



# LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UN ITINERARIO DIDÁCTICO DE ENSEÑANZA PARA NIÑOS DE 10 A 12 AÑOS.

Joan Franco Seguí<sup>1</sup>  
Ángel Alsina<sup>2</sup>

Recibido 12/05/2022 | Aceptado 12/12/2022

DOI: <https://doi.org/10.15366/didacticas2024.30.001>

## RESUMEN

El objetivo de este artículo es aportar estrategias, recursos y actividades para desarrollar la alfabetización estadística y probabilística en Educación Primaria (10-12 años). Para ello, en la primera parte se argumenta la importancia de dicha alfabetización y se describen estrategias y recursos a partir del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas; adicionalmente, se presenta una propuesta de distribución de contenidos por niveles. En la segunda parte, se presenta una propuesta de itinerario a partir de los contextos de enseñanza propuestos por el EIEM: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos tecnológicos y recursos gráficos. Se concluye que los itinerarios de enseñanza propuestos pueden ser un recurso para aumentar la presencia de la estadística y la probabilidad en las aulas de Educación Primaria y, a la vez, pueden ser el punto de partida para el diseño de nuevos itinerarios.

## ABSTRACT

*The objective of this article is to provide strategies, resources and activities to develop statistical and probabilistic literacy in Primary Education (10-12 years). To do this, in the first part the importance of such literacy is argued and strategies and resources are described from the Mathematics Teaching Itineraries Approach; additionally, a proposal for content distribution by levels is presented. In the second part, an itinerary proposal is presented based on the teaching contexts proposed by the EIEM: everyday life situations, manipulative materials, games, technological resources and graphic resources. It is concluded that the proposed teaching itineraries are a beneficial resource that allow increasing the presence of statistics and probability in Primary Education classrooms and, at the same time, are the starting point for the design of new itineraries.*

1. Universidad de Girona.  
Programa de Doctorado en Educación. Girona, España.  
[joanfrancosegui@gmail.com](mailto:joanfrancosegui@gmail.com)  
[orcid.org/0000-0002-4467-1469](https://orcid.org/0000-0002-4467-1469).

2. Universidad de Girona.  
Facultad de Educación y Psicología. Departamento de Didácticas Específicas. Girona, España.  
[angel.alsina@udg.edu](mailto:angel.alsina@udg.edu)  
[orcid.org/0000-0001-8506-1838](https://orcid.org/0000-0001-8506-1838)

## PALABRAS CLAVE:

Alfabetización estadística, alfabetización probabilística, contextos de enseñanza, Educación Primaria.

## KEYWORDS:

*Statistical literacy, probabilistic literacy, teaching contexts, primary education.*

## 1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, se han producido una gran variedad de avances en los campos científico y tecnológico, ocasionando cambios en todos los contextos (Mendoza, *et al.*, 2011). Considerando que la sociedad evoluciona a un ritmo acelerado, la escuela debería adaptar y reestructurar su sistema educativo para poder ofrecer una formación de alta calidad que se ajuste a estos cambios (Jiménez y Jiménez, 2005). En esta línea, el currículo de Educación Primaria afirma que las matemáticas constituyen una forma de mirar e interpretar el mundo, reflejando la capacidad creativa, expresando con precisión conceptos y argumentos, estructurando el conocimiento que se obtiene de la realidad, permitiendo el tratamiento de gran variedad de situaciones y favoreciendo la capacidad para aprender a aprender.

Con base en este planteamiento curricular, este artículo se focaliza en la estadística y la probabilidad por su importancia en una sociedad cada vez más informatizada (Batanero, 2001; Batanero, *et al.*, 2011). Tradicionalmente, la enseñanza de este bloque de contenidos se ha focalizado en problemas mecanicistas y ejercicios descontextualizados, difíciles de encontrar en la vida real y sin tener presente las diferentes fases de una investigación estadística (Batanero *et al.*, 2013). Esto puede ser debido a diversos factores (Alsina, 2019): a) una visión de la enseñanza asociada principalmente a la ejercitación; b) la creencia de que el libro de texto garantiza el recubrimiento curricular; c) la medición del aprendizaje con base en el volumen de páginas realizadas; o d) los intereses editoriales, entre otros.

Ante esta situación, el desarrollo de la alfabetización en estadística y la probabilidad a través recursos que respondan a las necesidades reales de aprendizaje es una necesidad y se debe promover desde las primeras edades, como vienen planteando diferentes organismos y autores (Batanero, 2013; Bryant y Nunes, 2012; Frye, *et al.*, 2013; Jones, 2005; NCTM,

2003; Nunes, *et al.*, 2015; Batanero *et al.*, 2021). Para ello, en este artículo se aume el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas-EIEM (Alsina, 2020), como estrategia didáctica para llevar a cabo una enseñanza eficaz de los contenidos de estadística y probabilidad en los cursos superiores de Educación Primaria, concretamente en quinto y sexto (10-12 años). En concreto, este enfoque propone secuencias de enseñanza intencionadas que contemplan tres niveles: 1) contextos informales (situaciones reales, materiales manipulativos y juegos); 2) contextos intermedios (recursos tecnológicos); y, 3;) contextos formales, (recursos gráficos).

Con base en estos antecedentes, el artículo se estructura en dos partes: en la primera parte, se caracteriza la alfabetización estadística y probabilística y se describen los principales contenidos que se deberían abordar de los 10 a 12 años; en la segunda parte, se muestran dos ejemplos de itinerarios de enseñanza (uno de estadística y otro de probabilidad) para trabajar estos contenidos.

## 2. DESARROLLO DE LA ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA Y PROBABILÍSTICA EN EDUCACIÓN PRIMARIA

### 2.1. ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA Y PROBABILÍSTICA

El punto de partida indispensable para plantear la alfabetización estadística y probabilística es poner de relieve que su desarrollo es vital para ayudar a preparar al alumnado para la vida en general, así como para el análisis de datos y los eventos aleatorios de su vida cotidiana en particular (Everitt, 1999; Batanero, 2013).

La alfabetización estadística se refiere a la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que

las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación (Gal, 2002), mientras que la alfabetización probabilista implica la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real (Gal, 2005, 2012).

Gal (2012) indica que el desarrollo de estos dos modos de alfabetización requiere la activación de cinco componentes cognitivos: 1) Habilidades de alfabetización; 2) Conocimientos estadísticos y probabilísticos; 3) Conocimiento matemático; 4) Contexto del conocimiento; y, 5) Cuestiones críticas. En este sentido, son necesarias algunas habilidades básicas como: la capacidad de organizar datos, construir y presentar tablas, trabajar con diferentes representaciones de datos, comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos en el caso de la estadística, y una comprensión de la probabilidad como una medida de la incertidumbre, el muestreo, los eventos aleatorios y los fenómenos casuales en el caso de la probabilidad (Bennett, 1998; Scheaffer *et al.*, 1998; Beltrami, 1999; Everitt, 1999). Adicionalmente, el profesorado debe fomentar el componente disposicional, en otras palabras, impulsar actitudes críticas hacia las creencias sobre la estadística y la probabilidad: 1) Creencia en el poder de los procesos estadísticos; 2) Creencia que es capaz de pensar estadísticamente; y, 3) Creencia en una perspectiva crítica sobre la información recibida.

Considerando la importancia de alcanzar la alfabetización estadística y probabilística en el alumnado,

El Real Decreto 157/2022 por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de Educación Primaria incluye el sentido estocástico, que se orienta al razonamiento y la interpretación de datos y la valoración crítica así como la toma de decisiones a partir de información estadística. También comprende los

saberes vinculados con la comprensión y la comunicación de fenómenos aleatorios en situaciones de la vida cotidiana (p. 93)

A partir de estas orientaciones curriculares, junto con la propuesta de secuenciación de contenidos de estadística y probabilidad de (Alsina, 2019), a continuación, se presenta una síntesis del conjunto de contenidos de estadística y probabilidad que se deberían seguir en la etapa de Educación Primaria (6 a 12 años) para lograr la alfabetización estadística y probabilística del alumnado. Adicionalmente, en la Tabla 1 se especifican los contenidos de estadística y probabilidad para los niveles de 5º y 6º de Educación Primaria (10-12 años).

En términos generales, al iniciar la etapa de Educación Primaria (6-8 años), es recomendable centrarse en las investigaciones estadísticas sencillas. En otras palabras, el profesorado debe plantear preguntas sobre situaciones reales para que el alumnado se vaya familiarizando con la recogida, organización, representación e interpretación de datos. En este escenario, es recomendable plantear buenas preguntas, aprender a recoger y clasificar los datos en tablas estadísticas, para posteriormente representarlos en gráficos concretos e interpretarlos cuantitativamente. Respecto a la probabilidad, deben aprender a expresar la probabilidad de ocurrencia de los hechos a partir de una escala cualitativa entre imposible y seguro.

Progresivamente, el alumnado de segundo ciclo (8-10 años), debería seguir trabajando a partir de investigaciones estadísticas en torno a datos de su vida cotidiana, a partir de variables cualitativas y con la introducción de las variables cuantitativas sencillas. Además, en estos niveles se deberían introducir otras representaciones gráficas (pictogramas, etc.). Por lo que se refiere a la probabilidad, el alumnado debe realizar experimentos estocásticos (lanzamiento de dados, ruletas, monedas, etc.) analizando el funcionamiento del azar y el concepto de incertidumbre. Además, se introduce el principio multiplicativo de la combinatoria.

Finalmente, en los niveles en los que se focaliza este estudio (10-12 años), como se observa en la Tabla 1, se introducen varios contenidos como la interpretación de investigaciones estadísticas obtenidas por otros, ya sea de Internet, prensa escrita, redes sociales, etc. Además, el alumnado se inicia en el uso de gráficos de puntos y sectores para representar datos, coincidiendo con la introducción de los porcentajes. Otro de los contenidos relevante es el uso de encuestas para obtener datos. En cuanto a la probabili-

dad, tienen que consolidar la idea de cuantificar la posibilidad de ocurrencia de sucesos, así como la introducción de las TIC para analizar el comportamiento de la probabilidad, por ejemplo, lanzando una moneda un gran número de veces (50, 100, 1000) observando la aparición de patrones en los resultados. Finalmente, también se introduce el cálculo de probabilidades en situaciones equiprobables, por ejemplo, con la regla de Laplace.

Tabla 1. Principales contenidos de estadística y probabilidad de 10 a 12 años

Contenidos de estadística	Contenidos de probabilidad
Formulación de preguntas y diseño de investigaciones estadísticas (por ejemplo, a través de encuestas) para recoger datos.	Comprensión y utilización de la terminología probabilística apropiada para describir sucesos complementarios y mutuamente excluyentes.
Uso de datos recogidos por otros (Internet, prensa escrita, etc.) o generados a partir de simulaciones.	Comprensión que la medida de la probabilidad de un suceso puede representarse por una escala cuantitativa comprendida entre 0 y 1.
Identificación y utilización de la mediana y la moda en un conjunto de datos.	Realización de predicciones y discusión si los resultados obtenidos concuerdan o no con las predicciones.
Comparación de conjuntos de datos que tengan alguna relación entre ellos (para comparar características en una misma población).	Uso de los recursos TIC para trabajar con muestras grandes: introducción a la convergencia a la probabilidad. Aplicación a la resolución de problemas.
Introducción al análisis de las diferencias entre dos muestras: realización de observaciones, formulación de conjeturas y propuesta de nuevas preguntas.	Análisis de situaciones problemáticas donde la probabilidad de ocurrencia se puede ver afectada (cambiar) en base a la información de la que se dispone (se ajustan las asignaciones previas incorporando la nueva información disponible).
Uso de gráficos de barras (simples, dobles y apilados), histogramas, gráficos de puntos y gráficos de sectores (introducción) para representar datos.	Combinatoria (principio multiplicativo) aplicada a la resolución de problemas y uso de diagramas de árbol: introducción al cálculo de probabilidades, en sucesos equiprobables
Introducción de los gráficos de puntos para analizar la relación entre dos características en poblaciones diferentes.	Carácter aleatorio.
Utilización de la calculadora y de recursos Tic para elaborar tablas de valores para calcular la mediana y la media aritmética. Aplicación a la resolución de problemas.	Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso
Análisis de las diferencias entre dos muestras: realización de observaciones, formulación de conjeturas y propuesta de nuevas preguntas	
Construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa.	
Elaboración e interpretación de gráficos simples: diagrama de barras, poligonales y sectoriales.	
Análisis crítico de las informaciones presentadas a través de gráficos estadísticos.	

Para promover el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística, considerando los contenidos expuestos, en el siguiente apartado se describe el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas-EIEM que, como se ha indicado, se asume como estrategia didáctica para diversificar la enseñanza en distintos contextos.

## 2.2. EL EIEM: UN ENFOQUE PARA ABORDAR LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA.

Este enfoque pretende ser una herramienta para ayudar al profesorado a desarrollar la competencia matemática del alumnado, partiendo de la base que para empoderar esta competencia se requiere diversificar los contextos de enseñanza-aprendizaje (Alsina, 2020). El EIEM tiene su origen en el diagrama piramidal (Figura 1), en el que se especifican los distintos contextos de enseñanza, organizados según su frecuencia de uso (Alsina, 2010).



Fig 1. Pirámide de la Educación Matemática. (Alsina, 2010).

El EIEM -que se fundamenta en la perspectiva sociocultural del aprendizaje humano (Vygotsky, 1978); el modelo de formación realista-reflexivo (Melief, *et al.*, 2010; Tigchelaar, *et al.*, 2010), adaptado a la formación del profesorado de matemáticas (Alsina, 2019); y la Educación Matemática Realista (EMR) de

Freudenthal (1991)- plantea que el desarrollo del pensamiento matemático se debería llevar a cabo a través de itinerarios de enseñanza, entendiendo por itinerario una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres niveles: 1) contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos); 2) contextos intermedios, que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático (recursos literarios y tecnológicos); y 3) contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico (recursos gráfico).

Existen diversos trabajos preliminares que plantean itinerarios de enseñanza utilizando el EIEM como estrategia teórico-metodológica. Por ejemplo, (Alsina, 2019) describe itinerarios de enseñanza para cada uno de los contenidos matemáticos (numeración y cálculo, álgebra temprana, geometría, medida, estadística y probabilidad). En el caso de la estadística y probabilidad, se expone una experiencia real sobre cómo afecta la temperatura en el crecimiento de las plantas, dirigido para un alumnado de 6-7 años. Además, presenta una variedad de recursos para utilizar en los distintos contextos: materiales manipulativos, recursos tecnológicos, etc.

En Alsina (2021) se presentan también itinerarios específicos y estrategias didácticas para promover el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística desde el EIEM:

- 1) planificar y gestionar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a través de los procesos matemáticos;
- 2) promover prácticas de enseñanza de la estadística y la probabilidad que consideren tanto al alumnado como al profesorado;
- 3) considerar contextos informales, intermedios y formales en todas las

secuencias de enseñanza de la estadística y la probabilidad, con distinto protagonismo según el nivel escolar; 4) garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, en todos los itinerarios de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad; y 5) disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad.

Considerando estos antecedentes, a continuación, se presentan dos itinerarios didácticos -uno para estadística y otro para probabilidad- para llevar a cabo una enseñanza eficaz de estos contenidos en 5º y 6º de Educación Primaria (10-12 años).

### 3. ITINERARIOS DE ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA (10-12 AÑOS)

Con el objetivo de dar respuesta a la segunda finalidad de este artículo, en este apartado se aportan algunas propuestas para trabajar contenidos de estadística y probabilidad en 5º y 6º de Educación Primaria. Para ello, se consideran los contextos de enseñanza de las matemáticas propuestos por Alsina (2020) y se plantean en forma de itinerario didáctico. Para cada recurso, se indica: la actividad, los objetivos, los contenidos, los materiales, el desarrollo de la propuesta y las preguntas de desarrollo.

#### 3.1. ITINERARIO DE ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

##### 3.1.1 Situaciones de vida cotidiana

###### Actividad

Descubrir la mediana aritmética presente en situaciones de la vida cotidiana, en este caso, un cartel de oferta en un negocio (Fig. 2), con la finalidad de identificar y utilizar la mediana aritmética en un conjunto de datos.



Fig. 2. Cartel de oferta

###### Objetivos

- Leer e interpretar representaciones de un conjunto de datos relativos a un entorno inmediato.
- Utilizar la mediana aritmética para interpretar información en contextos de la vida cotidiana.
- Resolver problemas de la vida cotidiana.

###### Contenidos

- Identificación y utilización de la mediana y la moda en un conjunto de datos.
- Análisis de las diferencias entre dos muestras: realización de observaciones, formulación de conjeturas y propuesta de nuevas preguntas.
- Utilización de la calculadora y de recursos Tic para elaborar tablas de valores para calcular la mediana y la media aritmética. Aplicación a la resolución de problemas.

###### Materiales

- Piezas de lego

###### Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar que cree que es la mediana aritmética.

- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario. Dejar un tiempo para la experimentación libre del material manipulativo.
- Invitar al alumnado a analizar el problema presentado: “Un vendedor de ropa coloca el siguiente aviso en su negocio: Pantalones para la venta, diferentes precios, precio medio de 25 ”.
- Orientar al alumnado a manipular las piezas de lego hacia la identificación de la mediana. Por ejemplo, si un miembro del grupo tiene 16 piezas, otro 17, 25 y 35, ¿cuál es la mediana?
- Identificada la mediana, guiar al alumnado a extraer medias con distintos precios y número de pantalones.
- Plasmar los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.

#### Preguntas de desarrollo

Desde el aviso, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?, ¿por qué?

- a. La mayoría de los pantalones costarían entre 15 y 35
- b. La mitad de los pantalones costaría menos de 25, y la otra mitad costaría más que 25
- c. Al menos uno de los pantalones costaría 25
- d. Algunos pantalones costarían menos que 25

### 3.1.2 Materiales manipulativos

#### Actividad

Manipular los caramelos (Fig. 3) con la finalidad de identificar la frecuencia relativa y absoluta de caramelos de un determinado color y comparar el resultado con los distintos grupos.



Fig. 3. Bolsa de caramelos

#### Objetivos

- Recoger y registrar una información cuantificable, caramelos, utilizando una tabla de datos.
- Interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno.
- Contenidos
- Uso de datos generados a partir de simulaciones.
- Formulación de preguntas y diseño de investigaciones estadísticas para recoger datos.

#### Materiales

- Caramelos de colores

#### Desarrollo de la propuesta

El docente reparte 30 caramelos de colores por grupo y se les pide que intenten rellenar la tabla con el número de dulces que tienen según su color. Posteriormente se les pide que, por grupos, intenten hacer un gráfico según los distintos colores que les ha tocado para, más adelante, realizarlo en formato papel.

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar que cree que es la frecuencia relativa y frecuencia absoluta.

- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario (30 caramelos de colores por grupo). Dejar un tiempo para la experimentación libre del material manipulativo.
- Invitar al alumnado a manipular los caramelos de colores hacia la identificación de la frecuencia relativa de caramelos de un determinado color. Por grupos, deben realizar un gráfico según los distintos colores que les ha tocado.
- Identificada la frecuencia relativa, guiar al alumnado a extraer la frecuencia absoluta.
- Plasmar los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.
- Preguntas de desarrollo
  - ¿Cuál es la frecuencia relativa de caramelos de un determinado color?, ¿y la frecuencia absoluta?
  - Si nos hacemos la misma pregunta pensando en todos los grupos, ¿Será la misma frecuencia, relativa y absoluta?, ¿por qué?
  - ¿Qué tipo de gráfico es el más adecuado para representar las distintas frecuencias?

### 3.1.3 Recurso lúdico

#### Actividad

Reforzar el concepto de media, moda, mediana y rango a partir del juego “Jenga” (Fig. 4)



Fig. 4. Jenga

#### Objetivos

- Recoger y registrar una información cuantificable, piezas de jenga, utilizando una tabla de datos.
- Identificar la media, la moda, la mediana y el rango en un conjunto de datos generados a partir de una simulación.

#### Contenidos

- Identificación y utilización de la media, mediana, la moda y el rango en un conjunto de datos.
- Formulación de preguntas y diseño de investigaciones estadísticas para recoger datos.

#### Materiales

- Jenga

#### Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar que cree que es la media, la moda, la mediana y el rango.
- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario. Dejar un tiempo para la experimentación libre del material manipulativo.
- Explicar las reglas del juego.
- Invitar al alumnado a jugar. En la primera partida, el alumnado jugará sin prestar atención al número de movimientos que realiza. A partir de la segunda partida, el alumnado deberá anotar el número de movimientos que consigue sin tirar el bloque.
- Plasmar los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.

## Preguntas de desarrollo

- ¿Quién empezará a jugar?
- ¿Qué condición se debe cumplir para poder quitar una pieza del jenga?
- ¿Quién gana?

### 3.1.4 Recurso tecnológico

#### Actividad

A partir de la manipulación de la applet Data Grapher (Fig. 5), versión online, descubrir e identificar qué gráfico es el más adecuado para representar el conjunto de datos proporcionados por el docente.

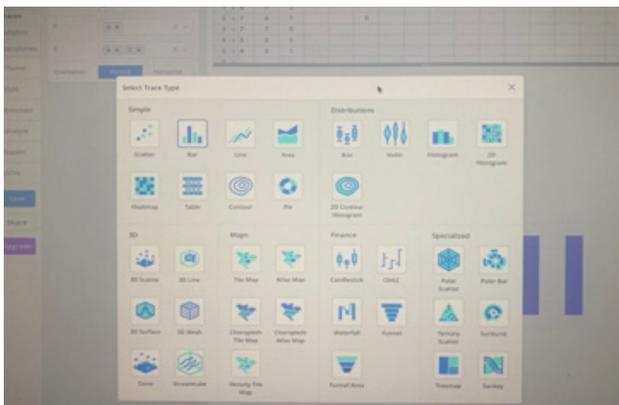


Fig. 5. Applet Data Grapher

#### Objetivos

- Interpretar una tabla de datos.
- Representar un conjunto de datos en un gráfico.

#### Contenidos

- Uso de datos recogidos por el profesorado
- Uso de gráficos de barras (simples, dobles y apilados), histogramas, gráficos de puntos y gráficos de sectores para representar datos.
- Realización de predicciones y discusión si los resultados obtenidos concuerdan o no con las predicciones.

## Materiales

- Tabla de datos del problema

## Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado recuerde los distintos tipos de gráficos.
- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario. Dejar un tiempo para la experimentación libre del material.
- Invitar al alumnado a manipular la applet Data Grapher hacia la identificación del tipo de gráfico más adecuado.
- Plasmear los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.
- Preguntas de desarrollo.
- ¿Sabríais predecir cuál es la media del conjunto de datos?, calcula la media y compara con vuestra predicción.
- ¿Qué gráfico se ajusta más para representar los datos obtenidos?

### 3.1.5 Recurso gráfico

#### Actividad

Observar los datos proporcionados por el profesorado (Fig. 6) y analizarlo profundamente con la finalidad de provocar el diálogo entre el alumnado, primero en parejas y posteriormente en gran grupo.



Fig. 6. Datos Covid

## Objetivos

- Dialogar sobre los datos de un gráfico de barras.
- Interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos a la Covid 19.

## Contenidos

- Uso de datos generados a partir de simulaciones.
- Concepto de variables y valores de un gráfico estadístico.
- Concepto de rango en relación a los más afectados por la Covid 19.

## Materiales

- Gráfico estadístico de la influencia del covid por edades

## Desarrollo de la propuesta

- Presentar la actividad en gran grupo para posteriormente ponerse en parejas (heterogéneas).
- Explicar las consignas de la actividad y hacer un ejemplo en gran grupo. En primer lugar, identificarán cuál es el grupo de edad más afectado por la Covid 19 y si el resultado corresponde con las noticias.
- Contestar a una serie de preguntas por parejas.
- Al terminar las preguntas del profesorado, se dejará un tiempo para que cada integrante de la pareja piense preguntas para que otros compañeros y compañeras de clase las respondan.
- Reflexionar, en gran grupo, sobre las respuestas a las preguntas. Provocar el diálogo.

## Preguntas de desarrollo

- Si miramos el primer gráfico, ¿cuándo hubo una mayor incidencia de Covid 19?, ¿lo pasaron más mujeres o más hombres?, ¿por qué?
- El segundo gráfico nos da información sobre el rango de edad más afectado, ¿cuál es? ¿y el que menos?, es el mismo tanto para hombres como para mujeres?
- ¿Por qué crees que existen diferencias entre la edad de hombres y mujeres?
- ¿Dirías que los datos proporcionados se asemejan a la información recibida por las noticias?, ¿podéis buscar un ejemplo que contraste vuestra respuesta?

## 3.2. ITINERARIO DE ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

### 3.2.1 Situaciones de vida cotidiana

#### Actividad

Hacer predicciones sobre un sondeo para las elecciones a la presidencia de una comunidad autónoma.

#### Objetivos

- Estimar un resultado.
- Introducir al alumnado al concepto de azar y probabilidad
- Resolver problemas de la vida cotidiana.

#### Contenidos

- Realización de predicciones y discusión si los resultados obtenidos concuerdan o no con las predicciones.
- Análisis de situaciones problemáticas donde la probabilidad de ocurrencia se puede ver afectada (cambiar) en base a la información de la que se dispone.

## Materiales

- Información del sondeo

## Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar que cree que es un sondeo.
- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario. Dejar un tiempo para la reflexión en pequeño grupo.
- Invitar al alumnado a analizar el problema presentado: “Si las elecciones se celebraran el 25 de enero, ¿cuál de los resultados de los periódicos sería la mejor predicción del nivel de apoyo al candidato a presidente?”
- Identificar el orden de mayor probabilidad de predicción del resultado
- Plasmear los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.

## Preguntas de desarrollo

- ¿Qué es un sondeo?, ¿para qué se realizan?, ¿son fiables?
- ¿Cómo se puede predecir mejor un resultado?, ¿Qué datos son imprescindibles saber?
- ¿Cuál de los resultados de los periódicos sería la mejor predicción?, ¿y la menor?

### 3.2.2 Materiales manipulativos

#### Actividad

Manipular las bolas de colores (Fig. 6) con la finalidad de identificar sucesos imposibles, sucesos seguros, posibles o más o menos probables y comparar el resultado con los distintos grupos.



Fig. 7. Bolas de colores

## Objetivos

- Recoger y registrar una información cuantificable, bolas, utilizando una tabla de datos.
- Reconocer sucesos seguros, posibles, imposibles.

## Contenidos

- Uso de datos generados a partir de simulaciones.
- Formulación de preguntas y diseño de investigaciones estadísticas para recoger datos.

## Materiales

- Bolas rojas, verdes y blancas

## Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar que cree que significa suceso posible, imposible, seguro.
- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario (3 bolas de color verde, 4 bolas rojas y 2 blancas por grupo). Dejar un tiempo para la experimentación libre del material manipulativo.
- Invitar al alumnado a manipular el material de colores hacia la identificación de suceso imposible.

- Reconocer que bola es más probable que salga. Realizar una tabla de datos con el análisis del resultado.
- Plasmar los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.

#### Preguntas de desarrollo

- Si saco 2 bolas, ¿cuál es la probabilidad de que salga una bola blanca?, y una roja?
- Encuentra la probabilidad de que salga una bola verde.
- ¿Cuántas bolas es necesario sacar para tener una de cada color?, ¿por qué?

### 3.2.3 Recurso lúdico

#### Actividad

Reforzar el concepto de probabilidad y azar a través de una carrera de caballos (Fig. 8).

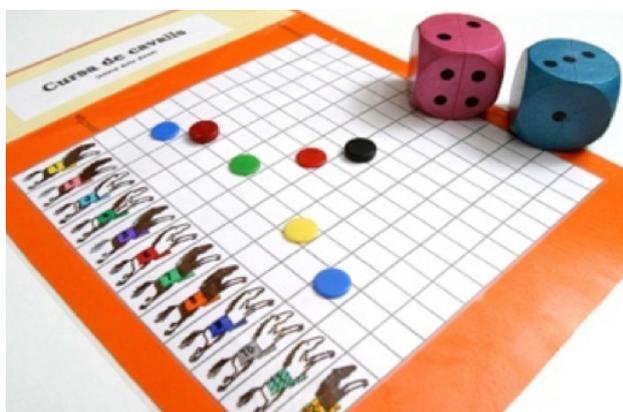


Fig. 8 Juego carrera de caballos

#### Objetivos

- Recoger y registrar una información cuantificable, caballos ganadores, utilizando una tabla de datos.
- Identificar la probabilidad en un conjunto de datos generados a partir de una simulación.

#### Contenidos

- Uso de los recursos TIC para trabajar con muestras grandes: introducción a la convergencia a la probabilidad. Aplicación a la resolución de problemas.
- Formulación de preguntas y diseño de investigaciones estadísticas para recoger datos.

#### Materiales

- Cartón juego carrera caballos
- Dados
- Fichas

#### Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar que número es más probable que salga al tirar dos dados.
- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario. Dejar un tiempo para la experimentación libre del material manipulativo.
- Explicar las reglas del juego.
- Invitar al alumnado a jugar. Antes de empezar, cada jugador apuntará su predicción del caballo ganador en un papel que dará al profesorado. A continuación, el alumnado deberá jugar varias partidas y anotar el caballo ganador en cada caso.
- Plasmar los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase a partir de las distintas predicciones hechas con anterioridad.

#### Preguntas de desarrollo

- ¿Quién empezará a jugar?
- ¿Qué condición se debe cumplir para poder avanzar?

- ¿Qué caballo tiene más posibilidades de ganar?, ¿y cuál tiene menos?, ¿por qué?
- ¿Se han cumplido las estimaciones hechas antes de empezar a jugar?

### 3.2.4 Recurso tecnológico

#### Actividad

A partir de la manipulación de la página web pinetools (Fig. 9) <https://pinetools.com/es/lanzar-moneda>, descubrir e identificar qué secuencias son las más probables que salgan al lanzar cinco veces una moneda.

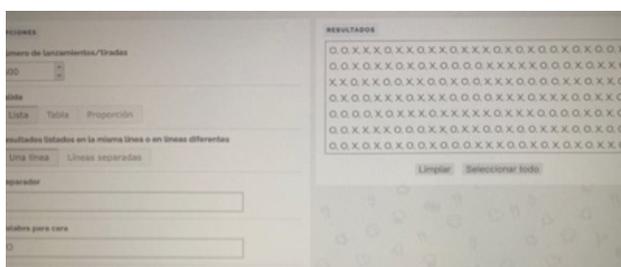


Fig. 9 Página web pinetools

#### Objetivos

- Introducción al concepto de azar.
- Interpretar la probabilidad de un suceso.

#### Contenidos

- Realización de predicciones y discusión si los resultados obtenidos concuerdan o no con las predicciones.
- Uso de los recursos TIC para trabajar con muestras grandes: introducción a la convergencia a la probabilidad. Aplicación a la resolución de problemas.
- Análisis de las diferencias entre dos muestras: realización de observaciones, formulación de conjeturas y propuesta de nuevas preguntas.
- Combinatoria (principio multiplicativo) aplicada a la resolución de problemas y uso de diagramas de árbol: introducción al cálculo de probabilidades, en sucesos equiprobables.

#### Materiales

- Tabla de datos del problema

#### Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar qué entiende por azar.
- En parejas presentar el material necesario. Dejar un tiempo para la experimentación libre del material.
- Invitar al alumnado a manipular la página web hacia la identificación del suceso más probable y menos probable.
- Plasmar los resultados y reflexionar en pequeño grupo para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.

#### Preguntas de desarrollo

- ¿Sabríais predecir cuál es la secuencia más probable que salga?
- ¿Cuáles de las siguientes secuencias son las más y menos probables que ocurran?
  - Cara, Cara, Cara, Cruz, Cruz
  - Cara, Cara, Cara, Cruz, Cara
  - Cruz, Cara, Cruz, Cruz, Cruz
  - Cara, Cruz, Cara, Cruz, Cara
- Las cuatro secuencias son igualmente probables o improbables.
- ¿Qué esperas que pase en el sexto lanzamiento, asumiendo la opción Cruz, Cara, Cruz, Cruz, Cruz para los cinco primeros lanzamientos?, ¿Por qué?

### 3.2.5 Recurso gráfico

#### Actividad

Observar los datos proporcionados por el profesorado (Fig. 10) y analizarlo profundamente con la finalidad de provocar el diálogo entre el alumnado.

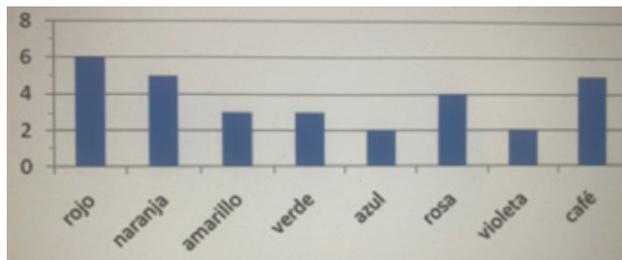


Fig. 10 Gráfico número de dulces de colores

### Objetivos

- Dialogar sobre los datos de un gráfico de barras.
- Interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos a la probabilidad de un suceso.

### Contenidos

- Cálculo de la probabilidad de un suceso.
- Concepto de variables y valores de un gráfico estadístico.
- Materiales
- Gráfico estadístico sobre el número de dulces, de cada color, sacados de una bolsa.
- Bolsa con distintos dulces de colores (los mismos que el gráfico)

### Desarrollo de la propuesta

- Realizar un diálogo inicial para que el alumnado pueda expresar qué entiende por probabilidad.
- En grupos reducidos de 4 alumnos/as presentar el material necesario. Dejar un tiempo para reflexión y puesta en común en pequeño grupo.
- Plasmar los resultados y reflexionar en grupo (8 alumnos/as, 2 grupos) para, posteriormente, realizar una conclusión final con la clase.

### Preguntas de desarrollo

- ¿Cuál es la probabilidad que saque un dulce de color rojo?
- ¿Qué dulce es más probable que salga?, ¿el que menos?
- ¿Existe la misma probabilidad de sacar un dulce azul y uno violeta?, ¿por qué?
- Si doblamos el número de dulces de cada color, ¿cuál será la probabilidad?

## 4. CONSIDERACIONES FINALES

En la primera parte de este artículo se ha caracterizado la alfabetización estadística y probabilística (Gal, 2002, 2005, 2012) y se han descrito los principales contenidos que se deberían abordar de los 10 a 12 años; en la segunda parte, se han presentado dos ejemplos de itinerarios de enseñanza (uno de estadística y otro de probabilidad) para trabajar estos contenidos.

En términos generales, la mayoría del profesorado de Educación Primaria ha tenido una escasa formación inicial sobre estos contenidos, causando dudas en su enseñanza (Batanero, 2009, 2019). Ante esta situación, el desarrollo profesional del profesorado es imprescindible, ya que debe estar preparado para hacer uso de estos conocimientos con flexibilidad, aceptando que una enseñanza eficaz requiere conocer lo que el alumnado sabe y lo que necesita aprender (NCTM, 2003). En este sentido, se ha argumentado que, para lograr una enseñanza eficaz de los distintos contenidos, es fundamental alejarse de una visión de la enseñanza de las matemáticas basadas en la memorización, ejercitación y repetición a través de los libros de texto como uno recurso. En contrapartida, se ha asumido el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas Alsina (2020) que plantea la necesidad de fomentar la comprensión, la actividad heurística y el pensamiento crítico más que unas estrategias didácticas basadas en la repetición y práctica de ejercicios.

En cuanto a los itinerarios de enseñanza diseñados para trabajar los contenidos de estadística y probabilidad, se han descrito cinco contextos de enseñanza-aprendizaje (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recurso tecnológico y recurso gráfico). En primer lugar, con relación al itinerario de estadística, se ha propuesto descubrir la mediana aritmética presente en un cartel de oferta en un negocio; manipular caramelos con la finalidad de identificar la frecuencia relativa y absoluta de caramelos de un determinado color; reforzar el concepto de media, moda, mediana y rango a partir del juego “jenga”; etc. Por otro lado, por lo que se refiere al itinerario de probabilidad, se han propuesto tareas como hacer predicciones sobre un sondeo para las elecciones; descubrir e identificar qué secuencias son las más probables a partir de una página web; analizar un gráfico estadístico con la finalidad de provocar el diálogo entre el alumnado; etc.

Se concluye que los itinerarios didácticos descritos pueden ayudar al alumnado de 5º y 6º de Educación Primaria a aprender conocimientos de estadística y probabilidad acorde con sus necesidades reales de aprendizaje y, su vez, pueden ser el punto de partida para el diseño de nuevos itinerarios que fomenten la alfabetización estadística y probabilística.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.

Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Editorial Graó.

Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para

qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>

Alsina, Á. (2021). ¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 49-74.

Anasagasti, J., y Berciano, A. (2016). Competencia estadística del futuro profesorado de educación primaria: análisis de la repercusión del ABP en su adquisición. En A. Berciano; C. Fernández; T. Fernández; J. L. González; P. Hernández; A. Jiménez; J. A. Macías; F. J. Ruiz; M. T. Sánchez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, XX (p. 555). SEIEM

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. <http://www.ugr.es/local/batanero>.

Batanero, C. (2009). *Retos para la formación estadística de los profesores. II Encontro de Probabilidade e Estatística na Escola*, 1-24. [https://www.researchgate.net/publication/257295767\\_retos\\_para\\_la\\_formacion\\_estadistica\\_de\\_los\\_profesores](https://www.researchgate.net/publication/257295767_retos_para_la_formacion_estadistica_de_los_profesores)

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu, (Eds.) *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.

Batanero, C. (2019). Thirty years of stochastic education research: Reflections and Challenges. En J. M. Contreras, Mª. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*, (pp 1-15). [https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/batanero\\_ing.pdf](https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/batanero_ing.pdf).

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Arteaga, P. (2011). *Enseñanza de la estadística a tra-*

vés de proyectos. En Estadística con proyectos, 9-46. Universidad de Granada

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18

Batanero, C., Álvarez, Á., Hernández, L., y Gea, M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288.

Beltrami, E. (1999). *What is random? Chance and order in mathematics and life*. Copernicus/Springer-Verlag.

Bennett, D. J. (1998). *Randomness*. Harvard University Press.

Bryant, P. y Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability. A literature review*. Nuffield Foundation.

Cabero, J., Duarte, A., y Barroso, J. (1989). *La formación del profesorado en nuevas tecnologías: retos hacia el futuro*. En J. Ferrés y P. Marqués (Eds.), *Comunicación educativa y nuevas tecnologías*. Praxis.

Everitt, B. S. (1999). *Chance rules: An informal guide to probability, risk, and statistics*. Copernicus/Springer-Verlag.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

Frye, D., Baroody, A. J., Burchinal, M., Carver, S. M., Jordan, N. C., y McDowell, J. (2013). *Teaching math to young children: A practice guide* (NCEE 2014-4005). National Center for Education, Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability*

in school: Challenges for teaching and learning, (pp. 43-71). Springer.

Gal, I. (2012). Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S.J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 1-7. <http://www.icme12.org/upload/upfile2/tsg/2088.pdf>.

García Mateos, A., y Caballero García, P. A. (2005). *La tecnología digital en el aula: un instrumento al servicio de los procesos de enseñanza-aprendizaje*. Universidad Camilo José Cela.

Jiménez, L., y Jiménez, J. R. (2005). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria ¿ Para qué y por qué? *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 6. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v6i1.2138>

Jones, G. A. (Ed.) (2005). *Exploring probability in school*. Challenges for teaching and Learning. Springer.

Llinares, S. (2008) Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. *III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional, Santa Fe de Bogotá, Colombia.

Melief, K., Tigchelaar, A., y Korthagen, K. (2010). Aprender de la práctica. En O. Esteve, K. Melief, y Á. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado*, (pp. 19-38). Octaedro.

Mendoza, E.Q., Bula, R., y Rodríguez, C. (2011). La enseñanza de la estadística y probabilidad en primaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24.

NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Thales.

Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Gottardis, L. y Terlektsi, M-E. (2015). *Teaching mathematical reasoning: Probability and problem solving in primary school*. University of Oxford.

*Real Decreto 157/2022*, de 1 de marzo por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, 52, de 2 de marzo del 2022. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157/con>

Scheaffer, R. L., Watkins, A. E., y Landwehr, J. M. (1998). Reflections on statistics: Learning, teaching and assessment in Grades K-12. En *What every high-school graduate should know about statistics*, (pp 3-31). Lawrence Erlbaum.

Tigchelaar, A., Melief, K., Van Rijswijk, M., y Korthagen, K. (2010). Elementos de una posible estructura del aprendizaje realista en la formación inicial y permanente del profesorado. En O. Esteve, K. Melief, y Á. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado*, (pp. 39-64). Octaedro.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

