

MEDIOS Y RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA

Natalia Ruiz López

Departamento de Didácticas Específicas

Universidad Autónoma de Madrid

E-mail: natalia.ruiz@uam.es

RESUMEN: En las etapas de educación obligatoria (Primaria y ESO) es preciso el uso de materiales que permitan a los alumnos experimentar las relaciones y propiedades de los objetos geométricos. Estos medios (materiales o virtuales) deben cumplir la característica de permitir el movimiento de los objetos de forma que se puedan apreciar sus propiedades independientemente de su posición.

Podemos utilizar en las aulas una gran variedad de recursos según el concepto geométrico a tratar y la edad de los alumnos: papiroflexia, geoplanos, mosaicos, tangram, poliminos, materiales de construcción de sólidos, software de geometría dinámica, etc. En este artículo presentamos algunos de estos recursos y sugerimos cómo pueden ser empleados en las aulas para la enseñanza de la Geometría elemental.

Palabras claves: Enseñanza de la Geometría, Software de Geometría Dinámica, SGD, Educación Matemática.

METHODS AND RESOURCES TO TEACH GEOMETRY IN THE COMPULSORY EDUCATION

ABSTRACT: In compulsory education it is needed to use resources that allow students to explore geometric objects properties and find its relationships. These tools (that can be material or virtual) should make possible to move geometric objects in order to check which properties are preserved in any position.

Revista de Didácticas Específicas, ISSN:1989-5240

www.didacticaspecificas.com

Many resources can be used depending on the geometric topic and student's age: origami, geoboards, tessellations, tangram, polyominoes, solid constructions, dynamic geometric software, etc. In this paper some of these resources are shown and it is suggested how they can be employed for teaching Geometry in the elementary and middle school.

Keywords: Geometry Teaching, Dynamic Geometry Software, DGS, Mathematic Education.

INTRODUCCIÓN

En este artículo se pretende presentar a los profesores de la etapa de educación obligatoria algunos recursos y medios para la enseñanza de la Geometría Elemental que pueden facilitar la práctica en el aula.

El Ministerio de Educación y Ciencia español, en el documento de Enseñanzas Mínimas para Educación Primaria (2006), indica:

A través del estudio de los contenidos del bloque de Geometría, el alumnado aprenderá sobre formas y estructuras geométricas. La geometría es describir, analizar propiedades, clasificar y razonar, y no sólo definir. El aprendizaje de la geometría requiere pensar y hacer, y debe ofrecer continuas oportunidades para clasificar de acuerdo a criterios libremente elegidos, construir, dibujar, modelizar, medir, desarrollando la capacidad para visualizar relaciones geométricas. Todo ello se logra, estableciendo relaciones constantes con el resto de bloques del área de Matemáticas y con otros ámbitos como el mundo del arte o de la ciencia, pero también asignando un papel relevante a la parte manipulativa a través del uso de materiales (geoplanos y mecanos, tramas de puntos, libros de espejos, material para formar poliedros, etc.) y de la actividad personal realizando plegados, construcciones, etc. para llegar al concepto a través de modelos reales. A este mismo fin puede contribuir el uso de programas informáticos de geometría dinámica (BOE Nº 293, 8 dic. 2006, pg. 43095).

Los materiales didácticos pueden ser extraordinariamente útiles para favorecer aprendizajes; sin embargo, no son suficientes por sí solos. Quienes confieren la utilidad

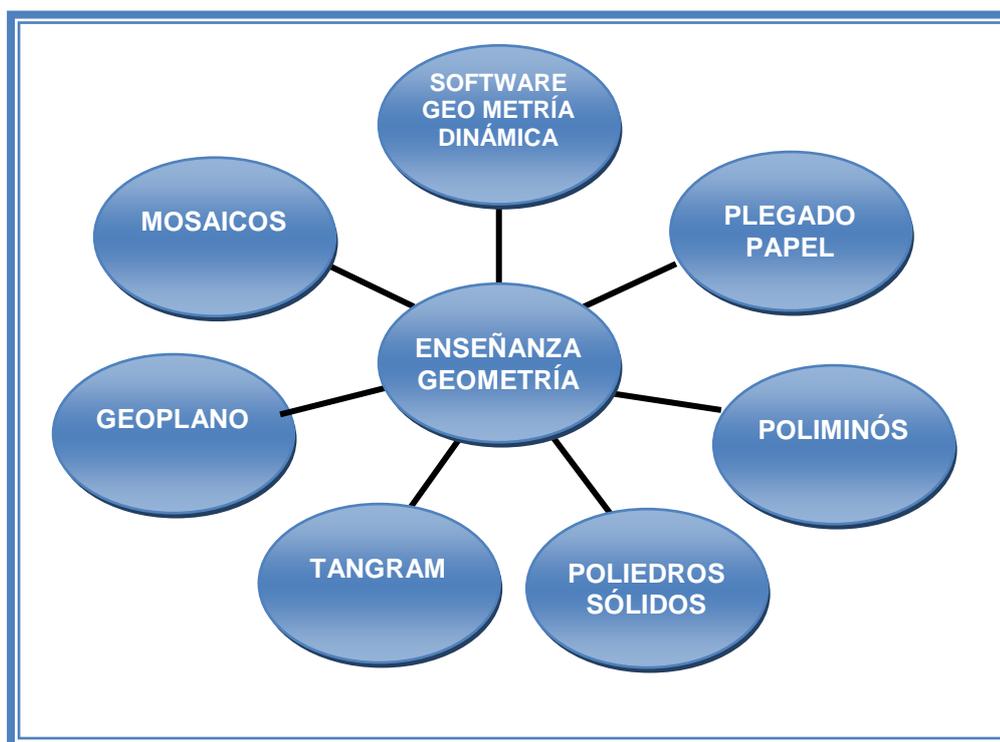
a los materiales son, por una parte, el profesor que propone y motiva actividades con ellos en un momento determinado (observaciones, construcciones, transformaciones o simplemente mecanizaciones) y, por otra parte, los alumnos con su actuación.

Si se produce esta relación, el material puede actuar de intermediario entre el pensamiento del niño y el del maestro, complementando o sustituyendo las explicaciones según los casos; por el contrario, si no se produce esta interrelación, el material no pasa de ser un objeto más.

Para el aprendizaje de la Geometría, el alumno debe experimentar las relaciones y propiedades de los objetos geométricos independientemente de la posición que ocupan en el plano o el espacio. La enseñanza estática de esta rama de las matemáticas, que ha sido el método tradicionalmente más utilizado mediante el empleo del lápiz y el papel o la pizarra y la tiza como únicos recursos didácticos, refuerza falsas creencias de los alumnos sobre la forma de las figuras asociada a la posición que ocupan.

Vamos a presentar aquí una selección de materiales manipulables y/o virtuales que evitan la asociación entre figuras planas o sólidos y su posición en el plano o espacio, ya que permiten desplazar las figuras, comprobando qué propiedades permanecen invariables a pesar del movimiento.

Podemos utilizar en las aulas una gran variedad de recursos según el concepto geométrico a tratar y la edad de los alumnos. En la figura 1 se muestran algunos recursos útiles para la enseñanza en Primaria y Secundaria.



EL PLEGADO DE PAPEL

La papiroflexia o plegado de papel es un recurso barato al alcance de todas las escuelas que desarrolla la comprensión de conceptos geométricos básicos, tales como diagonal, mediana, vértice, bisectriz, etc, y favorece la visualización de figuras y cuerpos tridimensionales. El proceso de creación y ejecución de una figura de papiroflexia implica, en mayor o menor grado dependiendo de su complejidad, análisis e imaginación. Además, se fomenta el desarrollo de estrategias útiles en la resolución de problemas.

La papiroflexia desarrolla diferentes tipos de habilidades mentales, entre otras, potenciar la visión geométrica plana y espacial, fomentar la creatividad y desarrollar la intuición. Al mismo tiempo la papiroflexia desarrolla en el alumno aspectos como la habilidad manual, la concepción volumétrica, la coordinación de movimientos y la psicomotricidad fina. Igualmente, enseña a seguir instrucciones, cumplir normas y ayuda a desarrollar la cooperación. (LEDESMA, 1992).

Como se dice en Cañadas y otros (2003), no tenemos que olvidar que la papiroflexia es un medio, no un fin. No consiste sólo en una herramienta para visualizar, es mucho más rica, permitiendo estudiar propiedades, observar, analizar y conjeturar.

Podemos proponer a los alumnos de una clase de Primaria que construyan con un folio un triángulo equilátero. Primero pueden sugerirse los dobleces necesarios para realizar la tarea (fig. 2) y posteriormente podemos pedir que sean los propios alumnos quienes investiguen cómo conseguir la figura pedida. La sola interpretación de los gráficos que representan los dobleces necesarios para construir el triángulo, ya constituyen un reto para muchos de los alumnos que deben pasar de diagramas bidimensionales a la realidad tridimensional.

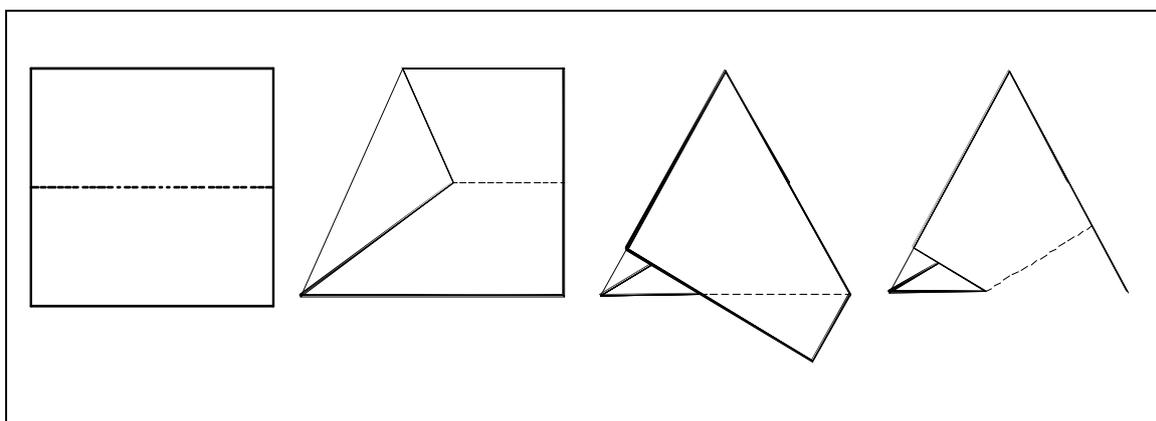


Fig. 2

Una vez que se tiene el triángulo equilátero podemos pedir que tracen las medianas, o las mediatrices, bisectrices o alturas. Observarán que todas estas rectas coinciden en un triángulo equilátero y las tres existentes se cortan en un punto (siempre que los dobleces estén realizados con precisión). A partir de la figura del triángulo con las marcas hechas de los nuevos dobleces, podemos llegar a construir figuras más complicadas, como un polígono estrellado.

Se pueden ver los pasos de su construcción en el enlace:
http://platea.pntic.mec.es/anunezca/experiencias/experiencias_AN_0506/estrellado.doc

Existen numerosos recursos en Internet para documentarnos sobre el doblado de papel y utilizarlos con nuestros propios alumnos. Algunos ejemplos que pueden ser interesantes son: <http://www.uaq.mx/matematicas/origami/index.html>

El centro virtual de Divulgación de las Matemáticas, Divulgamat, desarrollado por la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad de Matemática Española (R.S.M.E.) tiene en su página web una sección de papiroflexia y matemáticas muy interesante: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Cultura/papiroflexia/index.asp>

LOS POLIMINÓS

Los poliminós son figuras hechas con varios cuadrados pegados por uno de sus lados (2 cuadrados: dominós, 3 cuadrados: triminós, 4 cuadrados: tetraminós , 5 cuadrados: pentaminós y 6 cuadrados: hexaminós).

La primera actividad a realizar con poliminós consiste en hallar cuántos triminós, tetraminós, etc..., distintos existen. Al formarlos, los alumnos deberán comprobar si las figuras son realmente distintas o pueden obtenerse a partir de movimientos en el plano de alguna otra. Para realizar esta actividad podemos utilizar papel cuadriculado, geoplanos, o papel trama.

También existen recursos virtuales para formar las distintas piezas de los poliminós. Por ejemplo, en la página web de recursos de matemáticas de la Universidad de Utah, llamada Biblioteca de Manipuladores Virtuales (http://www.nlvm.usu.edu/es/nav/topic_t_3.html), encontramos la herramienta llamada “poliminós” (figura 3) que permite clonar el número de cuadrados que necesitemos para ir formando los distintos poliminós. Las piezas creadas pueden cambiarse de color y podemos seleccionarlas de modo que se muevan en el plano independientemente. Con ellas pueden hacerse recubrimientos del plano y componer distintas figuras combinando las piezas como si fueran parte de un puzzle. Pueden estudiarse los perímetros y áreas de dichas figuras.

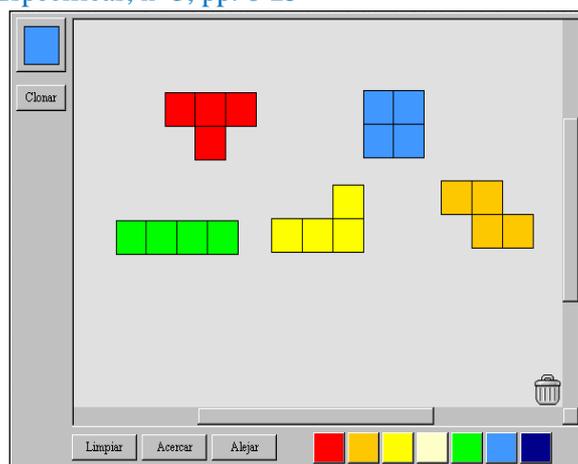
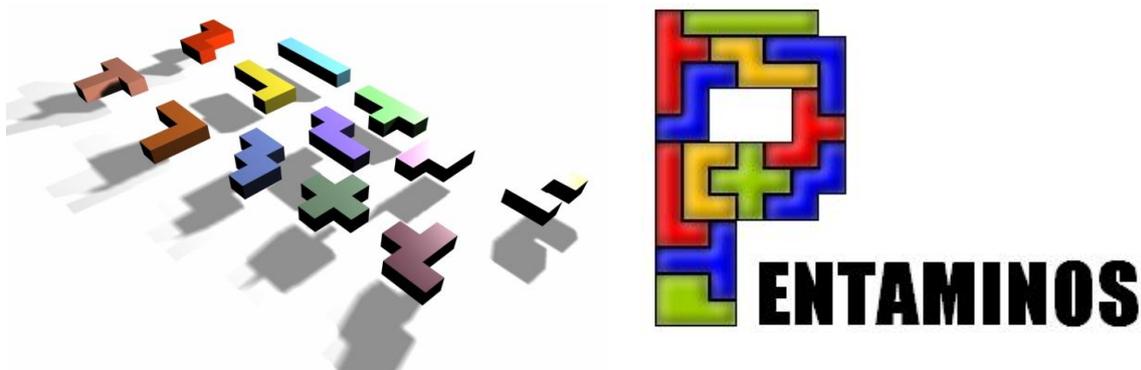


Fig. 3

Los pentaminós son probablemente los poliminós más utilizados en didáctica de las matemáticas. Hay 12 pentaminós distintos y, además de buscarlos, podemos utilizarlos como piezas de un puzle que nos permite construir distintas figuras. En esta página (<http://www.fwend.com/pentomino.htm>) los pentaminós pueden girarse y moverse en el plano, arrastrándolos con el ratón, para componer las formas propuestas clasificadas en



varios niveles de dificultad.

Posiblemente el juego virtual más famoso de geometría sea el tetris. En este juego se utilizan los 5 tetraminós distintos (fig. 3) para recubrir el plano. Hay que ir colocando las figuras según van cayendo, de forma que se acoplen para recubrir una fila de un cuadrado de altura. Cada fila conseguida proporciona al jugador 10 puntos. Los tetraminós pueden girarse y moverse a derecha e izquierda para poder colocarlos adecuadamente. Es muy importante la rapidez y la visión espacial para conseguir muchos puntos.

Todas estas actividades también pueden realizarse con los poliminós manipulables que pueden construirse en cartón, plástico o cualquier material recortable. Existen comercializados juegos con distintas piezas de poliminós con el mismo propósito.

POLIEDROS Y SÓLIDOS

Actualmente en la enseñanza primaria y secundaria apenas se estudia la Geometría del espacio. Los profesores creen que deben enseñar primero geometría plana para luego pasar a la tridimensional. La falta de tiempo para desarrollar los temarios establecidos hace que prácticamente no se desarrollen los temas de geometría del espacio.

Sin embargo, para los niños, el mundo es tridimensional. Desde pequeños están acostumbrados a manipular y ver figuras en el espacio, de modo que pasar de lo tridimensional a lo bidimensional sería lo adecuado.

[...]em uma outra perspectiva para o ensino da Geometria, que considera o mundo físico como referência em seu estudo, em que a exploração do espaço tridimensional será o ponto de partida para o ensino dos conteúdos, necessitando uma abordagem que permita a abstração sobre o espaço e as formas.

A abordagem da Geometria iniciada pelo bidimensional limita a compreensão conceitual, pois exige uma ampla capacidade de abstração pelo aluno, que ainda não possui no ensino fundamental e muitas vezes nem no ensino médio.(NEHRING et al, 2006, p. 71)



Figura 4



Figura 5

Los profesores pueden recurrir a una buena cantidad de materiales manipulables para facilitar el estudio de la geometría tridimensional, se pueden usar materiales de construcción como Polidrón, Creator (figura 4) o Geomag (figura 5) que permiten crear poliedros y cuerpos redondos.

Para establecer relaciones entre la forma y el volumen de los sólidos, podemos utilizar cuerpos transparente que permiten ser rellenos con líquidos o arena para calcular su volumen.

La relación entre las áreas de los sólidos y sus desarrollos planos puede estudiarse mediante recursos informáticos accesibles a través de internet. Por ejemplo, una herramienta muy interesante es el programa Poly (www.peda.com/polypro), que además de visualizar el paso del desarrollo plano al poliedro correspondiente (figura 6), permite imprimir los desarrollos para utilizarlos como plantillas que luego puedan ser usadas en el aula por los alumnos para que realicen sus propios poliedros de cartulina.



Fig. 6

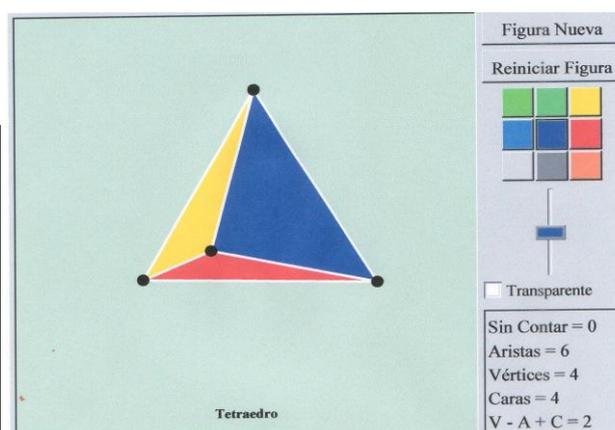
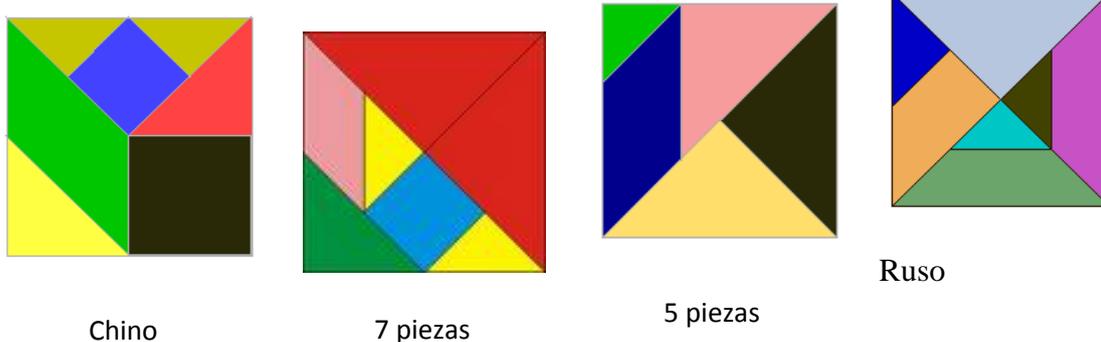


Fig. 7

En la Biblioteca de Manipuladores Virtuales de Matemáticas de la Universidad de Utah, existe una herramienta llamada “sólidos platónicos” (figura 7) que permite girar los 5 poliedros regulares en el espacio. Pueden contarse las caras, aristas y vértices de cada poliedro de forma que comprobamos la fórmula de Euler: $V - A + C = 2$

EL TANGRAM

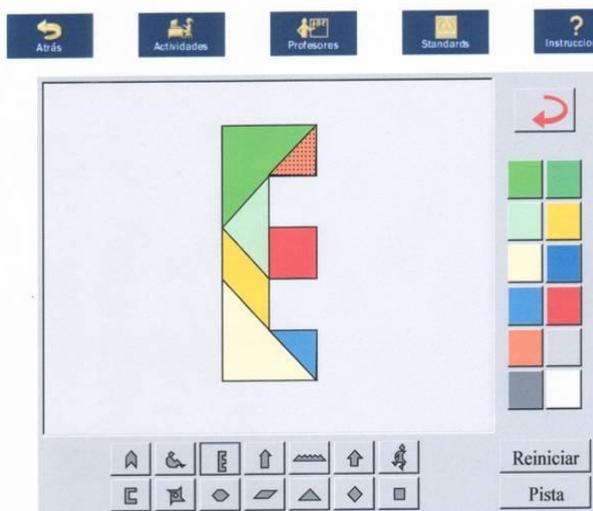
El tangram es un juego chino muy antiguo que consta de 7 piezas (5 triángulos rectángulos isósceles de 3 tamaños, 1 cuadrado y 1 romboide) que hay que utilizar para construir distintas figuras, como si fueran piezas de un puzzle. Existen distintas versiones del tangram.



En general, se obtienen de dividir un cuadrado en 7 figuras, pero podemos encontrar una versión que sólo consta de 5 piezas o el tangram ruso que consta de 12 piezas surgidas de la división de un rectángulo.

Este material es interesante para trabajar el concepto de figuras con el mismo área y distinta forma y perímetro, para comprobar relaciones entre áreas, para componer y descomponer unas formas en otras, etc... Construir nuestro propio tangram es muy sencillo a partir de una plantilla con el modelo elegido y cualquier material fácil de recortar y suficientemente duradero.

En internet podemos encontrar numerosas aplicaciones de tangram, por ejemplo



en la Biblioteca de Manipuladores Virtuales que ya conocemos, tenemos un tangram (figura 8) que permite realizar las mismas actividades que uno físico, moviendo y girando las piezas con el ratón del ordenador. Además, se proponen las figuras que los alumnos deben construir y, en caso de no saber que pieza colocar,

Figura 8

pueden pedir una pista.

Hay páginas interesantes donde se pueden encontrar resultados matemáticos más rigurosos, como la demostración de que sólo pueden construirse 13 polígonos convexos con el tangram chino. Esta demostración fue realizada por Fu Traing Wang y Chuan-Chih Hsiung en 1942. En la página de Vicent Castellar (http://www.uv.es/~buso/tangram/index_es.html) puede encontrarse además la historia del tangram, paradojas, juegos en línea y referencias.

MOSAICOS

Mosaico es cualquier recubrimiento del plano mediante piezas llamadas teselas que cumple dos condiciones: las piezas no se superponen y no dejan huecos vacíos. Hay mosaicos regulares, semirregulares, no uniformes e irregulares.

El estudio de los mosaicos es una de las actividades geométricas más atractivas y que más recursos ha generado. Podemos encontrar una gran cantidad de páginas web muy interesantes para trabajar en Ed. Primaria y Secundaria. Algunas de ellas creadas por los propios alumnos de colegios o institutos de Secundaria, después de haber realizado el estudio de los mosaicos.

Dos muy apropiadas son:

- Para primaria:

<http://www.xtec.es/centres/b7004955/ciencia/castella/mosai.htm>

Aquí, los alumnos demuestran cómo no es posible recubrir el plano utilizando pentágonos regulares, y si lo es con triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares.

- Para secundaria: <http://jmora7.com/Mosaicos/index14.htm>

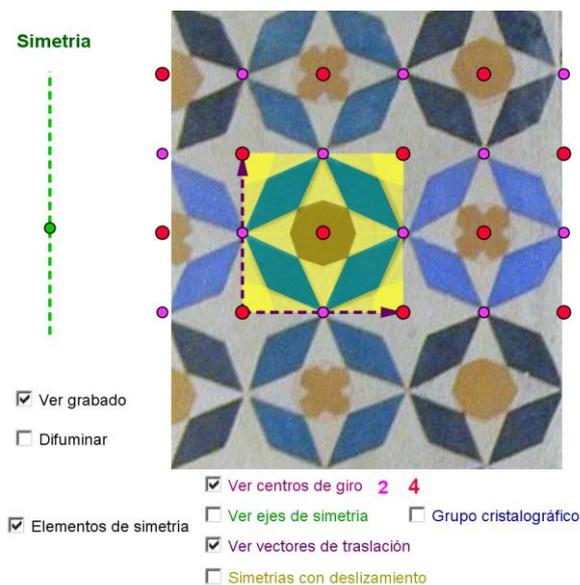


Figura 9

En esta página de José Antonio Mora se muestran todos los tipos de mosaicos, con applets de java que permiten manipularlos y analizarlos. Se utilizan modelos reales encontrados en azulejos de edificios tan emblemáticos del arte español como la Alhambra de Granada (fig. 9) y los famosos mosaicos de Escher.

También existen aplicaciones informáticas sencillas que permiten la manipulación virtual de teselas para recubrir el plano y formar mosaicos. En la Biblioteca de Manipuladores Virtuales tenemos una aplicación llamada “mosaico” que permite clonar triángulos equiláteros, cuadrados, hexágonos y otros polígonos para recubrir el plano. Estos programas sirven para introducir en los movimientos del plano a los alumnos más pequeños.

EL GEOPLANO

El geoplano fue inventado por G. Gattegno (1911-1988) para enseñar geometría a niños pequeños. Consiste en una superficie plana donde se disponen de modo regular una serie de puntos. Dependiendo de la colocación de los puntos se distinguen varios tipos de geoplanos: cuadrangular, triangular y circular.



El geoplano puede construirse fácilmente con una plancha de corcho o madera y una trama con puntos que sirva de plantilla para ir colocando puntas o chinchetas que permitan enganchar las gomas elásticas para construir los polígonos.

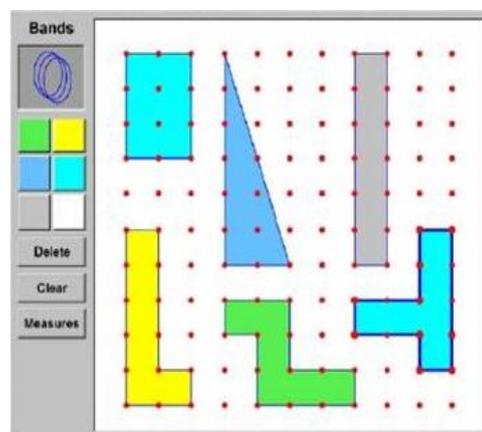


Fig. 10

Actualmente existen una gran variedad de aplicaciones informáticas que permiten manipular geoplanos virtuales. En internet encontramos gratuitamente todo tipo de geoplanos que podremos utilizar en aulas dotadas de ordenadores.

En la figura 10 tenemos la imagen de la aplicación de la Biblioteca de Manipuladores Virtuales, esta aplicación nos permite representar con bandas elásticas los polígonos que deseemos, también puede medirse su perímetro y su área. Además hay geoplanos circulares e isométricos.

Con este tipo de herramientas podemos proponer a nuestros alumnos actividades que les permitan colocar las figuras en posiciones variadas en el plano. Si pedimos que calculen cuántos cuadrados se pueden construir en un geoplano de 5 puntos, con vértices en los puntos, los alumnos empezarán construyendo los cuadrados cuyos lados sean horizontales y verticales. Les costará ver que hay otros cuadrados girados respecto a la posición estándar. Seguramente muchos tardarán en encontrar los 50 cuadrados que pueden construirse. Podemos pedirles que calculen la medida de la longitud de sus lados o su área. Esta actividad puede plantearse análogamente en el geoplano triangular buscando triángulos.

SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA

Los programas de Geometría dinámica permiten la construcción de figuras geométricas en el plano o en el espacio y la posibilidad de arrastre de las mismas. Al mover las figuras, cambian sus propiedades y su forma. Lo que interesa es la variación de las propiedades con el movimiento, y no sólo las propiedades que permanecen invariantes.

Una concepción de enseñanza de la geometría con un enfoque dinámico cambia la forma clásica de trabajar la

geometría en la que se presentan las figuras estáticas, y evita que el alumno forme en su imaginación la idea de figuras rígidas, que se corresponden con una única forma de representación, y que hace que, en la práctica, el alumnado vea siempre una figura y piense en un figura, y asocie las propiedades con una determinada figura, perdiendo con ello el nivel de generalidad que caracteriza a los conceptos geométricos.

Con la geometría dinámica, las figuras adquieren dinamismo, lo que permite que el alumnado se forme una idea más general de esas figuras geométricas, y que no asocie las propiedades a una forma particular de las figuras. (RIZO et al, 2007, p. 62).

Con recursos de este tipo podemos utilizar estrategias heurísticas como:

- Considerar casos particulares y casos límite.
- Medir y comparar.
- Buscar relaciones y dependencias.
- Plantear conjeturas.
- Ensayar procedimientos de búsqueda.
- Realizar comprobaciones experimentales.

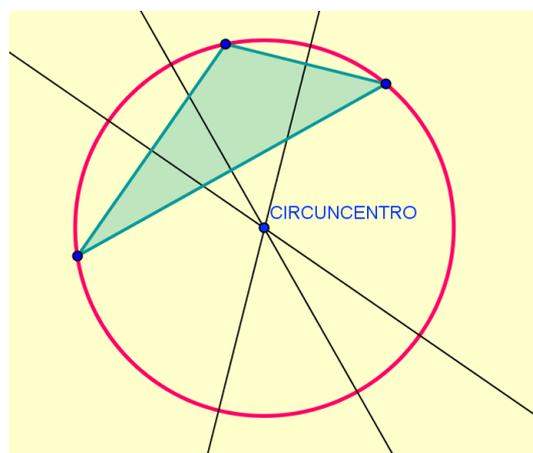


Fig. 11

Por ejemplo, podemos pedir a los alumnos que construyan un triángulo cualquiera y tracen en él las mediatrices (figura 11, realizada con Geogebra). Comprobarán que las tres se cortan en un único punto. Podemos preguntar qué posición ocupa ese punto si cambiamos el triángulo de forma (para ello sólo hay que arrastrar uno de los vértices con el ratón), ¿siempre está dentro del triángulo?, ¿de qué tipo es el triángulo cuando el punto ocupa una determinada posición, por ejemplo el punto medio del lado mayor?, ¿qué propiedad cumple siempre el punto de corte de las mediatrices respecto a los vértices del triángulo?, ¿por qué se llamará circuncentro dicho punto? A través de la experimentación el alumno podrá ir comprobando y justificando propiedades que con geometría estática eran difíciles de ver.

MEDIOS Y RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA

Natalia Ruiz López

Revista de Didácticas Específicas, nº 3, pp. 8-25

Existen infinidad de programas de software de geometría dinámica, unos precisan licencia y otros son de uso libre. Se han seleccionado algunos que son interesantes, priorizando que sean de uso libre, salvo el caso del Cabri-geomètre que por su popularidad ya está implantado en muchos centros educativos.

	Cabri II	Uno de los más difundidos en Europa. Necesita licencia y los archivos no pueden exportarse directamente a una página web. Necesita el complemento Cabriweb. http://www.cabri.com/es http://www.cabri.net/cabrijava
	Cabri II +	Versión mejorada del Cabri II pero que no reconoce CabriWeb. Con licencia. Se pueden exportar construcciones a calculadoras Texas Instrument. http://www.cabri.com/es
	GeoGebra	Software interactivo en el que se "asocian" por partes iguales, la Geometría y el Algebra. Exporta directa e inmediatamente las figuras a html. Se puede descargar en múltiples idiomas. Sin licencia. Continuas mejoras y actualizaciones. http://www.geogebra.org/ http://recursostic.educacion.es/gauss/web/index.htm
	Poly	Permite visualizar todo tipo de poliedros y sus desarrollos planos. Licencia shareware. Múltiples idiomas. http://www.peda.com/poly/
	Geometer's Sketchpad	Programa de Geometría dinámica tan difundido en América como el Cabri en Europa. Supera a éste en posibilidades (aunque su aprendizaje no es tan sencillo). Necesita licencia. http://www.keypress.com/sketchpad/
	Tess	Genera ilustraciones simétricas, rosetones y mosaicos atractivos. Licencia shareware. Está en español. http://www.peda.com/tess/
	Regla y compás	Programa de Geometría dinámica gratuito y que funciona directamente en Java. http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/home.htm
	Geospace	Para dibujar figuras en el espacio. En francés e inglés. Sin licencia. http://es.kioskea.net/download/descargar-4089-geoplan-geospace

	Cabri3D	Para la construcción de figuras geométricas en el espacio. Con licencia. http://www.cabri.com/es
---	---------	---

Un recurso de geometría dinámica interactiva que reúne construcciones realizadas con distintos tipos de software y en distintos idiomas es el Proyecto Intergeo (<http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Main>). Es un ambicioso proyecto que pone a disposición de la comunidad educativa europea recursos evaluados por profesores y contextualizados según el nivel y el tipo de competencias geométricas, vinculados a los contenidos de los currículos de cada país.

CONCLUSIONES

En este artículo se ha pretendido hacer una recopilación de algunos de los medios y recursos que disponemos hoy en día para la enseñanza de la Geometría en la educación obligatoria. Se ha recurrido fundamentalmente a aplicaciones y programas accesibles a través de internet, para que puedan ser fácilmente encontrados por los profesores. Las ventajas de la era de la información deben aprovecharse también en educación y debemos saber que están al alcance de nuestra mano multitud de herramientas que pueden ser utilizadas en el aula de matemáticas.

En cualquier caso, la innovación en enseñanza matemática no puede limitarse al empleo esporádico de materiales o recursos más o menos nuevos. Como se dijo en el simposio de Valencia de 1987:

No es la incorporación de tres o cuatro herramientas espectaculares lo que caracterizará la nueva organización de las clases, sino el uso habitual y cotidiano de una gama amplísima de materiales, que hagan del aula de matemáticas, tanto en la escuela primaria como en la secundaria, un verdadero laboratorio-taller. (SIMPOSIO DE MATEMÁTICAS, 1987).

BIBLIOGRAFÍA:

BIBLIOTECA DE MANIPULADORES VIRTUALES. Geometría. Universidad de Utah. Disponible en: <http://www.nlvm.usu.edu/es/nav/topic_t_3.html>. Consultado en septiembre de 2010.

CAÑADAS, M. C., et al. *Geometría con papel*. XI Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas, p. 843-848. Canarias: 2003. Disponible en:

<<http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CannadasM03-2780.PDF>>. Consultado en septiembre de 2010.

ESPAÑA. Ministerio de Educación y Ciencia. *Decreto de Enseñanzas mínimas de Educación Primaria*. B.O.E. Núm. 293. Diciembre 2006. Disponible en:

<<http://www.educacion.es/dctm/mepsyd/horizontales/iniciativas/educacion-primaria.pdf?documentId=0901e72b80027c20>>. Consultado en septiembre de 2010.

LEDESMA, A. Geometría en un folio. *Epsilon. Revista de la Asociación de Matemáticas Thales*. Granada: n 24, p. 51-68, 1992.

NEHRING, C. M.; KNORST DA SILVA, D.; CEZAR POZZOBON, M.C. Geometria - Uma possibilidade de ensino de tridimensional para o bidimensional. *Educação Matemática em Revista-RS*. Canoas: n 7, p. 69-78, dez. 2006.

RIZO, C.; CAMPISTROUS, L. Geometría dinámica en la escuela, ¿mito o realidad?. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Barcelona: n 45, p.61-79, ab. 2007.

SIMPOSIO DE MATEMÁTICAS. *Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90*. Valencia. Mestral. 1987.