

La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO

Anna Serradó Bayés
Pilar Azcárate Goded
José María Cardeñoso Domingo

Introducción

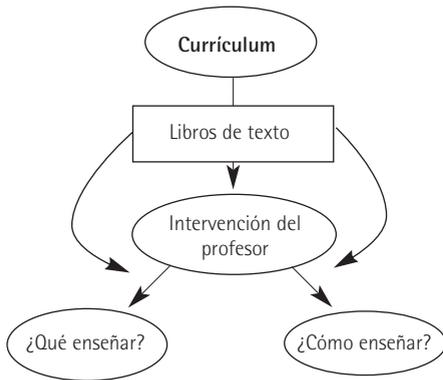
La investigación que presentamos se enmarca en el trabajo desarrollado por el grupo de investigación de la Universidad de Cádiz "Desarrollo Profesional del Docente", Hum462 del PAI de la Junta de Andalucía. Una de las agendas de investigación puesta en marcha, desde 1992, en el seno del grupo, está en relación directa con los procesos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento probabilístico. En concreto nuestro trabajo está centrado en el análisis del "Tratamiento del Azar" en Educación Secundaria Obligatoria y, para ello, comenzamos analizando algunos de los libros de textos propuestos desde las editoriales para este nivel, pues pensamos que en numerosas ocasiones éstos organizan la docencia del profesor de matemáticas de esta etapa educativa (Serradó, 2003).

En este artículo, presentamos las caracterizaciones que se reflejan en una muestra de los libros de texto más vendidos en nuestro

La importancia del libro de texto, como recurso básico para el profesor, se refleja en la cantidad de investigaciones desarrolladas en los últimos años sobre este instrumento educativo, pero en lo relativo a los libros de estadística, el tema es de reciente investigación.

entorno, sobre la noción de probabilidad. Éstas surgen de los resultados correspondientes al análisis de los conocimientos que introducen los textos con referencia a la noción de Probabilidad y al cálculo de Probabilidades.

Figura 1



Para ello, nos formulamos los siguientes interrogantes:

¿Cómo caracterizan los libros de texto la noción de probabilidad? ¿Cómo caracterizan su medida? ¿Qué tendencias existen en la caracterización de la noción de probabilidad?

Una primera aproximación al análisis de la validez de los interrogantes formulados, y las respuestas aportadas desde las investigaciones en Didáctica y, en particular, en Didáctica de la Probabilidad, la hemos realizado mediante la revisión de los antecedentes de esta investigación.

Antecedentes de la investigación

La importancia del libro de texto, como recurso básico para el profesor, se refleja en la cantidad de investigaciones, en torno a este, que se han desarrollado en los últimos años. Estas investigaciones se orientan a diferentes temáticas.

Un primer grupo de investigaciones se han centrado en estudiar la influencia de los libros de texto en la aplicación del currículo en las aulas, estableciendo cómo los libros de texto actúan de enlace entre las disposiciones curriculares y los profesores (Albatch, 1991; Apple, 1989; Gimeno, 1995; Goodson, 1989, 1995 y Konior, 1993). El análisis de las principales conclusiones presentadas en estas investigaciones nos indican que, como indica Torres (1991), los libros de texto son los principales homogeneizadores del sistema educativo.

En el campo de la Educación Matemática, se han realizado multitud de investigaciones que analizan la influencia del libro de texto en el proceso de enseñanza y aprendizaje (McGinty, Van Beyned y Zalewski, 1986; Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1993; Sierpinska, 1993; Cardeñoso y Azcárate, 1995; Sanz, 1995; Harrys, 1997; Pepin y Haggarty, 2000). Estas investigaciones resaltan que los libros de texto son representaciones del currículo, y su principal papel, es actuar como nexos entre el currículo y la acción. Los profesores ejercen

el control sobre el currículo, como si lo aprobasen, usando los libros de texto, al servicio de sus propias percepciones del significado de la enseñanza y aprendizaje. Boostrom (2001: 242), confirma esta idea, afirmando que *"el papel principal de un libro de texto no es presentar información, pero sí apoyar la instrucción. El libro de texto adquiere el propósito de crear condiciones de aprendizaje"*.

Un segundo grupo se centra en el análisis de los aspectos didácticos de los libros de texto, relacionándolos con las características del *discurso escrito o la ilustración*, la amenidad o facilidad para la comprensión lectora, la estética y cromática o los valores implícitos (sexismo, discriminación del niño, racismo, etc.). En esta línea, destacamos las investigaciones de Rothery (1980), Murray (1988) y Sierpinski (1993) sobre la comprensión lectora en el área de matemáticas.

Otro de los aspectos analizados en algunas investigaciones esta orientada al análisis del lenguaje que se utiliza en los libros de texto; por ejemplo, las investigaciones de Pimm (1987), González (1993) y Morgan (1996) se centran en el lenguaje matemático que se utiliza en los libros de texto. Ya en el campo de estudio del conocimiento probabilístico, el estudio presentado por Azcárate y Cardeñoso (1996), trata el lenguaje del azar su significado y su relación con el lenguaje cotidiano y, el trabajo de Ortiz y Serrano (2001), presenta un análisis

sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto.

Con respecto a un aspecto más global que el lenguaje como son los sistemas de representación simbólica utilizada en los libros de textos, es interesante la investigación de González (2002) sobre los *"Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: perspectiva histórica"*, trabajo que debe considerarse como un antecedente de esta investigación al aportar información sobre las diferentes tendencias en los modelos didácticos subyacentes en los textos analizados desde finales del siglo XVII, enfatizando la independencia entre la tendencia del modelo didáctico y el periodo histórico analizado.

Algunas investigaciones tienen un carácter más global, relacionado con la *forma* en que un material curricular está elaborado y cómo, de un modo explícito o implícito, éste determina gran parte de la escolarización (Martínez Bonafé, 1995; 2000). Es decir, el libro de texto no es significativo sólo por el conocimiento de la materia que aportan, sino también por las estrategias que usan, las cuales facilitan la planificación y el desarrollo de la enseñanza al profesor (Serradó y Azcárate, 2003; Azcárate, Serradó y Cardeñoso, 2004).

En esta línea, los trabajos de Chevalard (1991) y Kang y Kilpatric (1992) sobre la *transposición didáctica* presente en los libros de texto ya informaban sobre los procesos que deben realizar los autores de

los libros de texto. Desde sus concepciones educativas deben transformar el saber sabio en saber escolar, asequible a los alumnos, reduciendo el contenido, simplificando su presentación y tratando de buscar ejemplos que motiven a los alumnos y sean comprensibles para ellos.

También en la misma línea está la investigación desarrollada por Serradó (2000), en la que presenta un análisis de la estructura organizativa de las unidades didácticas referidas al "Tratamiento del Azar", presente en una muestra de libros de textos de matemáticas para la ESO. Análisis que, en una investigación posterior, se completó con el estudio del tratamiento del conocimiento probabilístico que se reflejaba en dichas unidades, analizando las formas en que las nociones fundamentales de dicho conocimiento son presentadas y tratadas (Serrado, 2003).

Estas revisiones nos indican la importancia de los estudios sobre los libros de texto en el ámbito de la investigación educativa.

Marco teórico

Para abordar los problemas formulados es necesario disponer, en primer lugar, de un referente conceptual que oriente el proceso de investigación apoyado en las revisiones teóricas tanto de carácter epistemológico, como cognitivas y didácticas, así como en la literatura de investigación, referente ya presentado en trabajos anteriores (Azcárate,

1995; 1996b). Su elaboración nos ha permitido, por un lado, dispone de un marco de referencia y formular las hipótesis de investigación en cada uno de los aspectos conceptuales considerados en esta investigación, que orientan la interpretación de los datos obtenidos y, por otro lado, la construcción de los instrumentos de investigación, coherentes con la estructura de dicha hipótesis.

Así, desde nuestra perspectiva, consideramos el conocimiento como un sistema de ideas con distintos niveles de concreción y articulación, que está sometido a una evolución y reorganización continua, según un proceso abierto e irreversible. Estas reestructuraciones las podemos concretar en diferentes niveles de formulación que configuran una hipótesis de progresión del conocimiento.

En nuestro caso particular, el establecimiento de esta hipótesis de progresión se basa en considerar que una secuenciación adecuada en el tratamiento del conocimiento probabilístico en los procesos de enseñanza y aprendizaje ha de ser coherente con la posible evolución que han de reflejar los sujetos respecto al dominio de dicho conocimiento. Así, una posible base para la secuenciación del tratamiento de los contenidos en el aula, ha de partir de las intuiciones primarias de los alumnos, detectando los posibles obstáculos, dificultades, sesgos o usos de heurísticos que realizan los alumnos de forma intuitiva, para

progresivamente facilitar la elaboración de un cuerpo de conocimiento formalizado. Los posibles momentos que caracterizan esta hipótesis de progresión del Tratamiento del Azar, se deben considerar como estadios en la construcción del conocimiento probabilístico. El avance progresivo que permite el paso de un estadio a otro supone la superación de unos determinados obstáculos relacionados con las nociones de azar, aleatoriedad y probabilidad, que han de permitir al sujeto reformular el significado que se otorga a estas nociones. Es decir, esta hipótesis de progresión no se puede considerar como una exposición lineal de una secuenciación jerarquizada, sino como un referente teórico que nos puede servir a la hora de analizar las decisiones sobre cómo se han de introducir las diferentes nociones en los textos.

La construcción de esta hipótesis de progresión sobre el "Tratamiento del Azar", se apoya en las hipótesis de progresión del conocimiento probabilístico presentadas por Shaughnessy (1992), Azcárate (1996a, 1996b) y Cardeñoso (2001a), en la que se intentaban construir modelos explicativos globales del funcionamiento de los individuos ante situaciones de incertidumbre, como tales son sólo referentes teóricos que nos facilitan el análisis.

Desde los estudios realizados hemos diferenciado cuatro posibles caracterizaciones de las formas de hacer del profesorado a la hora de tratar estos conocimientos en el

aula, formas que podemos encontrar también en las propuestas presentadas en los textos, entendidas como la concreción de la visión que sus autores mantienen sobre el tratamiento del conocimiento probabilístico y que nos han de servir como referente teórico en nuestra investigación:

No incluye el "Tratamiento del Azar" explícitamente

No se introducen en la planificación de la intervención en el aula los bloques de contenidos relacionados con el "Tratamiento del Azar" de forma explícita, sino que se presentan las diferentes nociones distribuidas por los distintos bloques. Las argumentaciones por las cuáles no introduce este bloque de contenidos están basadas en otorgar más importancia a otros bloques de contenidos, que se sustentan bajo unas bases deterministas.

Tratamiento intuitivo de la probabilidad

Aparecen algunas explicaciones sobre el significado del azar, estableciendo la relación con los fenómenos, experimentos o sucesos aleatorios. Se otorga más importancia a la cuantificación de la probabilidad que a la comprensión de su noción. La falta de énfasis en una conceptualización adecuada de la probabilidad, se intenta solucionar con una mayor incidencia en la cuantificación de la probabilidad, desde aceptaciones subjetivas como la referida a la *contingencia* del suceso

hasta la cuantificación de la probabilidad, que se realiza a partir de razonamientos proporcionales asociados a espacios de sucesos equiprobables y finitos, que permiten introducir la Regla de Laplace.

Tratamiento emergente

Se presentan diferentes interpretaciones del significado del concepto de probabilidad, como puede ser la Laplaciana o la Frecuencial. Aplican estas nociones en la cuantificación de la probabilidad en cualquier tipo de contexto (juegos, físicos, químicos, meteorológicos,...), como los indicados por Cardeño (2001a).

Tratamiento normativo

Se presenta una profunda reflexión sobre los modelos matemáticos para el tratamiento de

la incertidumbre (Clásico- Laplaciano, Bayesiano o Frecuencial), de sus interacciones y de la complejidad de su aplicación en distintas situaciones. Estas reflexiones sustentan la necesidad de la introducción de una axiomática de la probabilidad y una visión integradora desde la Teoría de la Medida.

La siguiente tabla resume las diferentes formas que configuran esta hipótesis de progresión en relación con el tratamiento de la probabilidad, tanto en el aspecto conceptual como en su cuantificación. Su elaboración nos ha permitido, por un lado, dispone de un marco de referencia y formular las hipótesis de investigación en cada uno de los aspectos conceptuales considerados en esta investigación, que orientan la interpretación de los datos obtenidos.

	No inclusión explícita	Tratamiento intuitivo	Tratamiento emergente	Tratamiento normativo
Coceptual	Se presentan algunas explicaciones subjetivas	Explicaciones subjetivas y laplacianas en contextos de juegos	Explicaciones subjetivas, frecuenciales y laplacianas en cualquier tipo de contexto	Modelización (laplaciana, frecuencial, bayesiana) como base para la definición axiomática
PROBABILIDAD Cuantificador	Se promueven razonamientos aritméticos	Razonamientos aditivos sobre la contingencia del suceso (cómo síntesis del Azar/ Necesidad) Razonamientos proporcionales	Razonamientos proporcionales y combinatorios incompletos	Razonamientos combinatorios y aplicación de propiedades desde la visión normativa

Y, por otro lado, la construcción de los instrumentos de investigación, coherentes con la estructura de dicha hipótesis.

Descripción de la investigación

En el análisis de los libros de texto, la estrategia metodológica que se utiliza es el análisis de contenido (Bardín, 1986). Puede considerarse el análisis de contenido como un instrumento de respuesta a la curiosidad del hombre por descubrir la estructura interna de la información, bien en su composición, su forma de organización o estructura, bien en su dinámica. El procedimiento se basa en el supuesto de que las informaciones verbales o escritas, obtenidas en diversas situaciones, proporcionan información válida para delimitar los principios que rigen cualquier discurso. El análisis de contenido hace referencia a dos niveles de análisis: el manifiesto o lo que aparece y el latente o lo que subyace o puede leerse entre líneas, en el que el investigador trata de codificar el significado de la respuesta o de la motivación subyacente de la conducta descrita. Es importante tener en cuenta este aspecto, porque refleja o puede reflejar la imagen que un determinado texto quiere promover o formar en sus lectores. En este sentido tiene una función básica en esta investigación, descubrir aspectos del discurso de un modo más sistemático que por el simple tanteo.

El análisis de contenido se realiza desde el marco de referencia constituido y su fases son: la determinación de los objetivos, la muestra, las categorías y la hipótesis de progresión, la elaboración de un instrumento de recogida de información, la codificación de la información en relación con las categorías, la interpretación de los datos obtenidos y la elaboración de las conclusiones.

Objetivos de la investigación: Los objetivos que guían esta investigación son:

- Analizar las caracterizaciones que presentan los libros de texto de la probabilidad.
- Analizar las caracterizaciones que presentan los libros de texto de la probabilidad en relación con la identificación de la probabilidad con un valor numérico.
- Identificar las diferentes propuestas de los textos en la caracterización escolar de la noción de probabilidad.
- Relacionar las diferentes propuestas de los textos con el perfil establecido en la hipótesis de progresión.

La muestra: La elección de la muestra de los libros de texto (Anexo I) se realizó a partir de determinados parámetros.

- En primer lugar, la incidencia en nuestra comunidad educativa, para ello realizamos durante los años 1998 y 1999 un análisis de los libros de texto que se

vendieron en la provincia de Cádiz, a partir de la comprobación de cuáles son los libros de texto de Matemáticas más vendidos en la provincia y con más incidencia escolar por su mayor difusión. Estos libros de texto eran de las editoriales Anaya, S.M., Santillana, Bruño, Casals, McGraw Hill, Guadiel, Editex y Vicens Vives.

- Por otro lado, la necesidad de analizar libros de texto que presenten los conocimientos secuenciados a lo largo de toda la Etapa, nos obligaba a seleccionar editoriales que tengan desarrollado el proyecto curricular de las tres etapas de Educación no Universitaria: Primaria, Secundaria y Bachillerato. Se supone que estas editoriales deberían tener una continuidad en el diseño de los libros de texto y en el tratamiento del azar.

Con estas condiciones, de las nueve editoriales se escogieron finalmente cuatro, como elementos de la muestra, Bruño, Santillana, Mc Graw Hill y Guadiel. De cada uno de las editoriales se analizaron los cinco libros que componen el proyecto curricular (primero, segundo, tercero y cuarto opción A y B), salvo la Editorial Guadiel que sólo tiene desarrollado y aprobado el libro de texto de Matemáticas de 4º opción B.

El formulario: El instrumento de recogida de información es un formulario que consta de tres secciones.

- Una primera sección dedicada a "Aspectos generales sobre la estructura de los libros de texto".
- Una segunda sección con dos partes, dedicadas a la noción de aleatoriedad y probabilidad.
- Una tercera sección dedicada al análisis de las actividades relacionada con el conocimiento probabilístico.

En el Anexo II se presentan las partes del formulario relacionadas con la caracterización de la noción de probabilidad. Para la organización y análisis de los datos obtenidos, se tomaron como referencia los indicadores extraídos desde la hipótesis de progresión para caracterizar cada nivel. A continuación presentamos los principales resultados del estudio en relación con los interrogantes formulados.

Caracterización escolar de la probabilidad

Todos los textos analizados introducen en las unidades dedicadas al "Tratamiento del Azar", una sección dedicada a la presentación del lenguaje cotidiano asociado con la expresión de los grados de creencia personales sobre la ocurrencia de ciertos sucesos. Estas secciones de los textos sirven de introducción a la presentación del significado de la probabilidad y su posterior cálculo.

En particular, la editorial Bruño establece la graduación de la ocurrencia del suceso a

partir del término probable, matizándolo al considerar los diferentes adjetivos que complementan el término.

La editorial Santillana establece el grado de creencia asociado a la posibilidad de ocurrencia del suceso, estableciendo una gradación acorde con la terminología utilizada para los sucesos que va desde imposible hasta seguro, pasando por bastante posible o muy posible. En dicha gradación se identifica el término posible con probable.

La editorial McGraw Hill utiliza indistintamente los términos probable y posible para cuantificar los diferentes grados de incertidumbre asociada a un suceso aleatorio. Enfatiza el carácter subjetivo del uso del lenguaje cotidiano, indicando que *“el lenguaje cotidiano no es muy preciso, en cambio, el matemático si debe serlo”* (McGraw Hill 1º, pág. 246). Para otorgar un carácter matemático a la probabilidad sugiere cuantificar la incertidumbre de forma objetiva a partir de la asignación de un número entre 0 y 1.

Los textos de la editorial Guadiel utilizan el término probabilidad y sus matizaciones a partir de adjetivos, para *“medir el grado de certeza de dicha situación”* (Guadiel 4º, pág. 132). El uso del término certeza puede ser, en su raíz etimológica, antagónico al significado que adquiere la noción de probabilidad en el estudio de los fenómenos/experimentos aleatorios. Aunque los argumentos lógicos y los esquemas

causales (deterministas) han tendido a dominar los argumentos científicos asociados a la presentación del conocimiento probabilístico (Borovnick y Peard, 1996).

Es más, para poder realizar comparaciones entre los fenómenos reconocidos como inciertos, la forma por la cual es factible dicha comparación es determinar y fijar un acontecimiento reconocido como aleatorio, como nexo de la relación entre fenómenos. El resultado de tal comparación es una familia de clases de referencia ordenadas, donde tiene sentido plantearse la ocurrencia indeterminada de un cierto acontecimiento (Cardeñoso, 2001a). Bajo este supuesto, utilizamos la terminología *grados de incertidumbre de un suceso*, como los elementos de la clase de referencia ordenada de la falta de certidumbre en la ocurrencia de un suceso.

Estas explicaciones se complementan con un conjunto de actividades con diferentes finalidades según la editorial. El texto de la editorial Guadiel no introduce actividades relacionadas con el tratamiento de la noción cotidiana de la probabilidad. Las actividades propuestas en los textos de la editorial Bruño, asociadas a los juegos del azar, tienen por finalidad asignar grados de incertidumbre. Por ejemplo: *“Asigna el término «muy probable» o «poco probable» a los resultados de los siguientes fenómenos aleatorios: «obtener el primer premio de la lotería de Navidad», «obtener una bola blanca de un bombo con diez bolas de las nueve que son blancas», «obtener la devolución del*

dinero en el sorteo de la ONCE». (Bruño, 1º, pág. 236).

La editorial Santillana introduce la noción de la probabilidad en el primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria estableciendo puentes para que los alumnos relacionen el lenguaje cotidiano con el lenguaje probabilístico y analicen la bondad de la asignación del grado de incertidumbre asociado a

situaciones didácticas relacionadas con los juegos y ámbito cotidiano.

La tabla siguiente recoge las diferencias existentes entre las cuatro editoriales de la muestra con referencia a los contextos de ejemplificación, exploración y aplicación, y a la finalidad que adquieren en el proceso de enseñanza y aprendizaje las actividades propuestas.

	Editorial Bruño	Editorial Santillana	Editorial Guadiel	Editorial McGraw Hill
Contextos de ejemplificación	Generadores aleatorios Juegos de azar	Generadores aleatorios Ámbito Social	Generadores aleatorios Ámbito Social	Generadores aleatorios Ámbito Social
Contextos de exploración o aplicación	Juegos de azar	Juegos de azar	Juegos de azar	Generadores aleatorios Juegos azar Ámbito Social Meteorológico
Finalidad de las actividades	Asignar grados de incertidumbre	Asignar grados de incertidumbre Asociar lenguaje cotidiano con el lenguaje probabilístico Analizar la bondad de la asignación del grado de incertidumbre asignado	Medir el grado de certeza	Expresar el grado de confianza Asignar grados de incertidumbre Asociar el lenguaje probabilístico con un número de 0 a 1 Analizar la bondad de asignación del grado de incertidumbre asignado Analizar paradojas de la probabilidad y usos erróneos de su significado

Caracterización escolar de la probabilidad como medida de la incertidumbre

En este caso, las editoriales Bruño y Santillana, en el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria, definen la probabilidad a partir del número que asignan como medida de la incertidumbre. En el caso particular de la Editorial Bruño se le asigna el valor que se obtiene al aplicar la regla de Laplace. En cambio, la editorial Santillana define la probabilidad a partir de la posibilidad de otorgar un número entre 0 y 1, para posteriormente introducir la regla de Laplace. En ambas editoriales, la deducción de la regla de Laplace se realiza a partir de la generalización de razonamientos proporcionales que surgen de la comparación de los resultados correspondientes a asignar posibilidades de ocurrencia a experimentos asociados al giro de ruletas.

Cardeñoso (2001b), analiza la *comparación* como elemento definitorio de la probabilidad. Según este autor, para poder comparar se ha de identificar o construir el espacio de referencia. Por lo que las estrategias de recuento van a ser imprescindibles para la posterior comparación (Kyburg, 1974). Éstas pueden ser desde un simple inventario, bien por análisis de las simetrías del aleatorizador, bien por la observación de la ocurrencia de acontecimientos diferenciados respecto al mismo fenómeno. En el caso concreto de la propuesta de

estas dos editoriales, la comparación se realiza mediante ruletas entendidas como generadores aleatorios que facilitan el análisis de las simetrías.

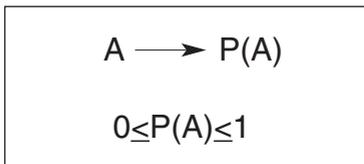
Por una parte, el uso de ruletas como aleatorizador, con regiones de dos o más colores, permiten visualizar mejor la relación *parte-parte*, comparación que consolida el razonamiento del tipo de la Contingencia de un suceso, como expresión de la comparación aditiva entre las porciones de la ruleta favorables a un color determinado y las porciones desfavorables a dicho color. Ortiz y Serrano (2001) indican que una ruleta visualiza mejor la relación *parte-todo*, y por tanto, la regla de Laplace. Este tipo de generadores aleatorios permite al alumno realizar comparaciones de tipo geométrico que favorecen la visualización de la proporción a considerar, aunque nos tememos que su significado no vaya más allá del meramente espacial, como recoge Mauvy (1984), en situaciones de comparación de una variable, no tiene problemas en realizar comparaciones con herramientas matemáticas descontextualizadas, de tipo aditivo o proporcional. El uso de este tipo de generadores aleatorios, aunque facilita el establecimiento de comparaciones, puede fomentar la asociatividad, sin ninguna significación novedosa, entre el generador aleatorio y el tipo de conocimiento probabilístico a aplicar.

En cambio, los textos de la editorial McGraw Hill que han definido previamente

la probabilidad a partir de la estabilidad de las frecuencias, introducen de forma diferente la Regla de Laplace. La editorial McGraw Hill solicita en el texto de 3º de ESO, que los alumnos asignen valores numéricos "mediante fracciones" y realicen comparaciones, que les permitan deducir de otra forma los valores que previamente han aprendido a determinar, a partir de analizar la estabilidad de las frecuencias relativas, asociadas a experimentos aleatorios con sucesos elementales equiprobables o no. La propuesta de comparación que propone esta editorial, según la clasificación de Cardeñoso (2001a), estaría relacionada con la observación de la ocurrencia de acontecimientos diferenciados respecto al mismo fenómeno. La propuesta de cuantificación de la probabilidad que se solicita a los alumnos es la realización de razonamientos proporcionales.

En el texto de 2º de ESO (pág. 132) de la editorial Guadiel se define:

Figura 2



*"En matemáticas, la probabilidad de un suceso A se mide asignándole un número entre 0 y 1, al que llamaremos P(A)
 $P(A)=0$ significa que el suceso A no ocurrirá nunca al realizar un experimento aleatorio,*

mientras que $P(A)=1$ significa que A ocurrirá con absoluta seguridad.

Los valores intermedios de P(A) se corresponden con diversos grados de certeza: muy probable, improbable, etc."

La comprensión del significado de la cuantificación de la probabilidad se basa en el conocimiento del significado de la palabra certeza. La falta de clarificación de la palabra certeza, al igual que otros términos, cobran un papel primordial en la introducción de la idea de aleatoriedad. En general, la descripción de las características atribuidas a los resultados de los experimentos se realiza mediante el uso de palabras como imprevisibles, incierto, etc., con las que se pretende que se evoquen las propiedades de tales fenómenos, pero cuyas propiedades no suelen clarificarse (Batanero y Serrano, 1999).

Es más, el uso del término certeza reafirma el carácter determinista que se le otorga a la noción de probabilidad. Desde un punto de vista ontológico determinista, todo tiene una determinada causa y un determinado efecto. Para poder analizar estas causas, Descartes propuso un método analítico que consistía en la reducción de todo fenómeno físico a relaciones matemáticas exactas y sugirió la idea de certeza en el mundo científico. En el caso de la noción de aleatoriedad la influencia del determinismo dificulta la construcción de la noción de experimento aleatorio (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2005). Un tratamiento

inadecuado de la forma de contextualizar y referenciar los objetos (acontecimientos, fenómenos, experimentos aleatorios...) puede ocasionar un obstáculo didáctico en la comprensión de la noción de aleatoriedad y probabilidad (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2005).

A su vez, las afirmaciones establecidas para los sucesos que cumplen $P(A)=0$ y $P(A)=1$ se restringen a espacios muestrales finitos, configurándose a la larga como un obstáculo en la construcción del significado de la probabilidad para espacios muestrales infinitos. En cambio, en 4º de ESO, se introduce la noción de probabilidad a partir del estudio frecuencial.

Tendencias y perfiles de las diferentes editoriales en la caracterización escolar de la noción de probabilidad

A partir del análisis y comparación de las diferentes caracterizaciones de la noción de probabilidad que se realizan en los libros de texto, observamos que existen dos posibilidades de otorgar un significado objetivo a la noción de probabilidad y su cuantificación.

- **La editorial Bruño y Santillana:**
En primer lugar, caracterizan la noción escolar de probabilidad a partir de la expresión de los grados de creencia personales sobre la ocurrencia de ciertos

sucesos. En segundo lugar, se le asigna un valor numérico que permita cuantificar la probabilidad de un suceso a partir del contraste entre diferentes sucesos. Para posteriormente introducir la Regla de Laplace.

Para finalizar, relacionan el valor numérico que se obtiene de la aplicación de la regla de Laplace con el estudio teórico de la estabilidad de las frecuencias relativas.

- **La editorial McGraw Hill:**
Define la probabilidad a partir de la estabilidad de las frecuencias relativas correspondientes a la repetición de un experimento, introduciendo la Regla de Laplace como la ley que permite calcular la probabilidad para sucesos equiprobables y finitos.
- **La editorial Guadiel:**
En primer lugar, le asigna a la probabilidad un valor numérico entre 0 y 1. Matiza en el texto que los valores intermedios se corresponden con los diversos grados de certeza.
Define la probabilidad de un suceso a partir del análisis de la estabilidad de las frecuencias relativas.

En relación con los posibles perfiles detectados entre las editoriales, observamos que el significado que otorgan las diferentes editoriales a la noción de probabilidad puede considerarse una *probabilidad intuitiva*. Las editoriales modelizan la probabilidad a partir de la relación con el significado cotidiano del término, a partir de la posibilidad

de medir la incertidumbre del suceso otorgándole un carácter subjetivo. Sólo en el caso de la editorial McGraw Hill se considera que los textos presentan explicaciones y actividades asociadas al contexto de juegos que permiten reflexionar sobre el significado de las frecuencias relativas y su estabilidad como forma *emergente* de introducir esta noción.

Las propuestas de cuantificación de la probabilidad de las editoriales Santillana y Bruño se pueden englobar dentro de un perfil *intuitivo*, caracterizado por razonamientos aditivos y proporcionales simples, que permiten aplicar la Regla de Laplace. Además, en los textos de la Editorial McGraw Hill se introducen actividades y explicaciones sobre el uso de instrumentos que facilitan la cuantificación de la probabilidad (diagramas de árbol, tablas de recuento de datos o tablas de contingencia) que favorecen la *emergencia* de razonamientos proporcionales y combinatorios.

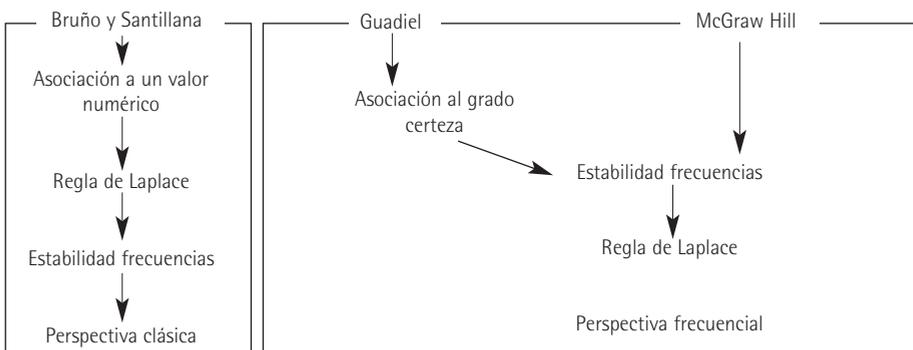
A nivel teórico la editorial Guadiel presenta un perfil que debe englobarse en una

tendencia *normativa*, al intentar axiomatizar la probabilidad. Pero, a nivel práctico de actividades propuestas a los alumnos, se refleja una cierta tendencia a la *no inclusión de su tratamiento*, sustentando sus argumentaciones en bases deterministas que pueden interferir en la construcción de dichas nociones.

Conclusión

En conclusión, la caracterización escolar de la noción de probabilidad en los libros de texto se realiza asimilándola con su medida desde una perspectiva clásica, como el valor que se obtiene de aplicar la regla de Laplace, o desde una perspectiva frecuencial como el valor al cual tienden las frecuencias relativas, sin incidir en el significado de esta noción. Esto conlleva a enfatizar el cálculo por encima de la comprensión de la idea, hecho que por otro parte está presente en otros muchos casos del currículo escolar. En relación con la hipótesis de progresión presentada su perfil se puede englobar en un *Tratamiento intuitivo de la probabilidad*.

Figura 3



El anterior gráfico resume la diferencia entre los dos perfiles diferenciados que reflejan formas diferentes de presentar el

conocimiento probabilístico y de propuestas para el aula, unas más cercanas a tendencias racionalistas y otras a empiristas.

Referencias

- ALBATCH, P. (1991): *Textbooks: The international dimension*. En Appel, M., Chistian-Smith, L. (Eds.): *The politics of the textbooks*. Nueva Cork: Routledge.
- APPLE, M. W. (1989): *Maestros y textos*. Colección Temas de Educación. Barcelona: Paidós/MEC.
- AZCÁRATE, P. (1995): *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis doctoral. Inédita. Univ. de Cádiz.
- AZCÁRATE, P. (1996a): *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Colección Mathema. Granada: Editorial Comares.
- AZCÁRATE, P. (1996b): El conocimiento profesional relativo al tratamiento del conocimiento probabilístico en la Educación Primaria. *UNO*, 7, 95-108.
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J. M. (1996): El lenguaje del azar. Una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticas, *Epsilon*, 35, 165-177.
- AZCÁRATE, P.; SERRADÓ, A. y CARDEÑOSO, J. M. (2004): Las fuentes de información como recurso para la planificación. *Investigación en Educación Matemática. Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, pp. 165-172, A Coruña: Univ. A Coruña.
- BARDÍN, L. (1986): *Análisis del Contenido*. Madrid: Akal/Universitaria.
- BATANERO, C., GODINO, J. D. y NAVARRO-PELAYO, V. (1993): Epistemology and mathematics instruction; implications for curricular development. En Bazzini (Ed.): *Proceedings of the V Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice*, pp. 9-18. Grado, Italy: University of Modena.
- BATANERO, C. y SERRANO, L. (1999): The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567.
- BOOSTROM, R. (2001): Whither textbooks? *Journal of Curriculum Studies*, 33(2), 229-243.
- BOROVNICK, M. y PEARD, R. (1996): Probability. En Bishop y cols (Eds.): *International Handbook of Mathematics Education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- CARDEÑOSO, J. M. (2001a): *Las creencias y conocimientos de los profesores de Primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la Aleatoriedad y Probabilidad*. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- CARDEÑOSO, J. M. (2001b): Reflexiones para la formación de profesores desde los resultados de investigación en Didáctica Específica. En *Actas I Congreso Nacional de Didácticas Específicas. Las Didácticas de las Áreas Curriculares en el siglo XXI*. Vol. II, pp. 2001-2013. Granada: Ed. Universitaria
- CARDEÑOSO, J. M. y AZCÁRATE, P. (1995): Tratamiento del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares. *SUMA*, 20, 41-51.
- CHEVALARD, Y. (1991): *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- GIMENO, J. (1995): Materiales y textos: contradicciones de la democracia cultural. En Mínguez, J.G. y Beas, M. (Col.): *Libro de Texto y Construcción de Materiales curriculares*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- GONZÁLEZ, R. M. (1993): *A descriptive study of verbal problems selected in mathematics text books at the high school*. Ph. D. ProQuest, núm. Publicación UMI: 9404811, disponible en: wwwlib.umi.com/cr/uca/main.
- GONZÁLEZ, M. T. (2002): *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: Perspectiva histórica*. Salamanca: Tesis doctoral. Colección Vitor. Universidad de Salamanca
- GOODSON, I. (1989): Curriculum Reform and Curriculum Theory: A Case of Historical Amnesia. *Cambridge Journal of Education*, 19, 2, 131-141.
- GOODSON, I. (1995): Materias escolares y la construcción del currículum: Texto y contexto. En García Mínguez, J. G y Beas, M (eds.) *Libro de texto y Construcción de Materiales Curriculares*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- HARRYS, J. (1997): Professional Development for Math and Science. *ENC, Focus*, 4(4), 45-56.
- KANG, W. y KILPATRICK, J (1992): Didactic Transposition in Mathematics Textbooks. *For the Learning of Mathematics*, 12(1), 2-7.
- KONIOR, J. (1993): Research into the construction of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 251-256.
- KYBURG, H. E. (1974): *The Logical Foundations of Statistical Inference*. Dordrecht: Reidel.
- MARTÍNEZ BONAFÉ, J. (1995) Interrogando al material curricular. (Guión para el análisis y elaboración de materiales para el desarrollo del currículum). En Mínguez y Beas (eds.): *Libro de Texto y Construcción de Materiales Curriculares*, pp. 221-245. Granada: Proyecto Sur de Ediciones. S.A.L.
- MARTÍNEZ BONAFÉ, J. (2000): *Políticas del libro escolar*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- MAUVY, S. (1984): La quantification des probabilités: analyse des argument utilises par les élèves de classe de seconde. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 5, (2), 187-214.

- MCGINTY, R. L., VAN BEYNED, J y ZALEWSKI, D. (1986): Do our mathematics textbooks reflect what we preach? *School Science and Mathematics*, 86, 591-596.
- MORGAN, C. (1996): The language of mathematics: Towards a critical analysis of mathematics texts. *For the Learning of Mathematics*, 16, 2-10.
- MURRAY, J. (1988): *Children Reading Mathematics*. London: Oxford.
- ORTIZ, J. J. y SERRANO, L. (2001): Reflexiones sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto de Educación Secundaria. *Jornadas Europeas de Estadística*. Islas Baleares, 1-13. http://www.caib.es/ibae/esdevenimientos/jornades_10_01.
- PEPIN, B. y HAGGARTY, L. (2000): Mathematics Textbooks and Their Use in English, French and German Classrooms: A Way to Understand Teaching and Learning Cultures. En *Proceedings of the Annual Meeting of the American Educational Research Association*, pp. 39-53. New Orleans.
- PIMM, D. (1987): *Speaking Mathematically*. New York: Routledge&Kegan Paul.
- ROTHERY, A. (1980): *Children reading mathematics*. Worcester: College of Higher Education.
- SANZ LERMA, I. (1995): *La construcción del lenguaje matemático a través de libros escolares de Matemáticas. Las configuraciones gráficas de datos*. San Sebastián: Serv. Ed. de la Univ. del País Vasco.
- SHAUGHNESSY, J. M. (1992): Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. En Grouws (Ed): *The teaching and learning of the mathematics*. New York: MacMillan Publishing Company (Versión castellana E. Sánchez (Ed.): Investigación en probabilidad y estadística: reflexiones y orientaciones. México: CINVESTAV-IPN, 2002).
- SERRADÓ, A. (2000): *Diseño de las unidades dedicadas al Tratamiento del Azar en los libros de Educación Secundaria Obligatoria*. Trabajo de investigación Tutelado DEA. Inédito, Universidad de Cádiz.
- SERRADÓ, A. (2003): *El tratamiento del azar en educación secundaria obligatoria*, Doctoral Dissertation, University Microfilms Incorporated's Proquest Digital Dissertations, Michigan. AAT 3126908.
- SERRADÓ, A. y AZCÁRATE, P. (2003): Estructura de las unidades dedicadas al "Tratamiento del Azar" en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. *Enma*, 15 (1), 67-98.
- SERRADO, A., AZCÁRATE, P. y CARDENOSO, J. M. (2005): Randomness in textbooks: the influence of deterministic thinking. En M. Bosch (Ed.): *Proceedings of CERME 4: Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 1-10. Barcelona, Spain: Ramon Llull University.
- SERRADO, A., CARDEÑOSO, P. y AZCÁRATE, P. (2005): Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 59-81, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- SIERPINSKA, A. (1993): Curriculum materials for integrating teaching: The case of application sections in a linear algebra textbook. L.Bazzini (Ed.): *Proceedings of the V Conference on*

Systematic Cooperation between Theory and Practice, 221–230. Grado, Italy: University of Modena.

TORRES, J. (1991): *El curriculum oculto*. Madrid: Morata Ed.

Anexo I: Relación de libros de texto de la muestra _____

Editorial Bruño

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 1º*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 2º*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 3º*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 4º A*. Madrid: Editorial Bruño.

MIÑANO, A. y RÓDENAS, J. A. (1998): *Matemáticas 4º B*. Madrid: Editorial Bruño.

Editorial Santillana

ALMODÓVAR, J. A.; CORBALÁN, F.; GARCÍA, P.; GIL, J.; NORTES, A. (1999): *Matemáticas. Curso 1º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

ALMODÓVAR, J. A.; CORBALÁN, F.; GARCÍA, P.; GIL, J.; NORTES, A. (1999): *Matemáticas. Curso 2º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

ALMODÓVAR, J. A.; GARCÍA, P.; GIL, J.; VÁZQUEZ, C. (1999): *Matemáticas. Curso 3º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

SANTOS, D.; GARCÍA, P.; VÁZQUEZ, C.; NEVOT, A.; GIL, J.; NORTES, A. (1995): *Matemáticas 3º*. Madrid: Santillana, S.A.

ALMODÓVAR, J. A.; GIL, J.; NORTES, A. (1998): *Matemáticas Opción A. Curso 4º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

ALMODÓVAR, J. A.; GARCÍA, P.; GIL, J.; VÁZQUEZ, C. (1999): *Matemáticas Opción B. Curso 4º ESO*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.

Editorial Guadiel

GUASCH, M.; MERINO, R.; SOLSONA, J. y EQUIPO GUADIEL (1996): *Matemáticas 1*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

FUSTER, M.; MARTÍN HERNÁNDEZ, F. y EQUIPO GUADIEL (1997): *Matemáticas 2*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

DOMÉNECH, M^a. A.; DOMÉNECH, M.; JIMENO, M.; MORATÓ, M^a. A.; SUÑÉ, M^a. M.; TOMÁS, J. y EQUIPO GUADIEL (1995): *Matemáticas 3*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

FUSTER, M.; JIMENO, M.; MARTÍN, F.; MARTÍNEZ, E.; MORATÓ, M^a. A.; TOMÁS, J. y EQUIPO GUADIEL (1996): *Matemáticas 4 (B)*. Sevilla: Guadiel-Grupo Edebé.

Editorial Mc Graw Hill

PANCORBO, L.; BECERRA, M^a. V.; MARTÍNEZ, R.; RODRÍGUEZ, R. (1995): *Matemáticas 1*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

BECERRA, M^a. V.; MARTÍNEZ, R.; PANCORBO, L.; RODRÍGUEZ, R. (1996): *Matemáticas 2*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

AMIGO, C; PEÑA, P.; PÉREZ, A.; RODRÍGUEZ, A.; SIMIT, F.; ASENCIO, M^a. J; VICENTE, E. (1996): *Matemáticas 3*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

AMIGO, C; PEÑA, P.; PÉREZ, A.; RODRÍGUEZ, A.; SIMIT, F.; ASENCIO, M^a. J; VICENTE, E. (1996): *Matemáticas 4 Opción A*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

AMIGO, C; PEÑA, P.; PÉREZ, A.; RODRÍGUEZ, A.; SIMIT, F.; ASENCIO, M^a. J; VICENTE, E. (1997): *Matemáticas 4 Opción B*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.

Anexo II. Formulario para el análisis del contenido de los textos

Tratamiento de la noción de Probabilidad

1. Si el libro de texto tiene una estructura jerarquizada, ¿los títulos dedicados a esta sección son?
2. A la probabilidad se le asigna una naturaleza:
 - Subjetiva
 - Objetiva
3. La asignación de esta naturaleza se basa en:
 - El grado de creencia personal
 - En una base inductiva que mide el grado de creencia racional
 - Una base empírica
 - Una base axiomática-deductiva matemática
4. En el caso de asignarle un valor objetivo a la probabilidad, ¿hace referencia a las creencias personales? No [] Sí []
En caso afirmativo, ¿cómo?
5. ¿Contiene definición explícita del concepto de probabilidad? Sí [] No []
En caso negativo, relaciona su definición con:
 - El uso del significado cotidiano del término, relacionándolo con términos como ...
 - El grado de confianza de que suceda un resultado.
 - La contingencia del suceso
 - Su medida asociada:

- Calculada a partir de la Regla de Laplace.
- A la apuesta que ocurra un cierto suceso.

En caso afirmativo, define la probabilidad como:

- El límite de la frecuencia relativa en una serie infinita de sucesos.
 En el caso de que introduzca está definición frecuencial de la probabilidad
 - ¿Considera la definición de frecuencia relativa como el cociente entre el número de veces que sucede A y el número de repeticiones del experimento? Sí [] No []
 - Indica si introduce como propiedades básicas de las frecuencias relativas las siguientes propiedades
 - Número entre 0 y 1. Sí [] No []
 - Suceso seguro es 1 Sí [] No []
 - Un suceso y el contrario Sí [] No []
 - Unión de sucesos Sí [] No []
 - Intersección de sucesos Sí [] No []
 - ¿Explica qué al aumentar el número de ensayos se produce una convergencia puntual de la frecuencia relativa hacia un valor constante teórico? Sí [] No []
 - Indica si enuncia los siguientes enunciados
 - La primera ley de los grandes números (ley débil) Sí [] No []
 - La segunda ley de los grandes números (ley fuerte) Sí [] No []
- Definición axiomática de la probabilidad:
 - ¿Considera la dotación de un conjunto de sucesos con las operaciones de la unión e intersección de una estructura de álgebra de Boole para poder definir la probabilidad sobre está álgebra de suceso? Sí [] No []
 - Define explícitamente la probabilidad como:
 - La función matemática definida en el álgebra de sucesos, que toma valores reales en $[0,1]$ Sí [] No []
 - La función de conjuntos normada y numerablemente aditiva. Sí [] No []
 - ¿Interpreta la probabilidad?
 En caso afirmativo, ¿cómo? Sí [] No []

6. Para asignar probabilidades a espacios muestrales:

- Éstos deben ser finitos
- Pueden o no ser finitos

En el caso de considerar sólo experimentos finitos, argumenta que es debido a...

7. En función de la posibilidad de ocurrencia de todo suceso:

- Éstos deben ser equiprobables
- Pueden o no ser equiprobables

En el caso de considerar sólo sucesos equiprobables, argumenta que es debido a...

8. ¿Se requiere la repetibilidad del experimento para la asignación de probabilidades?

Sí [] No []

- El texto aclara el problema que puede surgir con la asignación de probabilidades a infinitos eventos, de la siguiente forma...
- Aunque hace referencia a la repetibilidad del experimento sólo la considera en una cantidad finita de eventos, debido a...

Resumen

En este artículo presentamos los resultados correspondientes al análisis de la caracterización escolar de la noción de probabilidad en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. Se incluye una revisión de los antecedentes relacionados con el estudio de la influencia de los libros de texto en la aplicación del currículo en las aulas y el análisis de los aspectos didácticos de los libros de texto. Dicha revisión ha permitido formular un marco teórico y la elaboración de una hipótesis de progresión del "Tratamiento del Azar", que fundamenta el diseño de la investigación realizada. Investigación que responde a un análisis de contenido sobre una muestra de veinte libros de las editoriales Bruño, Santillana, Guadiel y McGraw Hill, correspondientes a los cuatro cursos de la ESO. Los resultados de la investigación permiten analizar y caracterizar como es presentada la noción de probabilidad en los textos, tomando como referencia su uso cotidiano y mediante la identificación de la probabilidad con su medida y su valor numérico. Además establecemos diferentes tendencias en dicha caracterización y de los perfiles de los textos según la hipótesis de progresión presentada.

Palabras clave: Probabilidad, libros de texto, Educación Secundaria Obligatoria.

Abstract

In this article, we present the results of an analysis of the characterization of the notion of probability in Compulsory Secondary Education textbooks. We include a review of the previous research related to the study of the influence of textbooks on teaching and on

the analysis of methodological aspects. This summary has allowed us to formulate a theoretical framework, based on a progression hypotheses of the "Treatment of Chance". This work is the analysis of a sample of twenty books published by Bruño, Santillana, Guadiel and McGraw-Hill. The results show how the notion of probability is presented in these textbooks, using its everyday life concept and the identification of probability with its numerical value.

In addition, we present the different trends in this characterization and the text profile according to the progression hypotheses.

Keywords: Probability, Textbooks, Compulsory Secondary Education.

Anna Serradó Bayés

ana.serrado@uca.es

La Salle-Buen Consejo, Teresa de Calcuta 70,

11510 Puerto Real, Cádiz

Pilar Azcárate Goded

pilar.azcarate@uca.es

Dpto. Didáctica, Ftad. de CC. Educación, U. de Cádiz,

11519 Puerto Real

José María Cardeñoso Domingo

josem@ugr.es

Dpto. Didáctica de la Matemática, Ftad. CC. Educación, U. Granada

Campus de Cartuja, s/n, 18170, Granada

Todos ellos miembros del Grupo de Desarrollo Profesional del Docente