z	t	u
efectivo	8	15	13	7	12

Define la moda de una distribución cualquiera, en general".

1.6. El control del aprendizaje

NCTM (1993) afirma que la evaluación es un instrumento idóneo para ayudar al alumno a controlar su propio aprendizaje, cuando se entiende como un proceso dinámico que continuamente produce información sobre el progreso del alumno y no sólo como un método de calificarlo. En este sentido consideramos muy apropiado el marco que ofrece Garfield (1995) para la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística; se compone de cinco dimensiones: Qué se evalúa, Propósito de la evaluación, Quién evalúa, Método de evaluación y Acción/Feedback

que se toma. Presenta varios ejemplos de actividades de evaluación para ilustrar dichas dimensiones. Nosotros seleccionamos uno de ellos (Tabla II) que tiene que ver con la lección 4 (medidas de centralización) sobre la que nos estamos apoyando en este artículo:

Tabla II

- Qué: Comprensión de los alumnos de las medidas de posición central.
- Propósito: Evaluar la comprensión de las medidas de posición central y dar una puntuación sumativa a los estudiantes por su trabajo sobre este tema.
- Método: Evaluación mediante un dossier o portafolios (Crowley, 1993). Se pide a los alumnos que seleccionen muestras de su trabajo sobre medidas de posición central y las entreguen dentro de una carpeta; además deben escribir un breve resumen explicando por qué seleccionaron cada ejemplo y deben dar su propia opinión sobre la calidad global de su trabajo en esta unidad didáctica.
- Quién: El profesor revisa los dossiers y completa una hoja de calificación para cada uno.
- Acción / Feedback: Se devuelven las carpetas a los estudiantes con la hoja de calificación. Se les pide que repasen los puntos débiles o los errores que han cometido y que entreguen una tarea de recuperación que demuestre su comprensión de estos tópicos.

2. Conclusión

Hablando en términos de la teoría de la elaboración, en este artículo hemos presentado el epítome de un curso (o asignatura) cuyo contenido es precisamente la propia teoría de la elaboración y su aplicación al diseño de la enseñanza de matemáticas. En otras palabras, hemos pretendido hacer una introducción de los elementos fundamentales de dicha teoría ejemplificándolos en la organización de un curso de Estadística elemental.

El motivo de creer que la teoría de la elaboración resulta de especial utilidad para los profesores de matemáticas radica en el conocimiento de las dificultades específicas que implica la enseñanza de las matemáticas y en la razonable posibilidad de que puedan ser superadas con un diseño de la instrucción basado en la teoría de la elaboración. En efecto, hay acuerdo en el campo de la Educación Matemática sobre diversos factores que hacen a las matemáticas una asignatura difícil de aprender y de enseñar:

- 1) El carácter fuertemente jerarquizado de la disciplina. El edificio matemático se va construyendo desde la base y necesita, de forma continua, recurrir a un sólido andamiaje o estructura de apoyo. Una dificultad que nos encontramos los profesores cuando queremos enseñar determinada idea matemática es que ésta necesita para su aprendizaje
- unos determinados conocimientos previos o prerrequisitos de aprendizaje que muchos alumnos no poseen. Precisamente los dos primeros componentes estratégicos de la teoría de la elaboración (la secuencia de elaboración y la secuencia de prerrequisitos de aprendizaje), muy fundamentados en los últimos hallazgos de la ciencia cognitiva, pueden ser una herramienta muy útil para superar esta dificultad.
- 2) El carácter abstracto, alejado de la experiencia cotidiana de los alumnos, de muchos de los contenidos matemáticos. Expertos en Educación Matemática, como Polya (1954) o Fischbein (1987), defienden el trabajo con modelos analógicos de dichos contenidos para mejorar su comprensión. La teoría de la elaboración prescribe como uno de sus componentes estratégicos la utilización de analogías de forma explícita en la enseñanza.
 - 3) El aprendizaje de las ideas matemáticas tiene siempre una fuerte dimensión procedimental. No se trata de aprender conceptos o teoremas de forma memorística sino de aplicarlos a la resolución de problemas. Pero, como afirma Schoenfeld (1992), la conducta experta de resolución de problemas no sólo se caracteriza por el dominio de determinados contenidos matemáticos sino también por la utilización adecuada de heurísticos y estrategias de razonamiento y por un equilibrado desarrollo de las capacidades metacognitivas y

actitudinales. En este sentido, la presencia ineludible en la enseñanza del activador de tácticas y estrategias que prescribe la teoría de la elaboración, garantiza el adiestramiento en estas componentes que caracterizan la resolución experta de problemas matemáticos. 4) En Matemáticas es difícil "aprender a aprender". Parece ser que la presencia del profesor, en el marco de una enseñanza fuertemente directiva, es condición necesaria (aunque no suficiente) para el aprendizaje de los alumnos. Múltiples investigaciones realizadas dentro del paradigma conocido como "enseñanza por descubrimiento" muestran la dificultad de que los alumnos

produzcan su propio conocimiento matemático en lugar de recibirlo ya elaborado. Pues bien, la componente estratégica llamada "el control del aprendiz" enfatiza las posibilidades que emergen de un buen formateo de la enseñanza (tal como prescribe la teoría de la elaboración) a la hora de desarrollar esta capacidad de aprender a aprender.

En definitiva, pensamos que conviene explorar las posibilidades que ofrece la teoría de la elaboración para realizar diseños de enseñanza eficaces en matemáticas y a esa tarea invitamos al profesorado de matemáticas.

Referencias

- APARICIO, J. J. (1992). La psicología del aprendizaje y los modelos de diseño de enseñanza: la teoría de la elaboración. *Tarbiya*, 1-2, 19-44.
- AUSUBEL, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. Nueva York: Holt, Rinehart and Winston.
- CROWLEY, M. L. (1993). Student Mathematics Portfolio: More Than a Display Case. *The Mathematics Teacher*, 87, 544-547.
- FAST, G. (1997). Using Analogies to Overcome Student Teachers' Probability Misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (4), 325-344.
- FISCHBEIN, E. (1987). *Intuition in science and mathematics. An educational approach*. Dordrecht: Reidel.
- GAGNÉ, R. M. (1987). *Instructional Technology: Foundations*. Hillsdale, N.J.: LEA.
- GAGNÉ, R. M. y BRIGGS, L. J. (1974). *Principles of Instructional Design*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- GARFIELD, J. (1995). La evaluación del aprendizaje de la estadística. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5, 5-14.

- GRUPO AZARQUIEL (1985). *Curso Inicial de Estadística en el Bachillerato*. Madrid: Ediciones de la UAM.
- MEVARECH, Z. (1983). A deep structure model of students statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14. 415-429.
- NCTM (1993). *Assessment Standards for School Mathematics: Working Draft*. Reston, VA: NCTM.
- PIMM, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in Mathematics Classrooms*, London: Routledge & Kegan Paul. Traducción española: *El lenguaje matemático en el aula*, Madrid: MEC- Morata, 1990.
- PÓLYA, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics*, Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- REIGELUTH, C. M. y Curtis, R. V. (1987). Learning situations and instructional models. En R.M. Gagné (Ed.), *Instructional Technology: Foundations*. Hillsdale, NJ: LEA.
- REIGELUTH, C. M. y Stein, F. S. (1983). The elaboration theory of instruction. En C.M. Reigeluth (Ed.), *Instructional-Design Theories and Models: An Overview of their Current Status*. Hillsdale, NJ: LEA.
- SCHOENFELD, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics. En D.A. Grouws (editor), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Nueva York: McMillan, 334-389.
- TORMO, C. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la media aritmética. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5. 29-36.
- WINTER, H. (1983). Why Teach Descriptive Statistics in Secondary School? *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, 1. 127-143.

Resumen

A partir de la constatación de que muchas veces los modelos de enseñanza de los profesores son conceptualmente pobres ha surgido una disciplina aplicada, a la que se ha dado el nombre de Ciencia de la Instrucción o Tecnología Instruccional (Gagné, 1987), que tiene como objetivo desarrollar teorías de las que puedan derivarse modelos docentes idóneos.

En este artículo describimos una de estas teorías, la Teoría de la Elaboración (Reigeluth y Stein, 1983; Reigeluth y Curtis, 1987), que nos parece muy eficaz para organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje en Matemáticas por varias razones que expondremos. En concreto, basándonos en la Teoría de la Elaboración haremos una estructuración y secuenciación de un curso de Estadística para la Enseñanza

Secundaria y un análisis de una lección concreta de ese curso (las medidas de centralización).

Palabras clave: Diseño de Enseñanza, Teoría de la Elaboración, Enseñanza de la Estadística.

Abstract

As it is commonly known, many teachers use ineffective teaching strategies. As a result of this, a new applied discipline, named "Instruction Science" (Gagné, 1987), is gaining strength. Its aim is to develop theories that can be used to formulate effective teaching models to be applied in practice.

In this article, we describe one of these theories, the Elaboration Theory (Reigeluth and Stein, 1983; Reigeluth and Curtis, 1987) which we find very effective in coordinating teaching-learning strategies applied to Mathematics. To conclude, using the Elaboration Theory, we have structured a course on Statistics at a secondary education level, followed by the analysis of a teaching unit from the course (Measures of Central Tendency).

Key words: Teaching Design, Elaboration Theory, teaching Statistics.

César Sáenz Castro

Instituto Universitario de Ciencias de la Educación (IUCE)

Universidad Autónoma de Madrid

28049 Madrid

cesar.saenz@uam.es

Normas para los autores

- 1) *TARBIYA, Revista de Investigación e Innovación Educativa*, admite trabajos y artículos inéditos, en castellano para cada una de sus secciones. La aceptación de los mismos corresponde al Consejo Editorial y serán remitidos a nombre de la Revista o al Editor.
- 2) Los originales deberán enviarse al editor por triplicado, mecanografiados a doble espacio por una sola cara en hojas DIN A-4 y con un margen neto a la izquierda. Su extensión no excederá de 20 folios (iconografía aparte).
- 3) Se incluirá una primera página en la que se indicarán en el siguiente orden: título del trabajo, nombre y apellidos del autor o autores y centro de trabajo de los mismos con su dirección completa que posibilite correspondencia. Igualmente figurará un resumen en castellano y su traducción inglesa, de no más de 200 palabras, así como de 3 a 6 palabras claves en ambos idiomas. Con la finalidad de reducir al máximo las erratas, se enviará, además de las copias en papel, en disquette compatible: Word star, Word perfect o MSWord.
- 4) Los trabajos de experimentos de investigación constarán de introducción, métodos, resultados, discusión y referencias.
- 5) Las referencias bibliográficas en el seno del texto, se citarán entre paréntesis con el apellido(s) del autor y año. Si el nombre del autor figura en el texto, se citará únicamente el año entre paréntesis.
- 6) La bibliografía se incluirá al final del trabajo en orden alfabético de apellidos, siguiendo los siguientes criterios: autor(es), año, título completo, lugar de edición y editorial. En el caso de artículos de revistas se incluirá: autor(es), año, título, nombre de la revista, número de páginas. Ejemplos:

BRINCONES, I. (comp.) (1991). *Lecturas para la formación inicial del profesorado*. Madrid: Ediciones de la UAM.
GONZÁLEZ, E. (1991). Escalas Reynell, adaptación a la población española. *Cuadernos del ICE*, 18, 33-50.
- 7) Las notas se relacionarán numeradas a pie de página. Si dichas notas incluyesen referencias bibliográficas, se citarán según el criterio fijado en el punto 5º.
- 8) Las tablas, figuras, cuadros, gráficos, esquemas y diagramas, se presentarán en tinta negra sobre papel blanco. Se enviarán en hojas independientes numeradas y con su título o texto explicativo (si lo hubiera) mecanografiado a doble espacio en hoja aparte. El autor marcará en el margen del texto, a lápiz, con el número correspondiente, la ubicación aproximada en la que deberán aparecer los materiales iconográficos, independientemente, de que aparezca explícitamente señalado en el texto.
- 9) Salvo casos excepcionales no se admitirán fotografías, que deberán ser en blanco y negro, en brillo y de calidad suficiente para su reproducción. Su tamaño no será inferior a 6 x 9. Deberán ir numeradas al dorso indicando el apellido del autor o primer autor del trabajo. Sus títulos o textos (si los hubiera) deberán no superar los cuatro renglones, mecanografiados a doble espacio en hoja aparte. Igualmente se indicará en el margen del texto, a lápiz, su ubicación aproximada. Fotografías y textos se enviarán dentro de un sobre propio.
- 10) Los originales que deban ser modificados para su publicación, serán enviados a sus autores. Así mismo se comunicará la aceptación de trabajos para su publicación.

Últimos monográficos publicados

TARBIYA Nº 32 (2003)

La calidad en la educación

Hacia un análisis de los factores que determinan la calidad de la enseñanza en la enseñanza media.

Juan José Aparicio

Las definiciones de calidad en educación: ubicuidad, ambigüedad, discurso.

Luis Aguilar Hernández

La experiencia de una evaluación de centros como factor de mejora de la calidad.

Elena Martín

Marco ideológico de la ley de calidad y la construcción de la escuela pública.

Julio Rogero Anaya

La condición docente y la calidad de la educación

Félix García Moriyón

Estudios

Aproximaciones a la lectura crítica: teoría, ejemplos y reflexiones.

Daniel Cassany

Perfil del estudiante de posgrado con éxito académico en la UNAM

A. Martínez-González, M.E. Urritia-Aguilar, A.I.

Martínez-Franco, R. Ponce-Rosas y A. Gil-Miguel

Reseñas

Màrius Serra, Verbalia.com

Asunción del Campo

TARBIYA Nº 33 (2003)

Bases comunes para una Europa plurilingüe

Bases comunes para una Europa plurilingüe: marco común europeo de referencia para las lenguas: aprendizaje, enseñanza, evaluación.

Alvaro García Santa-Cecilia

Artículos

Muerte y educación

Pilar Feijoo Portero y Ana Belén Pardo Porto

Estudio del entrenamiento en habilidades sociales de un grupo de 2º de la E.S.O.

Sonia Rodríguez y Manuel Montanero

Asociaciones de palabras y actividades de vocabulario técnico para el aula de IFE

Agustina Álvarez Hernández e Irina Argüelles Álvarez

La educación compensatoria a debate. Reflexiones y experiencias.

Colectivo Educativo APACHAS

¿Es preciso actualizar las estrategias de uso de los videos didácticos?

Nicolás Rubio Sáez

Reseñas

Lev Tolstói. La muerte de Iván Illich. Historia de un caballo

Félix García Moriyón

Pratiques nº 115-116. L'écriture et son apprentissage.

Marta Moya

Peter Burke. Visto y no visto. El uso de la imagen como documento histórico

Laura Gómez Vaquero

TARBIYA Nº 34 (2004)

Investigación

¿Qué y cómo deciden los adolescentes?

Hilda Gambará y Elena González

Artículos

Sobre la literatura en la adolescencia

Francisco Alonso

El género y las ingenieras en computación

Patricia García Guevara

Las tecnologías como instrucciones socioculturales: implicaciones en la educación

Laura Rayón Rumayor

Calidad de Vida Universitaria II: ejemplo de un cuestionario de detección y análisis de necesidades

Esperanza Bausela Herreras

Documento

Multiculturalismo y plurilingüismo escolar. La formación inicial del profesorado de la enseñanza obligatoria en las comunidades con dos lenguas oficiales

Marta Milian y Oriol Guasch