



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: UN CAMBIO EPISTEMOLÓGICO CON RESULTADOS METODOLÓGICOS

Ximena Villalobos Fuentes

Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación
(2008) - Volumen 6, Número 3

<http://www.rinace.net/arts/vol6num3/art2.pdf>

Fecha de recepción: 14 de enero de 2008
Fecha de aceptación: 27 de abril de 2008



La resolución de problemas matemáticos y su desarrollo curricular en el aula, son en la actualidad un tema significativo dentro de los planteamientos de Reforma del sistema educativo Chileno. A partir de esto, es que los más importantes avances se centran en el carácter transversal de la resolución de problemas como contenido matemático y el carácter concreto que adquiere su desarrollo curricular en la sala de clases.

Dichas intenciones, nacen bajo el sentido de verificar la calidad y eficacia de la enseñanza y de los aprendizajes, en busca de dilucidar aspectos centrales sobre la mejora de dichos procesos y la relación didáctica en torno a los contenidos y las estrategias metodológicas que se establecen. La poca información existente respecto al desarrollo curricular de los contenidos y como se llevan a cabo los procesos dentro del aula, ha creado conciencia respecto a la necesidad de contar con información relevante respecto al tema. A partir de esto, es que el Ministerio de Educación de Chile, en el año 2004 realiza un estudio sobre Implementación Curricular en el Aula Matemáticas en Primer Ciclo Básico, con la finalidad de hacer un seguimiento a la implementación del currículo. Del estudio se extraen conclusiones categóricas, señalando que el currículum implementado es una versión limitada del currículum oficial. Afirman por tanto que:

“de los resultados expuestos se desprende que, si bien los grandes bloques de contenidos curriculares contemplados en los Objetivos Fundamentales (OF) y en los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO), son abordados por los profesores, varios contenidos específicos importantes del currículum son escasamente enseñados. Por otra parte, entre aquellos contenidos que sí son abordados, se observa una enseñanza limitada del potencial que éstos podrían tener. Lo anterior queda de manifiesto al contrastar los contenidos implementados con los contenidos prescritos en el Marco Curricular vigente hasta el año 2001 (año en el que se recolectaron los cuadernos y libros de clase). Sin embargo, esta distancia resulta más patente al contrastarlos con el marco actualmente vigente. Resulta importante finalizar señalando que algunos profesores, en algunas oportunidades, desarrollaron actividades bien orientadas que implicaban una mayor demanda cognitiva a los estudiantes, por ejemplo, planteamiento de problemas con dos operaciones o con selección de información relevante. Aún cuando estas actividades se realizaron en pocas escuelas (dentro de las cuales, tampoco suelen ser la norma), es necesario valorar su existencia, ya que pueden ser el germen de un cambio, tan necesario” (Implementación Curricular en el Aula Matemáticas Primer Ciclo Básico, 2004, p. 59)¹.

De esta forma, y con la orientación de promover el desarrollo de nuevas formas de pensamiento, actitudes y valores en los estudiantes, es que los esfuerzos a nivel ministerial, se centran en la premisa que la coordinación existente entre subsectores, junto con el trabajo en la resolución de problemas, facilita y fortalece el aprendizaje de los contenidos. Es por esto, que en los programas de estudio de educación matemática, el eje de resolución de problemas, atraviesa los otros ejes poniendo a prueba los conocimientos adquiridos y enfatizando en el desarrollo de habilidades para resolver problemas. A partir de esto se pretende que los estudiantes:

1. comprendan el contenido de los problemas;
2. determinen qué información se tiene y cuál se debe encontrar;
3. sean capaces de construir procedimientos y/o utilizar (o adaptar) los procedimientos conocidos, escogiéndolos tanto en función de las características del problema como de sus propias capacidades, conocimientos y formas de razonamiento;

¹ MINEDUC (2004). Implementación Curricular en el Aula Matemáticas Primer Ciclo Básico (NB1 y NB2). Seguimiento a la Implementación Curricular Unidad de Currículum y Evaluación, pp. 59. Santiago: MINEDUC.

4. encuentren una o varias soluciones, las verifiquen y evalúen en función de las hipótesis iniciales y puedan, a partir del problema resuelto, plantearse y resolver nuevas preguntas o situaciones.

A través de un nuevo currículo oficial, o decretos modificados por necesidades de Reforma, los procesos de enseñanza y aprendizaje se ven afectados por los idearios y el quehacer, la práctica efectiva y real de desarrollo del currículo, que trae consigo un largo proceso de modificaciones y alcances. Entre ellos encontramos, cambios propuestos en el marco curricular, en los programas de estudio y en los textos para los estudiantes que tienen su eje central en la resolución de problemas y desde ese eje se incorporan propósitos relacionados con la comprensión de conceptos, el conocimiento y aplicación de procedimientos rutinarios, el desarrollo de habilidades de comunicación, de estrategias y habilidades intelectuales tales como conjeturar, relacionar, establecer conclusiones; organizar y encadenar argumentos matemáticos; categorizar, comparar; interrogar, cuestionar, indagar; buscar la información necesaria; todo esta gama de habilidades se complementa y sustenta en el desarrollo de disposiciones y actitudes que apoyan estrechamente el estudio de la Matemática tales como escuchar otros argumentos, analizarlos; expresar críticas fundamentadas, reconocer, analizar y corregir los errores; abordar los problemas y desafíos; mostrar tesón y perseverancia.

Todos estos avances inciden en los procesos de cambio. De allí que los problemas matemáticos y su resolución han tomado un gran apogeo en los últimos tiempos, ocupando un lugar fundamental en el currículum de matemática. La introducción del mismo, en los Planes y Programas de estudio, lo lleva a plantearse como un contenido transversal a los otros, dentro del subsector de educación matemática y como la forma más adecuada para demostrar conceptos y reglas matemáticos estudiados y poder aplicarlos.

En concomitancia con lo señalado, es que en este texto se presentarán algunas ideas obtenidas de investigaciones bajo una línea teórica – práctica, que busca ofrecer al lector de insumos para el cambio conceptual sobre la resolución de problemas matemáticos, acordes a los nuevos retos en educación y en busca de promover el cambio metodológico en la enseñanza de este contenido.

1. ACLARACIÓN CONCEPTUAL

De las múltiples definiciones propuestas, sobre la pregunta: ¿qué es un problema matemático?, las que podemos considerar como cotidianas y con mayor éxito, han sido las definiciones de G. Pólya (1982), A. Schoenfeld, (1985, 1992), I. Alonso Berenguer, (2003).

¿Qué es un problema matemático?

“es la búsqueda consciente, con alguna acción apropiada, para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar”. G. Pólya

“es el uso de problemas o proyectos difíciles, es decir, que requiere una habilidad intelectual, por medio de los cuáles los estudiantes aprenden a pensar matemáticamente”.² A. Schoenfeld.

² Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. En La enseñanza de la matemática a debate. (pp.13-47). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. Citado en la resolución de problemas matemáticos. una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. Alonso I, y Martínez, N. (2003). Revista Pedagogía Universitaria 8(3).

“una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos; agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas a esos elementos; y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes, para lo cual deberá operar con las condiciones, en el marco de su base de conocimientos y experiencias.”³
Alonso Berenguer, C. Isabel

A partir de lo anterior, y como premisa de las definiciones planteadas, podemos señalar que:

- a) Todo problema matemático debe representar una dificultad intelectual y no sólo operacional o algorítmica. Debe significar un real desafío para los estudiantes.
- b) Todo problema debe ser en si mismo, un objeto de interés. Por tanto, debe ser motivante y contextual.
- c) Debe tener miltiformas de solución, es decir, puede estar sujeto a conocimientos previos, experiencias o se pueden resolver mediante la utilización de textos o personas capacitadas.
- d) Puede estar adscrito a un objeto matemático o real, o simplemente a la combinación de ambos.
- e) Debe establecerse en la idea de posibles soluciones mediante diferentes métodos, con exigencias e interrogantes relacionales.
- f) Deben tener una dificultad no tan sólo algorítmica, sino también del desarrollo de habilidades cognitivas.
- g) Se debe dar en una variedad de contextos, en distintas formas de representación de la información y en lo posible que sean resueltos por más de un modelo matemático.

Que la resolución de problemas se sitúe como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje de educación matemática, yace en una concepción particular sobre lo que significa la matemática, y por ende, la propia concepción de cómo debe ser enseñada y aprendida. Sin embargo, no se encuentra ajena a las variaciones de distintas concepciones y visiones. De allí que podemos identificar como mínimo dos grandes visiones, la primera de ellas, se enfoca en una matemática como disciplina, caracterizada por procedimientos infalibles y resultados precisos. Se relaciona con procedimientos adecuados y conceptos matemáticos básicos, manipulados sin mayor significado ni comprensión.

Como visión alternativa, encontramos una concepción de la matemática centrada en lo contextual y significativo, orientada a la construcción social del aprendizaje caracterizada por procesos creativos y generativos. Una matemática que se relaciona con un “hacer” a favor del desarrollo de habilidades y capacidades en los estudiantes, que si bien toma en consideración los conceptos y procedimientos, estos no son los fines primeros de la instrucción.

Ahora bien, el énfasis en la resolución de problemas como contenido transversal, se apoya en una visión de las matemáticas centrada en el segundo aspecto, anteriormente nombrado, que busca favorecer la construcción del conocimiento a partir de situaciones de aprendizajes significativas y facilitadoras. En otras palabras, una visión de las matemáticas, que se encuentra estrechamente relacionada con su epistemología y pedagogía.

³ Alonso, I. e Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemáticas. Revista Pedagogía Universitaria 8(3)..

2. PROFUNDIZANDO SOBRE EL TEMA

Al constituir la resolución de problema matemáticos el método más invocado para poner en práctica la utilización de “habilidades de orden cognitivo y el desarrollo de las mismas” (Aninat, 2004); se persigue transmitir de una manera sistemática los procesos de pensamientos eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Por lo señalado, parece ser importante, hacer una breve descripción de las diferencias que existen entre un problema matemático y una operatoria con carga verbal:

- La enseñanza por resolución de problemas pone énfasis en los procesos de pensamiento, mientras que la operatoria con carga verbal se centra sólo en los procesos algorítmicos.
- La enseñanza por resolución de problema favorece la autonomía, el emprendimiento de resolución y el reconocimiento de múltiples soluciones, mientras que la operatoria con carga verbal se centra principalmente en el resultado.
- las actividades como las de resolución de problemas, se ligan tanto con habilidades que capacitan para el uso de herramientas y procedimientos basados en rutinas, como en la aplicación de principios, leyes generales, conceptos y criterios, mientras que la operatoria con carga verbal sólo al trabajo con rutinas y aplicación de principios y leyes.
- La resolución de problemas matemáticos deben facilitar el abordar de manera reflexiva y metódica y con una disposición crítica y autocrítica, tanto en situaciones del ámbito escolar como las vinculadas con la vida cotidiana a nivel familiar, social y laboral. La operatoria con carga verbal no lo realiza.
- Como procedimiento, la resolución de problemas tiene la finalidad de trabajar su aprendizaje por medio de la investigación y con los aprendizajes previos, es decir, conectar y aplicar dichos aprendizajes con las matemáticas que se conocen y se conocerán. La operatoria con carga verbal no lo realiza

Dentro de este planteamiento, el MINEDUC establece un paralelo entre dos categorías de habilidades, las algorítmicas o rutinarias y las de aplicación de leyes generales, que aparecen como complementarias y enriquecedoras del pensamiento reflexivo y crítico; pero cabe la pregunta por qué la resolución de problema como eje transversal y no otro.

2.1. Antecedentes: ¿Porqué la resolución de problema como eje transversal?

Al constituirse la resolución de problemas como un eje orientador del subsector de Educación Matemática, contribuye a valorar aún más las capacidades humanas de análisis, confrontación y construcción de estrategias personales y asocia éste aprendizaje con el desarrollo de un conjunto de habilidades, agrupadas en procedimientos estandarizables (cálculos y estimaciones) los problemas (comparación, anticipación y estimación) y la estructuración (particularización y generalización). Esta categorización que ubica a las técnicas algorítmicas en un nivel táctico, separadas de las habilidades de nivel estratégico, nos permite realizar la distinción entre “ejercicio” y “problema”. Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta, aspecto valioso en el aprendizaje de las matemáticas que nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos, entre otras cosas (todo lo cual podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas). Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales, que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, es lo que lo distingue y diferencia el problema de un ejercicio. No

obstante cabe señalar que esta distinción no es absoluta ya que depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución.

Concretamente, se puede afirmar que resolver problemas matemáticos más allá de un procedimiento, exige “vivir” las matemáticas, creando espacios de encuentros entre lo abstracto y lo real. Aplicar las matemáticas a contextos y situaciones cercanas, reales, laborales y científicas, permite considerarla como una herramienta útil y formadora. Trabajar las matemáticas como un todo no fragmentado y valorar su utilidad dentro y fuera de la escuela, promueve la aplicación de procedimientos genéricos (observar, manipular, experimentar, relacionar y usar diferentes lenguajes) y procedimientos conceptuales específicos de resolución de problemas a favor del aprendizaje (técnicas de cálculo, de medidas y de representación geométrica). Como señalan Alsina, Claudi; Carmen Burgués; Fortuny Joseph; Giménez Joaquín y Torra Montserrat (2002:112), “la adquisición de técnicas de cálculo debe permitir resolver problemas y también aumentar y profundizar en el conocimiento de los números y de las operaciones. Este conocimiento debe favorecer la flexibilidad y también la creación de rutinas de cálculo personal adaptadas a la neutralidad y a los conocimientos previos del estudiante”.

Bajo las orientaciones y lemas de Reforma: “enseñar a pensar”, la resolución de problemas viene a constituir una herramienta didáctica importante para incorporar el conocimiento matemático al mundo real y que éstos, ayuden a los estudiantes, a su vez a incorporarse mejor al mundo en que viven. Por otro lado, la alfabetización matemática y la necesidad de nuevos desafíos, exige la incorporación de situaciones educativas que fomenten e incrementen el desarrollo del pensamiento y habilidades cognitivas de los estudiantes. “Una educación matemática de calidad y ajustada a las demandas del mundo actual, requiere tener claridad acerca de cuáles son las habilidades que se necesitan para desarrollar proceso matemáticos, los contenidos matemáticos esenciales que hay que manejar y en qué contextos resulta necesario aplicar las habilidades y contenidos matemáticos para poder desenvolverse de manera efectiva”⁴ (P. Aninat:27)

2.2. Los nuevos retos en educación matemática

En reacción a los resultados de evaluaciones externas (PISA, 2000 y 2006) e internas (SIMCE), se tomó conciencia de la importancia de “hacerse cargo” de los retos actuales a los que se ve afectada la educación matemática en busca de posibles soluciones. Dichos retos se rigen en tres puntos mínimos:

1. “Ofrecer una educación matemática interesante.”
2. Crear una verdadera estimulación de aprendizaje donde primen los métodos, los modelos y las estrategias sobre los contenidos y técnicas. Es decir, mostrar un alejamiento del cálculo rutinario para dar paso a una nueva dinámica.
3. Ofrecer los medios adecuados para una enseñanza de las matemáticas que considere el aprendizaje como real y continuo. Utilizando recursos didácticos (Zanocco, 2001): contextualización de los aprendizajes, el trabajo oral, los materiales concretos y gráficos y los recursos tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas.

La idea de una educación en matemática interesante, estimulante, real y continua, nos permite comprender las propuestas educativas actuales y justificar la creación de nuevas estrategias de actuación en educación matemática y en particular en la resolución de problemas. Se busca por tanto, un cambio

⁴ Aninat, P. (2004). Matemáticas en el aula: lo que nos hace falta por hacer. Revista de Educación Ministerio de Educación de Chile, 313.

educativo y metodológico, a favor de maneras efectivas de enseñar, por lo que se promueve el respeto a los estilos de aprendizajes propios de los estudiantes, el trabajo con las fallas en el aprendizaje de las matemáticas y los conocimientos previos, con la finalidad de lograr conocimientos que sean aprendidos de manera significativa.

La necesidad de configurar situaciones y dinámicas de aula que faciliten los aprendizajes matemáticos, es decir, crear propuestas de trabajo de aula, supone considerar aspectos claves: los contenidos curriculares y la estructura conceptual de los mismos, los procedimientos didácticos y por último la situación de enseñanza. Romper con el tradicionalismo memorístico, que busca y desarrolla la memoria y repetición, se ajusta a las preocupaciones por los intereses, necesidades y motivaciones de los estudiantes. Lo anterior trae consigo una mirada centrada en la calidad, función, frecuencia y eficacia de las actividades programadas y por tanto su diseño.

De esta forma, la práctica pedagógica, y los retos actuales en la educación matemática, se orientan al aprendizaje y por ende, se relaciona íntimamente con la enseñanza. Conocer el contexto real y el tipo de estudiante al que se le va enseñar, junto con tener un dominio de la disciplina y conocer estrategias de enseñanza que permitan grados de significatividad, son necesarios al momento de plantear y programar una clase. Pero a su vez, "la necesidad de poner en relación el contenido curricular abstracto con la vida real en la que interactúan cotidianamente los estudiantes... nos sujeta al desafío de evitar el "conocimiento inerte" de tipo enciclopedista, y plantearlo como la posibilidad de interpretar y dar sentido a los acontecimientos de la vida real"⁵. Sólo en la medida que un conocimiento nos sea útil y aplicable, éste se concretará y aprenderá de manera significativa, por tanto adquirirá sentido y realidad.

Fruto de estas propuestas es que se puede identificar y enfatizar cuestiones claves sobre el trabajo en educación matemática de resolución de problemas:

- Las posibilidades de realizar modificaciones e introducir cambios en las formas de enseñar y aprender en el subsector de educación matemática, son reales y latentes. Sólo en la medida que se considere como un proceso activo, real y contextual, podemos por consiguiente, modificar formas de actuación y establecer estrategias de enseñanzas pertinentes y significativas.
- Si bien no existen recetas infalibles para resolver problemas matemáticos, la enseñanza de diferentes estrategias juega un rol importante. Trabajar con ciertos principios o estrategias se hace indispensable, a la hora de lograr una solución o respuesta. Todas estas nociones útiles inconcientes o concientes, conocidas como reglas heurísticas, no son infalibles, ya que el éxito en su aplicación depende quien las use, cómo las use y reconozca para qué las usa. Desde allí que, "los problemas que se planteen deben ser variados en la presentación, el número de soluciones, los métodos posibles de resolución y los tipos de conceptos matemáticos que interviene"⁶.
- Se hace necesario trabajar en consideración a los aspectos deseado, de manera de evitar las negativas hacia el subsector como los sentimientos de fracaso por parte de los estudiantes.
- Al plantear problemas matemáticos resulta indispensable, establecer relaciones entre las situaciones del ámbito escolar con las de la vida cotidiana, a nivel familiar, social y laboral, para lo cual y como señala el MINEDUC, la resolución de problemas debe ligarse con habilidades que

⁵ MINEDUC (s.d.). Un diseño de intervención para la innovación en el aula. Ficha N° 3, Programa MECE MEDIA. Criterios para elaborar un diseño. Pág. 7- 11. Santiago de Chile: MINEDUC.

⁶ Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J. y Torra, M. (2002). Enseñar Matemáticas. Serie didáctica de las matemáticas. Barcelona: Editorial Graó.

capacitan para el uso de herramientas y procedimientos basados en rutinas, como con la aplicación de principio, leyes generales, conceptos y criterios.

- Abandonar la rutina que se da en las salas de clases a la hora de enseñar y aprender matemáticas, dejando el carácter abstracto y fuera de contexto típico de éste subsector.

La estrategia de mejora de los aprendizajes en educación matemática incide en un trabajo pedagógico centrado en una matemática contextual, real e interesante. Dichas acciones llevadas a cabo por los profesores, y concentradas en conseguir una mejora en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en el aula, actúan bajo el entendido de que ésta es una potente herramienta didáctica y que su significado dentro de las salas de clases, promueve un cambio paradigmático en cuanto a la forma de enseñar matemáticas.

Normalmente se da por hecho, que tales esfuerzos de mejora en la enseñanza y el trabajo con la resolución de problemas, producirán un incremento en los resultados sin considerar las tensiones a las que se encuentra asociada. Dichas tensiones en el trabajo con la resolución de problemas matemáticos, se centran:

- a. En la forma de abordar la enseñanza de los tipos de resolución de problemas como las formas de trabajo en el aula.
- b. En la forma de asumir la enseñanza de la resolución de problemas como un eje transversal "real y auténtico" v/s a una enseñanza de la resolución de problemas como un eje "artificial y no aplicado".
- c. En el conjunto de decisiones didácticas, entre la utilización de la resolución de problemas como mera ejercitación v/s su aplicación con la vida real.
- d. En la articulación, entre la práctica pedagógica articulada con otros sectores y subsectores de enseñanza v/s una práctica desarticulada y solitaria.
- e. En la forma de asumir la enseñanza de la resolución de problemas. El cómo se enseña a resolver problemas matemáticos a partir de las exigencias propias de éste contenido transversal. De manera de evitar la sobrecarga de actividades con patrones rutinarios y promover el desarrollo de habilidades y destrezas a las que se encuentra asociado.

Es fundamental prestar atención muy especial a las dificultades que tienen los profesores a la hora de enseñar matemática desde la resolución de problemas; sin ello, hasta los mejores cambios educacionales pueden quedar rápidamente marginados. Pólya nos señala tres dificultades:

1. "Matemáticamente, porque los docentes deben poder percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si pueden ser fructíferas o no, y qué podrían hacer en lugar de eso.
2. Pedagógicamente, porque el docente debe decidir cuándo intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes, sin impedir que la resolución siga quedando en sus manos, y realizar esto para cada alumno o grupo de alumnos de la clase.

3. Personalmente, porque el docente estará a menudo en la posición (inusual e incómoda para muchos profesores) de *no saber*. Trabajar bien sin saber todas las respuestas, requiere experiencia, confianza y autoestima.”⁷

La interdependencia de todos estos elementos (tensiones y dificultades) remite directamente a la necesidad de dotar a los profesores de herramientas teóricas y prácticas en el trabajo en educación matemática de la resolución de problemas. Ya que se puede inferir que los profesores (as) no cuentan con las herramientas necesarias para enseñar a resolver problemas matemáticos, y por ende desarrollar las habilidades y destrezas asociadas a la resolución de problemas resulta difícil. Dichas herramientas se deben orientar al diseño de alternativas de acción dentro del desarrollo curricular, y asociadas a capacidades del profesor (a) dentro de su quehacer, en la relación con los estudiantes, los contextos, la opción metodológica e intenciones educativas declaradas a nivel ministerial y social, como con la potencialidad significativa de traducirlas. Entre ellas encontramos:

- Conocer el contexto real y el tipo de estudiante al que se le va a enseñar.
- Relacionar el contenido curricular abstracto con la vida real.
- Identificar medios y procedimientos didácticos necesarios para la enseñanza y a favor del desarrollo de capacidades, conocimientos y destrezas matemáticas.
- Utilizar una secuencia de aprendizaje acorde a los estudiantes y a los contextos (significativos, complejos, variados) en la que se da el aprendizaje.
- Conocer el tipo y característica de los problemas presentados a los estudiantes.

En este entendido se reconoce la urgencia de mejorar las prácticas pedagógicas con el objetivo de abordar problemas matemáticos que permitan al estudiante desarrollar capacidades cognitivas y metacognitivas que lo estimulen a aprender. Dichas prácticas trabajarán a favor de la interacción con el entorno, el trabajo interdisciplinario de carácter transversal, y el desarrollo de competencias para resolver problemas matemáticos. La importancia de destacar la urgente necesidad de que los profesores (as), tengan conocimientos e ideas claras respecto a cómo enseñar problemas matemáticos, con marcos curriculares y orientaciones pedagógicas claras resulta vital, de allí que se debe considerar el rol del profesorado a la hora de enseñar a resolver problemas matemáticos y promover las capacidades, destrezas y habilidades que con éste se pretenden, y que específicamente debería diseñar interacciones y situaciones de aprendizajes, que favorezcan la interiorización de estrategias determinadas, formas de razonamiento y posturas conceptuales.

3. ORIENTACIONES PARA UNA ENSEÑANZA EFICAZ: LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU TRABAJO EN EL AULA

Es sabido que el aprendizaje de resolución de problemas ha sido un desafío constante. La búsqueda de aprendizajes significativos y transferibles a la vida cotidiana, tiene como objetivo lograr una formación basada en competencias y habilidades que se deben ir logrando en los distintos periodos de escolarización. Desafío que no siempre es logrado, debido al uso y aplicación de metodologías no siempre concordantes a los diferentes estilos cognitivos de los estudiantes, y a que generalmente, éstas no favorecen el desarrollo de formas de

⁷ Citado por Vilanova, S. et al. (2001). La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Revista Iberoamericana de Educación.

pensamiento que posibilite a los estudiantes a procesar información acerca de su realidad ni que profundicen sus conocimientos.

Para que los estudiantes logren resolver problemas matemáticos, es necesario enseñarles a resolver problemas, y aunque resulte absurdo, ésta es una práctica poco utilizada en las salas de clases. De allí, la importancia de las estrategias didácticas como alternativa eficaz para el manejo del currículum en la escuela y, sobre todo, en el aula. Al ser procedimientos que utilizan los profesores para el aprendizaje, se convierten en herramientas prácticas y útiles (Campos, Concha y Rodríguez, 2002); por lo que permiten dejar de pensar en prácticas de enseñanza en función a pasos fijos (métodos didácticos), para entrar en el terreno de la toma de decisiones, sobre la base de procedimientos más amplios (Gvirtz y Palamidessi, 2000). Desde estos principios, es importante el rol que cumpla el profesor en la enseñanza, en consideración a sus juicios dentro del propio contexto escolar al que esta adscrito y los procedimientos de enseñanza que utilice.

Algunos procedimientos necesarios a la hora de enseñar a resolver problemas son:

- Trabajar con actividades de enseñanza coherente con los contenidos y adecuada al tiempo disponible.
- Dominar estrategias didácticas para el trabajo con resolución de problemas.
- Plantear problemas matemáticos cercanos y vinculados al nivel y contexto de los estudiantes.
- Evitar el trabajo mecánico y rutinario con la utilización sólo de ejercicios algorítmicos, prácticas mal asociadas a la resolución de problemas.
- Promover la capacidad de comprender el problema y concebir un plan de solución, evitando centrar sólo la atención en el resultado y la ejercitación del contenido matemático.
- Evitar rutinas de actividades similares, relacionando los problemas matemáticos a otras situaciones de la vida.
- Insistir en la verificación, explicitación o justificación de los razonamientos presentes durante los procesos de resolución.
- Trabajar con actividades donde los estudiantes deben formular un problema o parte de un problema.

Bajo el entendido de que toda práctica pedagógica debe estar orientada al aprendizaje y relacionada íntimamente con la enseñanza, es que resulta necesario al momento de plantear y programar un clase: conocer el contexto real y el tipo de estudiante al que se le va enseñar, tener un dominio de la disciplina y conocer estrategias de enseñanza que permitan grados de significación. "La necesidad de poner en relación el contenido curricular abstracto con la vida real en la que interactúan cotidianamente los estudiantes... nos sujeta al desafío de evitar el "conocimiento inerte" de tipo enciclopedista, y plantearlo como la posibilidad de interpretar y dar sentido a los acontecimientos de la vida real"⁸. Sólo en la medida que un conocimiento nos sea útil y aplicable, éste se concretará y aprenderá de manera significativa, por tanto adquirirá sentido y realidad.

Lo anterior, nos lleva a concentrarnos en la dualidad existente entre el currículum prescripto y las prácticas reales. La capacidad de los profesores (as) de determinar qué medios y procedimientos utilizará en la enseñanza se debe centrar en ayudar a visualizar, abstraer y comprender la simbología propia de las matemáticas. Orientar el trabajo del profesor (a) hacia la correcta interpretación de modelos de enseñanza, o de aprendizajes, ya sean dados por el currículum u otros modelos elegidos, o la creación de

⁸ MINEDUC (s.d.). Un diseño de intervención para la innovación en el aula. Ficha N° 3, Programa MECE MEDIA. Criterios para elaborar un diseño. Pág. 7- 11. Santiago de Chile: MINEDUC.

modelos propios a favor del desarrollo de capacidades, conocimientos y destrezas matemáticas. Como plantean, Alsina, Burgués, Fortuna, Jiménez y Torra (2002, Pág.97). “En la etapa de enseñanza infantil los procedimientos tiene un papel relevante por encima de los conceptos matemáticos, ya que son fundamentales para posibilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos asegurando la comprensión, expresión y aplicación posterior. Y por otro lado, hacen posible que el estudiante adquiera estrategias que le permiten enfrentarse a situaciones nuevas y cada vez de manera más eficaz y perseverante ante las dificultades que surjan”.⁹

Los mismos autores, por tanto, nos determinan lo que hay que hacer a la hora de enseñar matemática, tales como: (2002, Pág.86):

1. Fijarse en la opción metodológica de manera que favorezca la adquisición de las capacidades deseadas
 - La elección de contenidos orientada a los procesos de enseñanza –aprendizaje: selección previa de los contenidos adaptándolos a las condiciones del entorno y del alumnado, como la consideración de los conocimientos culturales del escolar para utilizarlos como punto de partida.
 - La renovación de los contenidos adaptados a los tiempos, respondiendo a las necesidades sociales como a las del desarrollo personal de los estudiantes.
 - Consideración de los avances tecnológicos como facilitador de tratamientos de los contenidos.
 - Adecuación de los contenidos a las posibilidades de comprensión de los estudiantes.
 - Fijarse en el tipo de aula y del tiempo disponible.
 - Contenidos fundamentados en base al crecimiento personal, autonomía y funcionalidad del que aprende.
 - Realizar una relación correcta entre el tiempo dedicado y los contenidos fijados.
 - Elegir los contenidos de alta potencialidad, entendidos en dos sentidos, contenidos que se relacionen en sentido matemático con muchos otros y que sean esenciales para desarrollarlos, o bien contenidos que faciliten el aprendizaje de otros en un sentido psicológico o didáctico.
2. Considerando ciertas actitudes, valores y normas del profesor (a) que favorezcan la opción metodológica:
 - No tener prisa: No se deben buscar aprendizajes rápidos que se olviden enseguida, los procedimientos (observación, manipulación, experimentación, relación, clasificación, estimación, tanteo, resolución de problemas) son el elemento más importante en el autoaprendizaje presente y futuro del escolar, y se necesita tiempo para aprenderlos y convertirlos en una norma de conducta.
 - Valorar la comprensión de los conceptos para su posterior aplicación.

⁹ Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J. y Torra, M. (2002). Enseñar Matemáticas. Serie didáctica de las matemáticas. Barcelona: Editorial Graó.

- Voluntad explícita de valoración de la comunicación de los estudiantes entre ellos y el enseñante.
- Tener confianza en las posibilidades de aprendizaje de los estudiantes y en la propia capacidad de hacer apreciar las matemáticas desde la comprensión y la flexibilidad.

La investigación didáctica Española: “la enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la enseñanza de las ciencias” realizada por el departamento de Pedagogía y Psicología de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Lleida, en la autoría de Pifarré, Manolo y Sanuy, Jume en el año 2001, nos señala la necesidad de investigaciones que den cuenta de cómo incorporar la enseñanza- aprendizaje de la resolución de problemas como tema central en las situaciones de aula. Recalcando la importancia de que los estudiantes aprendan a resolver problemas, para lo cual se deben considerar dos variables principales, la primera que hace referencia a la “dimensión del aprendizaje” y la segunda que señala la “dimensión de la enseñanza”. Señalando que en la segunda destacan tres variables:

- a. el tipo y las características de los problemas,
- b. los métodos de enseñanza utilizados por el profesor (a),
- c. los conocimientos, las creencias y las actitudes del profesor (a) sobre las matemáticas y su enseñanza – aprendizaje.

Es así como dentro de este estudio se destaca:

- La importancia del contexto y la construcción personal del proceso de resolución de problemas. Como la influencia de la propuesta de enseñanza y del diseño de las clases.
- La relevancia de organizar los procesos de enseñanza, facilitándolo a través de fases o momentos en la resolución de problemas, pero sin hacerlos como secuencias prefijas o segmentadas.
- Se destaca el importante papel que desempeña el profesor (a) en el aprendizaje de estrategias generales de resolución de problemas. Actúa como mediador, éste mediante el diálogo y el diseño de diferentes ayudas pedagógicas modela el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas. Citando a Lester (1985) señalan que básicamente “el profesor ha de desempeñar tres funciones en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas:
 - a. Ha de facilitar el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas, bien con su instrucción directa o bien con el diseño de los materiales didácticos adecuados.
 - b. Ha de ser un modelo de pensamiento para sus estudiantes.
 - c. Ha de ser un monitor externo del proceso de aprendizaje de los estudiantes, aportando, en un primer momento, las ayudas necesarias que faciliten la ejecución por parte del estudiante de determinadas actuaciones cognitivas que sin esta ayuda externa no podrían realizar y que, en un segundo momento, irá retirando gradualmente a medida que el estudiante sea capaz de utilizarlas de manera autónoma.”¹⁰

¹⁰ Pifarré, M. y Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la enseñanza de las ciencias. Departamento de Pedagogía y Psicología de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Lleida. (Pág. 297 -299)

Si bien, todos nosotros en nuestra vida escolar, hemos resueltos “problemas matemáticos”, para todos no es fácil, de allí, que existe la necesidad de entender que los problemas matemáticos poseen un rol transversal en los contenidos matemáticos, porque enfatizan y permiten que el estudiante demuestren sus conocimientos previos y los que han adquirido, relacionándolos con su vida cotidiana. Como señala Navarro, “el aprendizaje de la Matemática abre espacios para establecer una relación fecunda entre diversos contextos y la Matemática; su conocimiento se transforma en una llave que puede abrir puertas para la incursión en otros ámbitos del conocimiento y, como aspecto muy importante y necesario, adquiere sentido el estudio del modelo en sí, estudio que se enriquece con el mundo del cual emerge y con la diversidad en la cual se puede aplicar”¹¹

Dicho por lo demás, el desarrollo de las capacidades a la cual se encuentra orientada la resolución de problemas, trae consigo ciertas habilidades necesarias para el éxito en la resolución de los mismos. P. Zanocco (2001)¹², indica que para lograr resolver un problema con éxito debe haber:

- a) Aplicación flexible de un conocimiento organizado: conceptos, principios, formulas y algoritmos.
- b) Métodos heurísticos: estrategias de búsqueda sistemática.
- c) Habilidades metacognitivas: conocimiento relativo del funcionamiento cognitivo propio, autocontrol y regulación de los propios procesos cognitivos.
- d) Estrategias de aprendizaje.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje, ya que exige “de la utilización de habilidades de orden cognitivo y a su vez, contribuye al desarrollo de las mismas” (Aninat, 2004). Lo que en él se persigue es transmitir en lo posible de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas.

La enseñanza por resolución de problemas pone énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. “Al ser la resolución de problema un procedimiento tiene la finalidad de aprender matemáticas a partir de la investigación y también aplicar y conectar las matemáticas que se conocen” (Alsina, Burgués, Fortuna, Jiménez y Torra. Pág. 110; 2002) se hace necesario trabajar con éste en consideración a los aspectos deseado, de manera de evitar las negativas hacia el subsector como los sentimientos de fracaso por parte de los estudiantes. Favorecer la autonomía, el emprendimiento de resolución y el reconocimiento de soluciones y saber enseñarlos, es esencial a la hora de trabajar la resolución de problemas.

La lectura de los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios del Mineduc, nos señala que las actividades como las de resolución de problemas y que se ligan tanto con habilidades que capacitan para el uso de herramientas y procedimientos basados en rutinas, como en la aplicación de principios, leyes generales, conceptos y criterios, deben facilitar el abordar de manera reflexiva y metódica y con una disposición crítica y autocrítica, tanto situaciones del ámbito escolar como las vinculadas con la vida cotidiana a nivel familiar, social y laboral. Este planteamiento establece un

¹¹ Navarro, S.(s.d.) Una llave que puede abrir las puertas del conocimiento. División de Currículo Ministerio de Educación. <http://www.enlaces.cl/reportajes/rep/CurrMatematica/matematica.htm>

¹² Zanocco P. (2001). Resolución de problemas en la educación general básica. Curso: Matemática Inicial, 1º semestre. Santiago de Chile: PUC.

paralelo entre dos categorías de habilidades, las algorítmicas o rutinarias y las de aplicación de leyes generales, que aparecen como complementarias y enriquecedoras del pensamiento reflexivo y crítico.

Ya George Pólya (1945)¹³, considerando la importancia de la resolución de problemas, en cuanto permite niveles de pensamiento superior. Contribuye a la enseñanza de las matemáticas con su método de cuatro pasos para resolver problemas:

1. Comprender el problema: Es de vital importancia, y en algunos caso la tarea más difícil ya que se debe hacer un tratamiento informático importante: entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes que hablan el demandante y el informático.
 - Se debe leer lenta y comprensivamente el enunciado.
 - ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
 - ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)
 - Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
 - Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.
2. Configurar un plan: Hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.
 - ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
 - ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
 - Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
 - Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
 - ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?
3. Ejecutar el plan: También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo. Y tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.
 - Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
 - ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
 - Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
 - Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
 - Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

¹³ Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas: México.
Castro, E. (Edt.) (2001). *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.

4. Mirar hacia atrás: Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.
- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
 - Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
 - ¿Se puede comprobar la solución?
 - ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
 - ¿Se puede hallar alguna otra solución?
 - Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
 - Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Si bien no existen recetas infalibles para resolver problemas matemáticos, la enseñanza de diferentes estrategias juega un rol importante. Trabajar con ciertos principios o estrategias se hace indispensable a la hora de lograr una solución o respuesta. Todas estas nociones útiles inconcientes o concientes conocidas como reglas heurísticas, no son infalibles, ya que el éxito en su aplicación depende quien las use, cómo las use y reconozca para qué las usa. Desde allí que, "los problemas que se planteen deben ser variados en la presentación, el número de soluciones, los métodos posibles de resolución y los tipos de conceptos matemáticos que interviene" ¹⁴.

En relación a esto, encontramos diseños de estrategias para resolver problemas matemáticos, realizados por cuatro profesoras de la Universidad Católica de Chile, bajo una investigación Fondecyt. Las autoras Marta Riveros, Pierina Zanocco, Veerle Cnudde e Ivette León (2002), señalan que "para crear ambientes de aprendizaje potentes, se debe trabajar los problemas matemáticos con ejemplos cercanos a la vida cotidiana e incorporar formas de trabajo interactiva. A continuación, se describe una estrategia de resolución de problemas que comprende cinco fases" ¹⁵:

- 1) Yo me imagino el problema,
 - Hago una representación de la situación.
 - Hago una tabla con los datos.
 - Distingo entre los datos útiles y los que no me sirven.
 - Uso mis conocimientos previos.
- 2) Yo decido cómo voy a resolver el problema,
 - Hago un diagrama.
 - Busco y experimento en forma planificada.
 - Busco un patrón entre los datos.

¹⁴ Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J. y Torra, M. (2002). Enseñar Matemáticas. Serie didáctica de las matemáticas. Barcelona: Editorial Graó.

¹⁵ Zanocco, P. (2001). Consideraciones didácticas para el logro de aprendizajes en el sector de matemática: aportes de la tecnología. En base a lo señalado en la ponencia de la Universidad Católica de Chile: « enlacs 2001, ampliando las fronteras del aula » realizada el 19, 20 y 21 de Noviembre del 2001. Pucón. Chile http://www.enlacs.cl/enlacs2001/pres_pon.htm

- Trabajo con números simples.
- 3) Yo calculo,
- Uso la calculadora.
 - Hago cálculo mental.
 - Hago cálculo escrito.
- 4) Yo interpreto el resultado y redacto la respuesta,
- Redondeo el resultado.
 - Uso el resultado para tomar una decisión.
- 5) Yo controlo.
- Descubro errores y los corrijo.
 - Controlo la respuesta.

La etapa siguiente de la metodología de intervención se refiere a potenciar habilidades metacognitivas, entendidas como lo que las personas saben acerca de sus procesos de pensamiento, y que busca que los sujetos se conviertan en usuarios hábiles de su propio conocimiento.

Resolver problemas matemáticos más allá de un procedimiento, exige “vivir” las matemáticas, creando espacios de encuentros entre lo abstracto y lo real. Aplicar las matemáticas a contextos y situaciones cercanas, reales, laborales y científicas, permite considerarla como una herramienta útil y formadora.

Trabajar las matemáticas como un todo no fragmentado y valorar su utilidad dentro y fuera de la escuela, promueve la aplicación de procedimientos genéricos (observar, manipular, experimentar, relacionar y usar diferentes lenguajes) y procedimientos conceptuales específicos (técnicas de calculo, de medidas y de representación geométrica) de resolución de situaciones problemas a favor del aprendizaje, ya que como señalan Alsina, Claudi; Carmen Burgués; Fortuny Joseph; Giménez Joaquín y Torra Montserrat (2002:112), “la adquisición de técnicas de cálculo debe permitir resolver problemas y también aumentar y profundizar en el conocimiento de los números y de las operaciones. Este conocimiento debe favorecer la flexibilidad y también la creación de rutinas de cálculo personal adaptadas a la neutralidad y a los conocimientos previos del estudiante”. A partir de lo anterior, es que resulta esencial que los estudiantes sepan qué pasos deben dar a la hora de resolver cualquier problema. A partir de esto nos señalan pasos mínimos a considerar:

1. Leer el problema aclarando el significado de cada término y explicar oralmente, en lenguaje coloquial, la situación que se describe.
2. Distinguir entre lo conocido y lo desconocido organizando la información que contiene el problema. O si es necesario, según el problema, buscar la información que se necesite.
3. Buscar relaciones o condiciones entre los valores conocidos y los desconocidos.
4. Elaborar un plan de resolución a partir de las relaciones establecidas, resolver y comprobar si los resultados son soluciones adecuadas a la situación planteada. En caso de que la comprobación sea negativa, se deberá revisar el proceso.

Ahora bien, bajo el entendido que a nivel de escuela como de aula se realizan adaptaciones curriculares, es necesario establecer criterios que no desvinculen ni desvirtúen los objetivos esperados de acuerdo a cada nivel escolar. La resolución de problemas por tanto como eje transversal de los otros (números, operaciones aritméticas, geometría, formas y espacio) cumple con un rol preponderante a la hora de

acercar las matemáticas a la vida real como a los conocimientos previos de los estudiantes. Pero como señala Aninat (2004): "desgraciadamente, en muchas ocasiones estos llamados problemas no son más que ejercicios en palabras, que se resuelven a través de la utilización de una estrategia ya conocida y repetida y, por tanto, no representan un mayor desafío para los estudiantes en lo que respecta a seleccionar información, escoger una estrategia etc.; ya que todos los ejercicios se resuelven sumando datos de una misma manera"¹⁶.

Sumado a lo anterior, nos queda señalar explícitamente cual es el rol del profesor (a) a la hora de enseñar a resolver problemas matemáticos según Aninat:

1. Debe involucrar en su tarea competencias para analizar, razonar y comunicar ideas, y para plantear y formular problemas matemáticos. Desarrollando en sus estudiantes habilidades de pensamiento lógico y de argumentación
2. Enseñar contenidos matemáticos.
3. Usar y hacer matemática en contextos variados y auténticos.
4. Debe hacerse cargo de los conocimientos previos de sus estudiantes, facilitando el aprendizaje y aumentando la motivación por aprender.
5. Crear situaciones de aprendizaje significativas e interesantes.
6. Plantear problemas matemáticos que se relacionen con la vida, fantasías y juegos de los estudiantes y que representen un desafío a su capacidad de razonar.

Si bien, la resolución de problema es tema fundamental y transversal dentro de la enseñanza de las matemáticas, su aprendizaje presenta dificultades. En su aspecto más real y macabro produce un profundo sentimiento de fracaso en los estudiantes. "Con demasiada frecuencia la actitud hacia las matemáticas evoluciona negativamente en el transcurso de la etapa que va desde los 6 a los 12 años. Mucho se teme que uno de los factores determinantes del sentimiento de fracaso de los estudiantes este causado por un falto acierto por parte de los profesores (as). Un escolar convencido de que no es suficientemente inteligente para hacer matemáticas se retrae y prefiere ser tenido como poco trabajador o desinteresado. Es muy difícil que esa persona llegue a valorar las matemáticas como útiles o divertidas". (Alsina, Burgués, Fortuna, Jiménez y Torra, 2002:120)

Los factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos, y resultan ser aspectos importantes en el aprendizaje son: (Schoenfeld, 1992)

- El conocimiento base: conocimientos y experiencias previas del estudiante.
- Las estrategias de resolución de problemas: pasos heurísticas.
- Los aspectos metacognitivos.
- Los aspectos afectivos y el sistema de creencias
- La comunidad de práctica: trabajo de la resolución de problema como práctica social.

Para lograr una enseñanza de manera efectiva, ante todo hay que "saber enseñar" y ello, se obtiene en la medida que se tenga: una comunicación clara, se comprenda cómo aprenden los estudiantes, se relacionen las ideas con experiencias de la vida diaria, exista participación activa de los estudiantes en su aprendizaje y exista una relación afectiva en el aprendizaje y la enseñanza.

¹⁶ Aninat, P. (2004). Matemáticas en el aula: lo que nos hace falta por hacer. Revista de Educación Ministerio de Educación de Chile, 313.

En tanto, se hace necesaria una actitud positiva por parte de los profesores (as), que ayude a sus estudiantes a desarrollar y apropiarse de las formas de razonar, a través del aprendizaje de la matemática a fin de que les permitan plantearse y resolver problemas dentro de un clima de confianza y seguridad. A su vez resulta necesario, que les ayuden a interrelacionar los aprendizajes de los contenidos de otros ejes, con el fin de obtener una visión integradora del quehacer matemático.

Lo anterior implica, considerar evaluaciones pertinentes y variadas que permitan comprobar la adquisición de las destrezas y habilidades asociada a la resolución de problemas matemáticos, y el dominio de estrategias didácticas, diseñadas y aplicadas, que permitan la enseñanza efectiva de éste contenido. Orientar el trabajo del profesor (a) hacia la correcta interpretación de modelos de enseñanza, o de aprendizajes, ya sean dados por el currículum u otros modelos elegidos, o la creación de modelos propios a favor del desarrollo de capacidades, conocimientos y destrezas matemáticas. Como plantean, Alsina, Burgués, Fortuna, Jiménez y Torra (2002, Pág.97). "En la etapa de enseñanza infantil los procedimientos tiene un papel relevante por encima de los conceptos matemáticos, ya que son fundamentales para posibilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos asegurando la comprensión, expresión y aplicación posterior. Y por otro lado, hacen posible que el estudiante adquiera estrategias que le permiten enfrentarse a situaciones nuevas y cada vez de manera más eficaz y perseverante ante las dificultades que surjan".¹⁷

Lograr en términos fundamentales el aprendizaje de los estudiantes, y a su vez el desarrollo de competencias por parte del profesorado. Exige:

- a. Dominio del contenido disciplinar a enseñar, es decir del conjunto de conceptos y conocimientos propios de la disciplina, lo que supone también, reflexionar sobre sus propias concepciones, como las problemáticas que subyacen a nivel disciplinar y didáctico. Es decir, conocer en profundidad la disciplina que enseña.
- b. Destrezas y conocimiento de estrategias didácticas que les permitan organizar y seleccionar actividades coherentes con los Planes y Programas, como con las realidades a nivel de escuela y de los estudiantes, ligadas a las propias concepciones de aprendizaje y competencias pedagógicas. Lo anterior, se centra en la capacidad de emplear variadas estrategias de enseñanza para ocuparse de estudiantes con necesidades especiales y estilos de aprendizajes distintos y utilizar la planificación curricular y la evaluación a favor de dichas estrategias didácticas
- c. Claridad teórica y práctica respecto al trabajo con resoluciones de problemas matemáticos, permitiendo prácticas de significación y actualización a nivel curricular ligado a su Desarrollo Profesional Docente.
- d. Emplear y utilizar de manera actualizada las tecnologías de información, seleccionando, de múltiples ofertas de recursos de aprendizaje, los más adecuados.

¹⁷ Alsina, Claudi; Carmen Burgués; Fortuny Joseph; Giménez Joaquín y Torra Montserrat (2002): "Enseñar Matemáticas". Serie didáctica de las matemáticas. Editorial Graó. Barcelona. España. Pág. 97

- e. Ser responsables de los resultados de aprendizaje de sus estudiantes y trabajar por medio de la innovación e investigación, en la potencialización de éstos.
- f. Conocer el currículum nacional y desarrollarlo a favor de los contextos y realidades educativas.

4. QUÉ NOS FALTA POR HACER: EL PAPEL DEL PROFESORADO

El papel de profesor (a) respecto a la enseñanza de resolución de problemas debe consistir en el planteamiento de técnicas de solución ligadas a aptitudes del estudiante. Y saber estrategias de evaluación acordes con ellas. Para ello, a la hora de trabajar la resolución de problemas matemáticos debe:

- trabajar en situaciones de aprendizajes que favorezcan un aprendizaje matemático real y por qué no entretenido, que promueva el pensamiento a niveles de calidad tan deseados hoy en día en educación.
- a la hora de resolver problemas matemáticos, trabajar con los conocimientos previos de los estudiantes, colocando atención en sus creencias e ideas que tienen acerca de la matemática y la resolución de problemas; y en aspectos centrales tales como: el dominio del contenido en el cual se aplicará la resolución de problemas, es decir el conocimiento de conceptos y procedimientos propios de la disciplina, ya que si un estudiante no sabe las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) difícilmente podrá dar una solución asertiva y real al problema que le implique aplicar dichas operaciones. A su vez, es sumamente importante que comprenda los pasos de resolución del mismo (métodos heurísticos) que se sirvan de ayuda, ya sea descomponiendo el problema en pasos simples, invertirlo y/o dibujar diagramas; otro punto de interés, se centra en que exista una conciencia de la evaluación del resultado acorde a los contextos y exigencias del problema matemático con una respuesta matemática y con un lenguaje matemático.
- centrar la atención en las actividades de aprendizajes a las cuales se exponen a los estudiantes, considerando todas las estrategias posibles que puedan ayudarlos a resolver un problema matemático entendido sus argumentos y su constante relación con lo cotidiano. A su vez, se debe ser conciente de sus capacidades y competencias, teniendo claro sobre lo que los estudiantes pueden y no hacer, comprender y pensar.
- poseer el profesor (a), un rol activo y pensamiento creativo a la hora de presentar, elegir o crear un problema matemático a sus estudiantes, acorde con los intereses y necesidades de los mismos. Presentarles problemas matemáticos relevantes y cercanos a su realidad, promueve actitudes activas, que movidas bajo el desafío de nuevos razonamientos y pensamientos matemáticos, permite situaciones significativas y vínculos afectivos en el aprendizaje.
- Permitir y trabajar con el error y la conjetura, promoviendo la autorregulación y comprensión.
- En el trabajo de la resolución de problemas matemáticos debe existir una correcta articulación entre familia y escuela.
- Para lograr un aprendizaje matemático significativo, es decir, con un mayor o menor grado de significatividad, es necesario recurrir a los aprendizajes interrelacionados en cuanto a lo que se conoce (significados construidos) y lo que se pretende conocer (significados existentes). Esta

conexión y/ o contradicción que se realiza durante la construcción de aprendizaje, entre los aprendizajes previos y los contenidos, permiten la incorporación de nuevos significados.

- El profesor (a) debe aprender y mejorar sus metodologías de enseñanza si quiere ser eficaz en la ayuda y la guía de la tarea que realizan sus estudiantes. Para lo cual se necesita compromiso por parte de los establecimientos y de los profesores (as) hacia la implementación de nuevas metodologías acorde al acelerado ritmo y cambios de hoy en día.
- Bajo el entendido que los métodos no son instrumentaciones técnicas para enseñar mejor, y el contenido no es indiferente al método, es necesario comprender el trabajo y rol del profesor (a) en cuanto a qué enseña y cómo lo enseña.
- En la resolución de problemas matemáticos debe existir pertinencia de elección entre el tipo de problema y su significancia de acuerdo a las etapas de desarrollo cognitivo de los estudiantes.
- Resulta necesario que se adecuen los fundamentos de la reforma a los contextos educativos propios de cada establecimiento.
- No existe una enseñanza orientada a la resolución de problemas, y es más, efectivamente en las aulas no se enseña a resolver problemas matemáticos a los estudiantes.

5. CONSIDERACIONES FINALES

La necesidad de contar con información que provea a los profesores de mayor información acerca de cómo enseñar a resolver problemas matemáticos es una necesidad urgente para llevar a cabo las intenciones de reforma que se desean establecer en Chile. Por consiguiente, modificar las creencias existentes sobre qué significa resolver problemas y cuál es el rol que cumple en la educación matemática, sería un avance en los cambios metodológicos que requiere la educación actual. Una educación matemática amigable y cercana a los educandos y conciente de las dificultades, trae consigo un cambio conceptual y epistemológico, que pretende avanzar de un mero desarrollo mecánico al desarrollo de habilidades flexibles que buscan analizar y comprender la realidad, desde la realidad y para la realidad. En otras palabras una matemática "práctica" que se vincule con los contextos mediante una herramienta didáctica sólida y articuladora como la resolución de problemas.

En suma, para lograr cambios significativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos, debe generar cambios en las prácticas docentes y en la realidad de las aulas. Desde esta contingencia, los profesores deben contar con las herramientas necesarias para enseñar a resolver problemas matemáticos.

Coincidiendo con diversos autores (Lester ,1985; Pólya, 1965; Pifarré y Sanuy 2001) se puede señalar que a la hora de incorporar la enseñanza- aprendizaje de la resolución de problemas como tema central en las situaciones de aula, se debe considerar: la importancia del contexto y la construcción personal del proceso de resolución de problemas; la influencia de la propuesta de enseñanza y del diseño de las clases; y el papel del profesor (a), que como mediador, modela el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en sus estudiantes.

La importancia del dominio y conocimiento de los contenidos y de los procedimientos didácticos adecuados a las condiciones situacionales y característicos sicosociales de los estudiantes, permite el tratamiento de los contenidos articulando y desencadenando tomas de decisiones asertivas, respecto a la forma concreta en que los contenidos matemáticos se llevaran a la práctica en el aula.

No es extraño afirmar que el trabajo con la resolución de problemas de manera rutinaria y monótona, genera contra aprendizajes y dificulta la interiorización de los procesos, produciendo rechazos y bloqueos mentales. Debido a esto, resulta urgente “hacer real” la asociación de una matemática conceptual, con una matemática cotidiana y amigable, donde se asocie, se aplique y trabaje a favor de aprendizajes significativos y contextuales; ya que sólo en la medida que el trabajo con resolución de problemas, nos sea útil y aplicable, éste proporcionará aprendizajes significativos, y por tanto, adquirirá sentido y autenticidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, I., Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemáticas. *Revista Pedagogía Universitaria*, 8(3).
- Alsina, C., Burgués C., Fortuna, J., Jiménez, J. y Torra, M. (2002). *Enseñar Matemáticas*. Serie didáctica de las matemáticas. Barcelona: Editorial Graó.
- Aninat, P. (2004). Matemática en el aula: los que nos hace falta por hacer. *Revista de Educación Ministerio de Educación de Chile*, 313.
- Arellano, J.P. (2001). La Reforma Educacional Chilena. *Revista de la CEPAL*, 73.
- Beca, C., Montt, P., Sotomayor, C., Huidobro, J., Walter, H. (2006). *Hacia una política de desarrollo profesional docente. Docentes para el nuevo siglo*. Santiago: MINEDUC.
- Benedito, V. (2001). Introducción a la didáctica: Fundamentación teórica y diseño curricular. Santiago: Editorial Barcanova.
- Beltrán, J. (1993). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Brunner, J.J. (1995). *Los Desafíos de la Educación Chilena frente al Siglo XXI*. Informe de la Comisión Nacional para la Modernización de la Educación. Santiago: Ed. Universitaria.
- Campos, O., Concha, H. y Rodríguez, M.A. (2002). *Diseño y Planificación curricular en el contexto de la Reforma*. Santiago: UCSH.
- Coll, C. y Martín, E. (2006). Vigencia del debate curricular. Aprendizajes básicos, competencias y estándares. Ponencia presentada en el contexto de la *Segunda Reunión del Comité Intergubernamental del Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe (PRELAC)* del 11 al 13 de mayo de 2006, Santiago de Chile.
- Chevallard, Y. (1992). *La Transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñando*. Buenos Aires: AIQUE.

- Decreto 232. (2002). *Planes y programas para educación básica NB2, cuarto año básico Subsector Educación Matemática*. Santiago: Ministerio de Educación Chile.
- Dussel, I. (2006). Estudio sobre gestión y desarrollo curricular en países de América Latina. Ponencia presentada en el contexto de la *Segunda Reunión del Comité Intergubernamental del Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe (PRELAC)* del 11 al 13 de mayo de 2006, Santiago de Chile.
- Galaz, J., Gómez M.A. y. Noguera, M.I. (1999). Desarrollo profesional docente un marco para la enseñanza efectiva. *Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación* Santiago de Chile: MINEDUC.
- Gvirtz, S. y Palamidessi, M. (2000). *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*. Santiago: AIQUE.
- Jonson, A. (1998). ¿Cómo aprenden Matemáticas los estudiantes y cómo enseñar las Matemáticas. *Revista Erátseni*, 6, pp. 8. Disponible desde Internet en: <http://www.itlp.edu.mx/publica/boletines/anteriores/b231/psiete.html>
- López, A. y Órdenes, M. (2006). *Texto escolar de matemática tercero básico: guía para el profesor*. Santiago: Editorial Norma.
- Lundgren (1992). Citado por Silva Águila, Manuel (2000 -2001). Cambio y difusión curricular. *Revista Enfoques Educativos*, 3(1).
- MINEDUC (2004). *Implementación Curricular en el Aula Matemáticas Primer Ciclo Básico (NB1 y NB2)* Seguimiento a la Implementación Curricular Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago: MINEDUC.
- MINEDUC (2003). *Marco para la Buena Enseñanza (MBE)*. Santiago: CPEIP Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas.
- Pogré, P. Currículo y docentes. Ponencia presentada en el contexto de la *Segunda Reunión del Comité Intergubernamental del Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe (PRELAC)* del 11 al 13 de mayo de 2006, Santiago de Chile.
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas: México
- Pozo, J.I. (1997). *Teorías Cognitivas de Aprendizaje*. Madrid: Ediciones Morata.
- Proyecto FONDEF D0011073. *Aprender matemática creando soluciones*. Santiago: Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile.
- Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. En *La enseñanza de la matemática a debate*. (pp.13-47). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Soto, I. (2001). Consideraciones metodológicas para el logro de aprendizajes en el sector de Matemática y qué aporta la tecnología al respecto. Ponencia del Congreso *Enlaces 2001, ampliando las fronteras del aula*, realizada el 19, 20 y 21 de Noviembre del 2001 en Pucón, Chile. Disponible desde Internet en: http://www.enlaces.cl/enlaces2001/pres_pon.htm
- UCE, MINEDUC(2004). *Implementación curricular en el aula matemática. Primer Ciclo Básico (NB1 y NB2)*. Seguimiento a la Implementación Curricular Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación. 2004.

Zanocco, P. (2001). Resolución de problemas en la educación general básica. *Curso: Matemática Inicial*, 1° semestre. Santiago: PUC.

Zanocco P. y Soto, P. (2001). Consideraciones didácticas para el logro de aprendizajes en el sector de matemática: aportes de la tecnología. . Ponencia del Congreso *Enlaces 2001, ampliando las fronteras del aula*, realizada el 19, 20 y 21 de Noviembre del 2001 en Pucón, Chile. Disponible desde Internet en: http://www.enlaces.cl/enlaces2001/pres_pon.htm

