DESCUBRIMIENTO DEL VALOR POSICIONAL A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Mónica Ramírez García[1]
Universidad Complutense de Madrid

Carlos de Castro Hernández[2]
Universidad Autónoma de Madrid

Recibido: 8/5/2014
Aceptado: 11/9/2014

Resumen:
Estudiamos la comprensión de la decena en un contexto de resolución de problemas, con alumnos de primer curso de educación primaria. Para ello, planteamos problemas de estructura multiplicativa, con grupos de diez, cuya estrategia óptima de resolución implica el conocimiento del valor posicional de números de dos cifras. Los problemas se realizan en un taller semanal a lo largo de todo el curso. Recogemos datos mediante vídeo, entrevistas, hojas de registro y fotografías. En los resultados, destaca la preferencia de los alumnos por el uso de estrategias informales de modelización directa. En menor medida, los niños van incorporando los algoritmos, las estrategias inventadas y el conocimiento del valor posicional para resolver los problemas.

Palabras clave: Aritmética, comprensión, decena, educación primaria, instrucción cognitivamente guiada (CGI), resolución de problemas.

Abstract:
Discovering positional value through problem solving. We study the understanding of tens in a context of problem solving, with first grade students. To this end, we propose problems of multiplicative structure with groups of ten, which optimum resolution strategy requires the knowledge of place value of two digit numbers. Children solve the problems in a weekly problem-solving workshop throughout the whole course. We collect data through video, interviews, record sheets and photographs. In the results, we highlight the preference of students for the use of informal strategies of direct modeling. To a lesser extent, children use algorithms, invented strategies and knowledge of place value to solve the problems.

Keywords: Arithmetic, understanding, ten, primary education, cognitively guided instruction (CGI), problem solving.

[1] monica.ramirez@edu.ucm.es
[2] carlos.decastro@uam.es

Durante la década de los años 80 del pasado siglo, se produjo un gran auge en las investigaciones sobre resolución de problemas aritméticos verbales. Uno de los mayores avances en este campo fue el consenso alcanzado al establecer categorías semánticas en los problemas de estructura aditiva, acuerdo que tuvo un alcance menor en los problemas de estructura multiplicativa (Castro, 2008; D'Amore, 1997). Castro y Frías (2013) sostienen que, a pesar de que esta área de investigación pierde interés a partir de los años 90, los problemas aritméticos verbales continúan ocupando un lugar fundamental en la escuela. La resolución de problemas, bajo diferentes aproximaciones, sigue proponiéndose en el ámbito internacional como eje vertebrador de la organización de los contenidos matemáticos (Santos, 2008). El *Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas* (NCTM, 2003) introduce los estándares de procesos, con la resolución de problemas, junto con el razonamiento y demostración, conexiones, comunicación y representación. Estos procesos guardan un gran paralelismo con las competencias matemáticas de PISA (OCDE, 2005). Recientemente, el nuevo currículo de primaria (MEC, 2014) profundiza en la relevancia dada a los procesos de resolución de problemas al indicar que "constituyen la piedra angular de la educación matemática" (p. 19386) y al introducir, como nuevo bloque de contenidos en el currículo de matemáticas, los "procesos, métodos y actitudes en matemáticas" (p. 19386). La necesidad de enfatizar los procesos, dentro del currículo y la práctica educativa en España, ya había sido señalada por autores como Alsina (2012).

La relación entre el aprendizaje de la aritmética y la resolución de problemas aritméticos verbales tiene un doble sentido. Verschaffel, Greer y De Corte (2007) señalan que históricamente ha predominado el enfoque consistente en enseñar formalmente las destrezas aritméticas, para después aplicarlas a la resolución de problemas aritméticos verbales. Para Puig (1996), los problemas suelen confundirse con ejercicios rutinarios de práctica de procedimientos, introduciendo primero el algoritmo de la operación aritmética y, a continuación, el planteamiento de problemas aritméticos verbales. La resolución del problema se reduce a la aplicación del algoritmo recién aprendido y, cuando se ha enseñado el algoritmo de varias operaciones aritméticas, a "descubrir" el algoritmo que hay que aplicar. Puig y Cerdán (1988) apuntan que los niños buscan palabras clave para decidir el algoritmo a realizar, lo que implica una lectura local del problema, sin profundizar en la comprensión del enunciado. En anteriores currículos de educación primaria, este "enfoque aplicacionista" aparece explícitamente. Por ejemplo, en la LOGSE se proponía "Resolver problemas… para comprobar que el alumnado sabe identificar cuál de las operaciones indicadas (suma o resta) es la adecuada para solucionar el problema y que sabe resolverla mediante el algoritmo aplicando correctamente todos sus pasos" (MEC, 1992, p. 9615) y en la LOE aparece, como criterio de evaluación, "Resolver problemas sencillos […] seleccionando las operaciones de suma y resta […] y utilizando los algoritmos básicos correspondientes (MEC, 2007, p. 31559).

En otro sentido, Verschaffel y otros (2007) indican que los problemas verbales se han empezado a utilizar "como vehículo para desarrollar destrezas resolviendo los problemas (p. 582)". En esta misma línea, Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999) proponen el planteamiento de problemas aritméticos verbales a niños que no han recibido instrucción formal sobre las operaciones aritméticas, para que inventen y utilicen estrategias informales e intuitivas. En su revisión sobre pensamiento numérico en edades tempranas, Castro, Cañadas y Castro-Rodríguez (2013, p. 9) señalan que los niños pueden resolver situaciones aritméticas sencillas desde los 3 años, y la resistencia a incluirlas a esta edad puede provocar que los alumnos no consigan dotar de significado a los algoritmos cuando los aprendan en educación primaria.

Esta distinción entre un enfoque *aplicacionista* y otro en que los problemas se proponen en primer lugar, como fundamento de los aprendizajes, refleja dos alternativas metodológicas que corresponden a diferentes formas de ver la enseñanza de las matemáticas. Baroody, Cibulskis, Lai y Li (2004) explican que existen básicamente cuatro formas de entender la enseñanza de las matemáticas: (a) El enfoque de *destrezas*, con predominio de un aprendizaje memorístico de reglas, fórmulas, procedimientos y hechos; (b) en enfoque *conceptual*, que presta mayor atención a la comprensión de los procedimientos, ligando aspectos procedimentales y conceptuales, para que el aprendizaje sea significativo, usando materiales manipulativos que suelen reflejar una visión adulta de las estructuras matemáticas; (c) el enfoque de *resolución de problemas*, en que se fomentan fundamentalmente los procesos de pensamiento y razonamiento a través de la resolución de problemas y los alumnos desarrollan sus propios procedimientos y su comprensión; y (d) el enfoque *investigativo*, que refleja una visión intermedia entre el enfoque conceptual y el de resolución de problemas. El modelo de enseñanza más tradicional es el de destrezas. Cuando a este enfoque se le añade el uso de materiales manipulativos (como las Regletas de Cuisenaire o los Bloques de base diez de Dienes) de un modo dirigido por el adulto, buscando la comprensión de los procedimientos, nos situamos entre el enfoque de destrezas y el conceptual. Esta aproximación mixta, con variantes más cercanas a un enfoque o a otro, podría reflejar bastante bien el estado actual de la enseñanza de las matemáticas en muchos centros.

Nuestra propuesta se sitúa más cerca del enfoque *investigativo* (Baroody y otros, 2004; De Castro y Escorial, 2007). Pensamos que la inversión del orden tradicional, introduciendo la resolución de problemas antes de la enseñanza formal de destrezas, puede ayudar a que los niños doten de sentido a las operaciones aritméticas. Esto facilitará un aprendizaje con comprensión de estos contenidos matemáticos (Carpenter y Lehrer, 1999). Este tipo de trabajo está orientado a la comprensión global del enunciado del problema, sin búsqueda de palabras claves, sino a través de estrategias informales de modelización directa (Carpenter y otros, 1999).

Esta investigación es la continuación de estudios previos realizados en educación infantil, con los mismos alumnos, desde los 4 años (Núñez, De Castro, Del Pozo, Mendoza y Pastor, 2010). Al llegar a primaria, estos niños cuentan con una experiencia previa de dos años en talleres de resolución de problemas y tienen interiorizadas las normas del taller. Los niños participantes en este estudio tienen un gran bagaje de conocimientos informales. Comienzan un curso en que es fundamental la conexión entre esta matemática informal y la matemática formal, propia del inicio de la educación primaria, con la presencia de los algoritmos y la simbolización propia del sistema de numeración. En este contexto, queremos indagar sobre la integración de estos dos tipos de conocimiento, a través del estudio de las estrategias infantiles y su evolución a lo largo de un curso completo.

MARCO TEÓRICO

En este trabajo seguimos el modelo de la *Instrucción Cognitivamente Guiada* (en adelante CGI, por sus siglas en inglés) (Carpenter y otros, 1999). Adoptamos una visión cognitiva de la comprensión según la cual esta emerge y se desarrolla a través de distintas actividades mentales como la construcción de relaciones, la extensión y aplicación del conocimiento matemático, la reflexión sobre las experiencias, la articulación del conocimiento propio y la apropiación del conocimiento matemático (Carpenter y Lehrer, 1999). Desde la CGI se propone que las estrategias que construyen los niños al resolver problemas, sin instrucción previa, pueden vincularse con los procedimientos formales que aprenderán según avance su escolaridad, dando sentido a los algoritmos. Para favorecer el aprendizaje con comprensión, debemos incidir sobre tres elementos clave: Las tareas, los instrumentos, y las normas (Carpenter y Lehrer, 1999). En este trabajo, presentamos a los niños de primer curso tareas que no se han abordado con conocimientos formales previamente estudiados, como problemas de estructura multiplicativa. Permitimos a los niños emplear libremente diversos instrumentos para representar y resolver problemas, y damos una especial importancia a las normas que rigen el taller de resolución de problemas, bastante diferentes a las de la clase diaria de matemáticas de los niños. En este enfoque, la resolución de problemas puede plantearse como una forma de pensar, que implica reflexión de ideas, elaboración de conjeturas, búsqueda de soluciones distintas y el debate sobre ellas en una comunidad de aprendizaje (Santos, 2008).

Dentro de la CGI se han realizado varias investigaciones en las que, a través de planteamiento de problemas aritméticos verbales, los niños han desarrollado sus propias estrategias sin necesidad de tener conocimiento formal de las operaciones aritméticas (Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema y Empson, 1997; Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999). Estos autores describen los tipos de estrategias que inicialmente utilizan los niños en problemas aritméticos verbales: modelización directa, conteo, y hechos numéricos.

Carpenter y otros (1997) utilizan problemas multiplicativos, de grupos iguales, con grupos de 10, para evaluar la comprensión de aspectos del sistema de numeración como el agrupamiento de base 10. Los autores observan las siguientes estrategias, proporcionando a los niños bloques de base 10 (Carpenter, Fennema y otros, 1999):

- *Agrupamiento con recuento de uno en uno*: Los niños modelizan los grupos de 10 con las barras de los bloques de base 10, pero siguen contando de uno en uno las unidades que componen las barras (decenas) para obtener el resultado final.
- *Agrupamiento con recuento de 10 en 10*: Los niños modelizan con bloques de base 10, y hacen el recuento de las unidades que hay en las barras (decenas) de 10 en 10.

- *Uso del valor posicional*: Los niños identifican los grupos de 10 como decenas y las unidades sueltas, que sobran tras el agrupamiento en decenas, como unidades.

Carpenter, Fennema y otros (1999) describen las estrategias infantiles al plantear problemas aritméticos verbales aditivos con números de varias cifras y observan una serie de estrategias de cálculo mental, inventadas por los niños, que no requieren el uso de materiales manipulativos concretos:

- *Estrategia secuencial*, en la que se parte de uno de los números y se combina con las distintas cifras del otro número respetando su valor posicional. Por ejemplo, se puede hacer 23 + 41 = (23 + 40) + 1 = 63 + 1 = 64. Partiendo del 23 se añade 4 a las decenas y 1 a las unidades.
- *Combinación de decenas y unidades por separado*, en la que se operan primero las cifras de las decenas, con su valor posicional, luego las unidades y finalmente se suman los resultados. Por ejemplo, 23 + 41 = (20 + 3) + (40 + 1) = (20 + 40) + (3 + 1) = 60 + 4 = 64.
- Otras estrategias, como la *compensación*, que se produce al redondear uno de los números a una decena próxima, o potencia de 10, y se compensa el otro número o el resultado final. Por ejemplo, en vez de sumar 19, sumamos 20 (más fácil) y compensamos restando 1: 36 + 19 = 36 + (20 – 1) = (36 + 20) – 1 = 56 – 1 = 55.

Estos autores encuentran que las estrategias inventadas, antes o incluso durante la enseñanza de los algoritmos estándar, favorecen la comprensión de conceptos del sistema de numeración de base diez (Carpenter y otros, 1997).

Sobre el uso de estrategias que implican el uso de conceptos del sistema de numeración de base diez, seguimos el modelo de Wright, Martland y Stafford (2006) que consideran que dichas estrategias corresponden a los tres niveles de comprensión diferentes siguientes: (a) Concepto *inicial* de decena, que se da cuando los niños forman grupos de diez, pero no consideran a la vez la decena y la unidad como diferentes unidades; (b) Concepto de decena *intermedio*, en que los niños toman la decena como unidad, compuesta por diez unidades, y pueden hacer sumas y restas con el apoyo de materiales manipulativos que reflejan la distinción entre ambos tipos de unidades; y (c) Concepto de decena *fluido* (*facile*), en que los niños son capaces de realizar el algoritmo de la suma y la resta operando con unidades y decenas sin ayuda de materiales manipulativos (p. 21). De acuerdo con este modelo, a través de la observación de las estrategias infantiles, podemos valorar diferentes niveles de comprensión del concepto de decena.

Esta breve revisión de antecedentes nos lleva a elegir el primer curso de educación primaria como el momento idóneo para tratar de enseñar el concepto de decena con comprensión. Al comenzar el primer ciclo de educación primaria se repasan los números de una cifra y se introduce la decena, cobrando importancia el valor posicional propio de la escritura decimal. Aparecen los números de varias cifras (MEC, 2007, p. 31557) y las situaciones aritméticas se complican. Las estrategias informales, propias de la educación infantil, se vuelven poco eficientes para resolver problemas aritméticos en los que aparecen cantidades con números de dos cifras.

Nuestro trabajo se sitúa pues en este primer curso de educación primaria, en el que no se ha iniciado el estudio de las estructuras multiplicativas (Vergnaud, 1990). En el currículo (MEC, 2007) se propone "Resolver situaciones familiares… de la multiplicación para calcular un número de veces (p. 31557)" para el primer ciclo, así como trabajar la construcción de las tablas de multiplicar del 2, 5 y 10 como número de veces, suma reiterada o disposición de cuadrículas, lo que suele hacerse en el segundo curso de educación primaria (Castro y Ruiz, 2011).

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo principal es analizar y describir las estrategias que se emplean en primero de primaria para resolver problemas que se ajustan a la sentencia $a = 10 \times b + c$, donde las incógnitas pueden ser b y c, o a.

La conjetura que ha dirigido el diseño de la investigación es que el planteamiento de estos problemas puede promover la aplicación de estrategias informales que ayuden a los alumnos a evolucionar en su comprensión de las decenas. La valoración de la comprensión se hace según el modelo de Wright y otros (2006).

MÉTODO

Participantes

La investigación se ha desarrollado en dos aulas de primer curso de educación primaria, en el CEIP de Manzanares el Real (Madrid). Han participado 28 alumnos de 1ºA (16 niños y 12 niñas) y 26 alumnos de 1ºB (14 niños y 12 niñas). La edad media al iniciar el curso es de 6 años y 2 meses.

Los problemas se han realizado dentro de un taller dirigido por las tutoras de los grupos, que habían recibido un curso de formación sobre resolución de problemas en la CGI. Una maestra con varios años de experiencia en este enfoque (De Castro y Escorial, 2007) supervisó y dio apoyo en las primeras sesiones. Además, varias estudiantes en prácticas, que habían participado en un proyecto de 3 meses con el enfoque CGI (Núñez, De Castro, Del Pozo, Mendoza y Pastor, 2010), colaboraron en la grabación de vídeos y en la recogida de documentación.

Diseño del taller

Este estudio abarca todo el curso escolar, con un total de 24 sesiones, una por semana, de 45 minutos de duración, con formato de taller. Durante las clases diarias de matemáticas, las tutoras trabajan siguiendo el libro de texto seleccionado por el profesorado del centro. Consideramos importante matizar que, mientras que en la clase “ordinaria” de matemáticas se sigue un enfoque intermedio entre el de *destrezas* y el *conceptual*, el planteamiento del taller está próximo al modelo de enseñanza *investigativo* (Baroody y otros, 2004). Durante este curso conviven, por tanto, dos enfoques diferentes de la enseñanza de las matemáticas. El taller de resolución de problemas tiene también una dimensión formativa para los maestros del centro, aspecto que no vamos a valorar en este trabajo.

Desde un punto de vista didáctico, el taller de problemas está diseñado con el objetivo de que los niños desarrollen un aprendizaje con comprensión de la aritmética y la numeración en primer curso de educación primaria. El taller se desarrolla en varias fases: la primera, de lectura de un cuento, para ofrecer un contexto familiar para el niño que dé sentido al enunciado del problema; después, alguien ajeno al aula plantea el problema; a continuación, los alumnos trabajan individualmente en la resolución del problema eligiendo libremente instrumentos y estrategias; se finaliza con la puesta en común, en la que el tutor selecciona algunos alumnos para que expongan sus estrategias, buscando una gran de variedad de las mismas, y con la escritura de la carta de respuesta a quien planteó el problema incluyendo la estrategia seleccionada por ellos (Ramírez y De Castro, 2012).

Según el enfoque CGI, los niños deben tener la oportunidad de crear sus propias estrategias, articularlas, compartirlas con sus compañeros y debatir sobre ellas. En los talleres, se intenta que los niños sean conscientes de que deben inventar y utilizar estrategias propias con diversos instrumentos entre los que pueden elegir con libertad y que, posteriormente, tienen que explicar sus estrategias a los compañeros. Además, deben comunicar por escrito la estrategia valorada por el grupo como “la mejor” (según su propio criterio) a la persona externa al aula que les ha planteado el problema.

Al diseñar los problemas para las sesiones del taller, alternamos los tipos de problemas para que los niños no utilicen estrategias de manera rutinaria. En la Figura 1, mostramos la evolución esperada de las estrategias al plantear problemas aritméticos verbales con cantidades con números menores de 20 (tareas T1), las correspondientes a los problemas aritméticos verbales con números mayores que 20 (tareas T2) y a los problemas de estructura multiplicativa (de multiplicación y división), con grupos de 10 (tareas T3). La alternancia en los tipos de problemas ha consistido en no poner dos problemas correspondientes a la misma categoría semántica en sesiones consecutivas (a excepción de las sesiones 8a y 8b, que figura en el trabajo como una sola sesión).

Los alumnos disponen de materiales como contadores individuales, tabla 100 y Rekenrek, un ábaco holandés que se utiliza como modelo visual para la iniciación al cálculo mental (Blanke, 2008), así como diversos materiales que pueden ayudar a los niños a diferenciar los órdenes de unidad, como barras y cubos de los bloques de base diez de Dienes, o cartones de cajas de huevos de diez que los alumnos trajeron de casa.

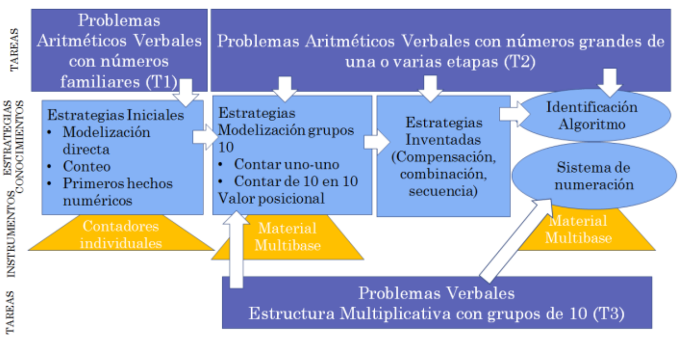

Figura 1. Evolución de las estrategias según CGI

En el presente estudio nos centramos en las tareas T3, que describimos a continuación, aunque consideramos necesario explicar el diseño completo del taller, con los tres tipos de tareas diferentes, e incluir todos los problemas planteados en la Tabla 3, para posibilitar una mejor comprensión global de nuestro planteamiento investigador.

Los problemas

En la Figura 2 presentamos un esquema de los problemas en que nos hemos centrado en este estudio. Son problemas que se ajustan a la sentencia $a = 10 \times b + c$, donde las incógnitas pueden ser *a, ó b* y *c*. En el primer caso, si la incógnita es *a*, se trata de un problema de dos pasos, de estructura jerárquica (Castro y Frías, 2013); en el segundo, si las incógnitas son *b* o *c*, estamos ante un problema de división agrupamiento con grupos de diez, con el cociente (*b*) y el resto (*c*) desconocidos.

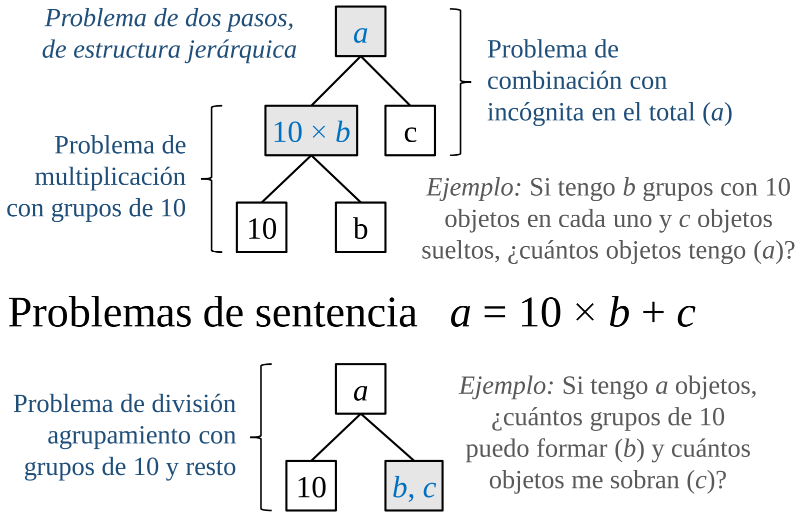

Figura 2. Problemas con grupos de diez

Un apunte que consideramos necesario hacer sobre este tipo de problemas es que solo tiene sentido plantearlos a niños que todavía no manejan las decenas con fluidez, con la finalidad de que lo hagan, lo cual es un objetivo razonable para primer curso de educación primaria. Si preguntamos a alumnos de mayor edad cuántos grupos de diez hay en 23 y cuántos sobran, su conocimiento formal de unidades y decenas le conducirá a tomar el problema como obvio. Desde un punto de vista formal, estos problemas requieren aplicar la multiplicación o la división, operaciones que no han comenzado a estudiarse en primer curso de primaria, hecho que estimula el desarrollo de otro tipo de estrategias informales, de modelización o conteo, para abordar el proceso de resolución de los mismos.

Recogida de información

La recogida de información se ha realizado por varios medios: (a) Hojas de registro, en las que se apuntan los materiales utilizados y se describen los procedimientos que siguen los alumnos; (b) Entrevistas individuales (Ginsburg, Jacobs y López, 1996) grabadas en video por la investigadora; (c) Grabaciones en video, que captan momentos del trabajo individual, la puesta en común, o de escritura de la carta final; (d) Fotografías de distintos momentos del taller; (e) Hojas de trabajo de los alumnos; (f) Cartas de respuesta de los alumnos a la persona que les plantea el problema; y (g) Narraciones de la investigadora posteriores a cada sesión.

RESULTADOS

La información recogida se ha analizado empleando una categorización de estrategias procedente de anteriores investigaciones en el modelo CGI (Carpenter y otros, 1997; Carpenter y otros, 1999).

Vamos a comenzar por presentar las estrategias que han surgido en los problemas de dos pasos. Dichos problemas requieren analizar por separado las estrategias empleadas en cada paso. El primer paso es de estructura multiplicativa, de multiplicación, con grupos de 10; el segundo, de estructura aditiva, de combinación, con el total desconocido. Un ejemplo de este tipo de problemas es el siguiente “Si tenemos 2 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja, y 3 patitos sueltos, ¿Cuántos patitos tenemos en total?”

A continuación se muestra la descripción de las estrategias utilizadas por los niños en la primera etapa que consta de un problema de multiplicación con grupos de 10.

- *Agrupamiento contando de uno en uno (A1)*: estrategia de modelización directa en la que se representa cada grupo (*b*) mediante una colección de 10 objetos y se cuentan todos los objetos de uno en uno. En la Figura 3, un niño está representando cuatro decenas de huevos formando grupos de 10 bolas en el papel y cuenta de uno en uno cada uno de los grupos.

Figura 3. Agrupamiento contando de uno en uno (A1)

- *Agrupamiento contando de 10 en 10 (A10)*: estrategia de modelización directa en la que se representan el número de grupos indicado (*b*) con 10 objetos en cada grupo. El recuento final se hace contando de 10 en 10 a medida que se va señalando cada uno de los grupos. En la Figura 4, se puede observar a una niña que ha dibujado cuatro cajas con 10 bolas, y va contando "10, 20, 30, 40…" según señala cada caja.

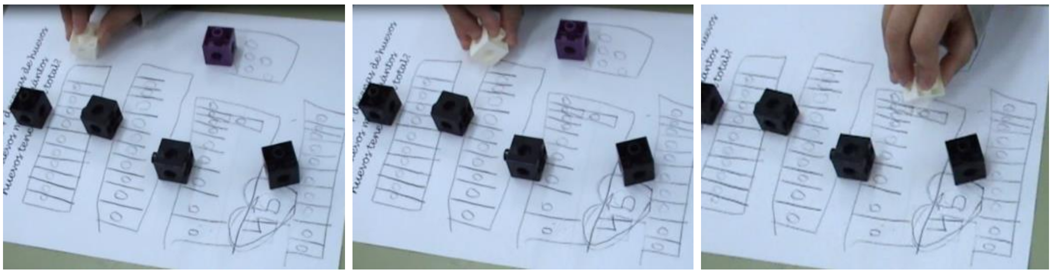

Figura 4. Agrupamiento contando de 10 en 10 (A10)

- *Agrupamiento con bloques de base 10 contando de uno en uno (AB10-1)*. Representan los grupos (*b*) de 10 con las barras (decenas) de los bloques de base 10. El recuento final, se hace contando de uno en uno cada una de las unidades de la barra. En la Figura 5, el niño representa la cantidad 23 con dos barras de 10 y 3 unidades sueltas y para el recuento final, las barras de 10 no las cuenta como unidades de diez sino que cuenta cada una de las unidades.

Figura 5. Agrupamiento con bloques de base 10 contando de uno en uno (AB10-1)

- *Agrupamiento con bloques de base 10 contando de 10 en 10 (AB10-10).* Se representan los grupos de 10 (*b*) con las barras (decenas) de los bloques de base 10. El recuento final se hace contando de 10 en 10 a medida que se va señalando cada barra. En la Figura 6 vemos a un alumno durante la ejecución de esta estrategia representando las cantidades con los bloques de base 10, cogiendo cuatro barras de 10, y después señala cada una de las barras y va diciendo "10, 20, 30, 40…".

Figura 6. Agrupamiento con bloques de base 10 contando de 10 en 10 (AB10-10)

- *Conteo sobre la tabla 100 (CT100):* Los niños señalan las filas de la tabla 100 a medida que van contando de 10 en 10 según el número de grupos de 10 (*b*) que hay en el problema. En la Figura 7 se muestran dos imágenes del procedimiento en el que el niño va señalando el 10, 20, 30 y 40, mientras va nombrándolos.

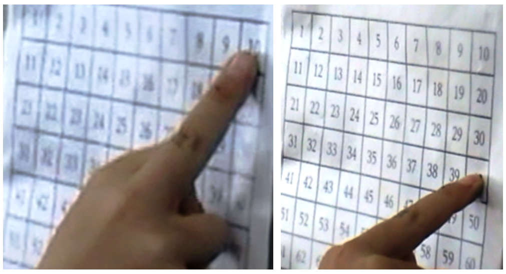

Figura 7. Estrategia de Conteo con soporte Tabla 100 (CT100)

- *Conteo a saltos de 10 en 10 (C10).* No se representan las cantidades con material y cuentan de 10 en 10 el número de grupos que indica el problema y el resultado es la última decena citada. En la siguiente transcripción de la sesión 12 se puede observar como Aarón utiliza hechos numéricos basados en este conteo a saltos:

  Lara: "¿Cuántos son 10 y 10?"
  Aarón: "10 y 10 son 20… y otros 10, 30."
  Lara: "30 y 30, 60."

Aarón: “No, 30 y otros 10, 40.”

- *Uso del Valor Posicional (VP).* Se identifica que los grupos del problema (*b*) son las decenas del número y se enuncia directamente la cantidad. Doaa utiliza esta estrategia al decir “Cuatro decenas son 40…”

La segunda etapa de estos problemas es un problema de combinación con total de elementos desconocido y se han observado las siguientes estrategias:

- *Juntar todos contando de uno en uno (JT1)*: estrategia de modelización directa que se representa las dos cantidades con objetos, *b* grupos de 10 y las *c* unidades sueltas, se juntan todos y se cuentan de uno en uno. En la Figura 8 una niña representa las 4 decenas, 40 bolas y 5 unidades más, y las numera para contarlas.

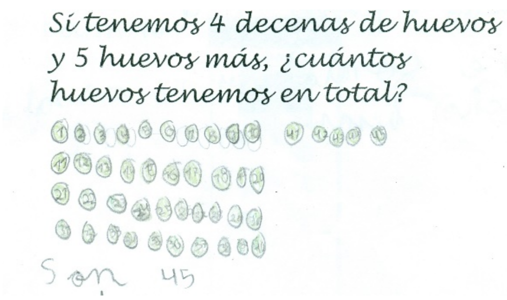

Figura 8. Representación de Juntar todos contando de uno en uno (JT1)

- *Juntar todos contando de 10 en 10 (JT10)*: Es una estrategia de modelización directa en la que se representan las dos cantidades con objetos, *b* grupos de 10 y las *c* unidades sueltas, se juntan todos y se cuentan de diez en diez los grupos de diez y de uno en uno los objetos sueltos.
- *Juntar todos con bloques de base 10 contando de uno en uno (JTB10-1)*: estrategia de modelización directa en la que se representan las dos cantidades del problema, utilizando barras de 10 para *b* y unidades para *c*, se juntan todas y cuentan de una en una todas las unidades de la barra y las sueltas.
- *Juntar todos con bloques de base 10 contando de 10 en 10 (JTB10-10)*: estrategia de modelización directa en la que se representan las dos cantidades del problema utilizando barras de 10 para *b* y unidades para *c*, se juntan todas y cuentan de 10 en 10 señalando las barras y de una en una las unidades.

- *Conteo a partir de un Sumando con Objetos (CSO)*: se representan las dos cantidades, *b* grupos de 10 y las *c* unidades sueltas, se señala la representación de la primera cantidad diciendo su numeral, y a partir de éste, se cuenta la segunda cantidad.
- *Conteo a partir del primer (mayor) sumando de uno en uno (C)*. Cuenta a partir del primer sumando, tantos numerales como indica la segunda cantidad.
- *Combinar decenas con las unidades (VP)*: *Uso del valor posicional*. En este tipo de problemas siempre hay un número de decenas menor o igual que 9 y un número de unidades menor o igual que 9, por lo que, en el problema 12 por ejemplo, que hay 4 decenas y 5 unidades sueltas, utilizar esta estrategia consiste en identificar que esas cantidades son el número 45, con 4 decenas y 5 unidades.
- *Uso del algoritmo (AL)*. En la Figura 9 se muestra como un niño intenta utilizar el algoritmo no realizándolo correctamente.

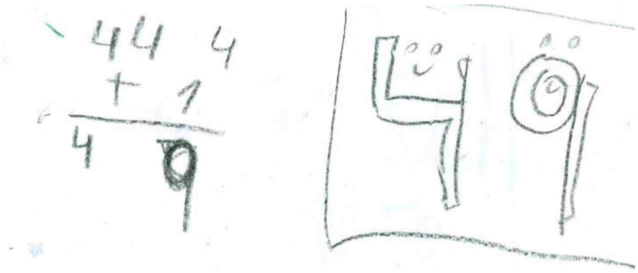

Figura 9. Algoritmo en la segunda etapa (AL)

En la siguiente tabla se muestran las estrategias de ambas etapas colocadas por columnas. Las distintas estrategias finales utilizadas serán la combinación de una de la primera columna con una de la segunda columna (véase Tabla 1).

Tabla 1. *Estrategias utilizadas en cada una de las etapas*

Estrategias para la etapa multiplicativa	***Estrategias para la etapa aditiva***
A1. Agrupamiento contando de uno en uno	*JT1. Juntar todos contando de uno en uno*
A10. Agrupamiento contando de 10 en 10	*JT10. Juntar todos contando de 10 en 10*
AB10-1. Agrupamiento con bloques de base 10 contando de uno en uno	*JTB10-1. Juntar todos con bloques de base 10 contando de uno en uno*
AB10-10. Agrupamiento con bloques de base 10 contando de 10 en 10	*JTB10-10. Juntar todos con bloques de base 10 contando de 10 en 10*
CT100. Conteo sobre la tabla 100	*CSO. Conteo a partir de un Sumando con Objetos*
C10. Conteo a saltos de 10 en 10	*C. Conteo a partir del primer (mayor) sumando de uno en uno*
VP. Uso del Valor Posicional	*VP. Combinar decenas con las unidades*
	AL. Uso del algoritmo

En esta investigación no se han registrado todas las combinaciones previstas en la Tabla 1. De todas ellas, hemos observado las siguientes:

- *A1 - JT1*. En la primera etapa se utiliza agrupamiento de objetos en grupos de 10 contando de uno en uno y en la segunda, juntar todos con objetos contando de uno en uno todo. En la Figura 10 a la izquierda se observa como un niño utilizó los centicubos para modelizar las 4 decenas y las 5 unidades sueltas, y a continuación contó todo de uno en uno. En la figura de la derecha otro niño realiza la misma estrategia pero dibujando.

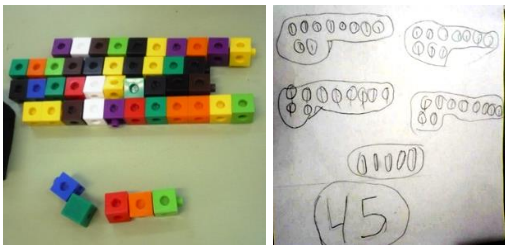

Figura 10. Estrategia que combina A1 y JT1

- *A1 - JT10*. En la primera etapa se utiliza agrupamiento de objetos contando de uno en uno y en la segunda, los niños se daban cuenta de que 10 y 10 más son 20, y realizaban la estrategia juntar todo pero contando de 10 en 10 los grupos de 10 y las unidades sueltas de uno en uno. La representación es igual que en la estrategia anterior, la única diferencia es que los niños cuentan de 10 en 10 los grupos de 10, “10, 20, 30, 40, 41, 42, 43, 44, 45”.
- *A1 - C*. En la primera etapa se utiliza agrupamiento de objetos contando de uno en uno y en la segunda, se realiza un conteo a partir de ese resultado de la segunda cantidad sin objetos. En la Figura 11, un niño utiliza el rekenrek para resolver el problema 7 (2 grupos de 10 y 3 unidades sueltas) y se da cuenta que al hacer los dos grupos de 10 ya no tiene más objetos, y son 20. A partir de 20 cuenta 3 numerales más y sale 23.

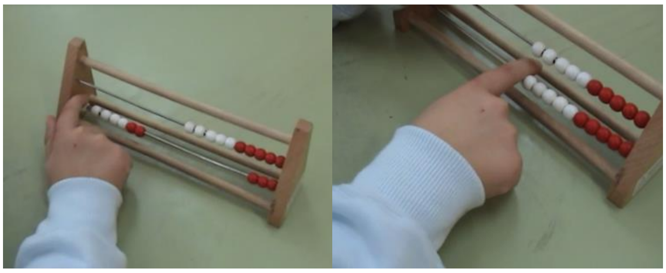

Figura 11. Estrategia combinando A1 y C

- *A10 - JT10*. En la primera etapa se utiliza agrupamiento de objetos contando de diez en diez, y en la segunda se juntan con las unidades, contando finalmente de 10 en 10 los grupos de 10 y las unidades sueltas de una en una.
- *AB10-1 - JTB10-1*. En la primera etapa se utiliza agrupamiento con bloques de base 10, contando el resultado de uno en uno, y en la segunda se juntan, con las unidades y se cuenta todo de uno en uno.
- *AB10-10 - JTB10-10*. En la primera etapa se utiliza agrupamiento con bloques de base 10 y cuenta de diez en diez. En la segunda etapa, se juntan con las unidades y se vuelve a contar de 10 en 10, y las unidades sueltas de uno en uno.
- *CT100 - C*. En la primera etapa se utiliza la Tabla 100 para contar las decenas, y en la segunda etapa se realiza un conteo a partir de la cantidad resultado de la primera etapa de las unidades.
- *C10 - CSO*. En la primera etapa cuentan de 10 en 10 el número de grupos de 10 que indica el problema, y en la segunda etapa, se representan las dos cantidades, se juntan pero al contarlas se cuenta a partir del resultado de la primera etapa utilizando los objetos que representan las unidades. El niño de la siguiente Figura 12 explicó que 4 decenas, eran 10, 20, 30, 40 huevos y luego dibujo 40 bolas y 5 bolas más, y dijo, “40, 41, 42, 43, 44 y 45”.

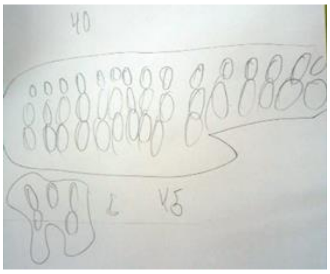

Figura 12. Estrategia combinando C10 y CSO con dibujo

En la Figura 13, Teo cuenta “…10 y 10 son 20…”. Forma las dos colecciones con 20 y 3 objetos y dice “… 20, 21, 22 y 23”.

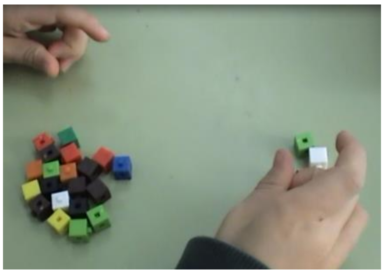

Figura 13. Estrategia combinando C10 y CSO con centicubos

- *C10 - C*. En la primera etapa cuentan de 10 en 10 el número de grupos de 10 que indica el problema, y en la segunda etapa se realiza un conteo a partir de la cantidad resultado de la primera etapa de las unidades. Por ejemplo, un niños dijo:

  Jan: … He contado de 10 en 10, primero he contado 10 y luego 10 y me han salido 20 y después he contado 3 y me han salido 23.

- *VP-VP*. Se utiliza la combinación de decenas y unidades.
- *VP-Algoritmo*. Se utiliza el valor posicional de la decena, y se realiza una suma de las decenas y unidades.

Para los problemas de estructura multiplicativa de división agrupamiento con resto, y grupos de 10 con la estructura $a = 10 \times b + c$ donde b, c son las incógnitas (véase por ejemplo problema de las sesiones 8a, 8b, 11 y 15 de la tabla de anexo) se observan las siguientes estrategias:

- *Medida contando primero el total de elementos (MC)*. Es una estrategia de modelización directa. Se cogen tantos objetos como indica la cantidad total del problema (a) y se hacen grupos de 10. Se cuentan los grupos de 10 por un lado, y por otro, los objetos sueltos. En la Figura 14 Amaya dibuja los 45 objetos y los va metiendo en cajas de diez tachándolos una vez dibujados en las cajas. Comprueba que ha llenado 4 cajas y que le quedan 5 que no llenan una caja entera.

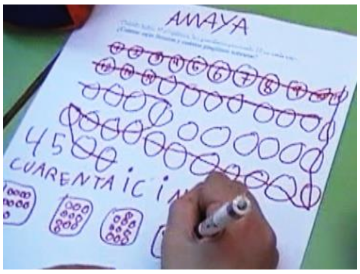

Figura 14. Estrategia de Medida contando primero el total de elementos (MC)

- *Medida agrupando primero (MC-A)*. Es una estrategia de modelización directa en la que se van haciendo grupos de 10, y se comprueba continuamente cuantos objetos se lleva hasta que se consigue la cantidad total (*a*). Se cuentan los grupos de 10 que han salido por un lado (*b*), y por otro, los objetos sueltos (*c*).
- *Medida sobre hueveras (decenas) contando primero el total de elementos (MCH).* Estrategia de modelización directa. Se cogen tantos objetos como indica la cantidad total del problema y se colocan en hueveras haciendo así grupos de 10. Se cuentan las hueveras completas, y por otro, los objetos sueltos. En la Figura 15 se puede ver como un niño resuelve el problema 11 cogiendo 37 cubos Multilink y va rellenando hueveras (decenas) hasta que no puede completar más.

Figura 15. Representación de Estrategia de Medida apoyado en hueveras *(MCH)*

- *Medida sobre hueveras (decenas) agrupando primero (MCH-A).* Estrategia de modelización directa. Se van rellenando hueveras con objetos hasta que completamos la cantidad total del problema (*a*) haciendo así grupos de 10. Se cuentan las hueveras completas (*b*), y por otro, los objetos sueltos (*c*).
- *Medida con bloques de base 10 (MB10)*. Se representa la cantidad total de elementos con barras para las decenas y unidades sueltas. Después se cuenta el número de barras para saber el número de grupos y las unidades sueltas para saber el resto. En la Figura 16 se puede observar la modelización del problema 11 con 3 barras de 10 y 7 unidades sueltas.

Figura 16. Representación de la Estrategia de Medida con bloques de base 10 (MB10)

- *Medida con bloques de base 10 y hueveras (MB10H).* Se representa la cantidad total de elementos con barras para las decenas y unidades sueltas, relacionando cada barra con una huevera. Después se cuenta el número de barras/huevera para saber el número de grupos y las unidades sueltas para saber el resto. En la Figura 17 se puede observar la representación de este problema realizada por un niño.

Figura 17. Representación utilizada para la estrategia MB10H

- *Conteo sobre la Tabla 100 (CT100).* Estrategia de modelización apoyada en la tabla 100, donde se cuenta los filas que hay hasta la cantidad total del problema, que serán el número de cajas, y las unidades (numerales) que hay hasta la cantidad total, el resto.
- *Conteo a saltos de 10 en 10 (C10)*. Se cuenta de 10 en 10 hasta alcanzar el número total de elementos sin pasarse. El número de dieces contados es el número de grupos, y después se realiza un conteo o recuperación de un hecho numérico hasta la cantidad total.
- *Uso el valor posicional (VP).* Fijándose en la cantidad total de elementos, extraen las decenas como grupos y unidades como resto. En la Figura 18, a la izquierda, una niña explica a sus compañeros esta estrategia escribiendo el número 45 en la pizarra e indicando que el 4 son las decenas que son grupos de 10 y el 5 las unidades sueltas. En la derecha, Ismael lo escribe en la hoja de trabajo.

Figura 18. Estrategia basada en el valor posicional

- *Reparto-ensayo y error (R).* Se cogen *a* objetos y se reparten en un número de grupos de prueba. Si no se completan grupos de 10 se prueba con otro número de grupos, hasta que queden un número de unidades sueltas menores que 10 y grupos completos de 10. En la Figura 19 aparece la hoja de trabajo de una niña que reparte los 45 objetos en 6 grupos inicialmente. Como no completa grupos de 10 tacha todos los objetos de grupos de la derecha y reparte los objetos en los otros grupos hasta que obtiene grupos de 10 y una cantidad de unidades menores que 10.

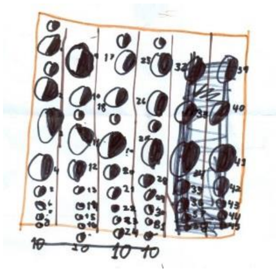

Figura 19. Representación de la Estrategia de Reparto - ensayo y error (R)

Una variante de todas las estrategias en este tipo de problema es considerar un grupo más, aunque no se llegue a completar la decena, ya que algunos niños introducían los objetos sobrantes en una nueva caja de diez que quedaba incompleta. Así en el problema 11 donde había 37 huevos para colocar en cajas de 10, hubo niños que decidieron dar como respuesta cuatro cajas, siendo conscientes que una no la llenaban entera.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Las estrategias empleadas por los niños son similares a las encontradas en trabajos anteriores (Carpenter y otros, 1997; Carpenter, Fennema y otros, 1999). Las diferentes estrategias de modelización directa son las más frecuentes en todos los problemas. Esto tiene a nuestro juicio una interesante lectura: Mientras que en primer curso de educación primaria se presta mucha atención al simbolismo aritmético y a la iniciación en los algoritmos de las operaciones con números de dos cifras, los niños siguen mostrando una preferencia clara por el uso de estrategias informales, dentro de un ambiente regido por normas que permitan la libre elección de instrumentos y estrategias.

Los enfoques más avanzados, como las estrategias inventadas y el uso de algoritmos, aumentaron progresivamente a lo largo del curso, aunque con bastantes variaciones en función de características del problema como las cantidades implicadas.

En bastantes ocasiones, los niños que utilizaban estas estrategias más eficientes volvieron a emplear estrategias de modelización directa al experimentar dificultades. Por ejemplo, hubo niños que elegían realizar el algoritmo de la resta en un problema que implicaba "llevada", procedimiento que no se estudia hasta segundo curso, y ante la inseguridad de hacerlo bien, utilizaban modelización directa. Para nosotros, esto supone que los niños han construido buenas conexiones entre sus estrategias informales y procedimientos más eficientes (como las estrategias inventadas) y más formales (como los algoritmos), lo cual es un buen indicador de un aprendizaje con comprensión (Carpenter y otros, 1999).

Pocos niños han empleado el conocimiento del valor posicional de las cifras de un número para resolver los problemas, con excepción del problema 12 en el que aparece la expresión "4 decenas", en lugar de "4 grupos de diez". En este caso, la palabra "decena" parece desencadenar el uso del conocimiento del valor posicional del 4 (así lo hicieron un 25,4% de los participantes). Este conocimiento del valor posicional se ha aplicado en mayor medida en problemas de multiplicación que en problemas de división agrupamiento (ambos con grupos de diez).

En los problemas de estructura multiplicativa con grupos de 10, los niños utilizaron la estrategia de agrupamiento con contadores individuales, pero luego contaban de 10 en 10, sin necesidad de utilizar los bloques de base diez, a diferencia de lo indicado por Carpenter, Fennema y otros (1999). Además, en los problemas de estructura aditiva los niños también construían las cantidades de los problemas (con números de dos cifras) representado con contadores individuales los grupos, o con barras de 10, y después aplicaban el recuento de uno en uno o de 10 en 10. Otros, se apoyaron en las cajas de huevos de diez, para formar grupos de 10 sin contarlos. Las estrategias de conteo que observamos inicialmente se realizaban de uno en uno pero, con cantidades de dos cifras, los niños empezaron a apoyarse en la Tabla 100 y llegaron a utilizarla de apoyo para llevar conteo de 10 en 10.

Al interpretar los resultados obtenidos en este trabajo desde la perspectiva del modelo de Wright y otros (2006) vemos que las tareas propuestas favorecen que los alumnos vayan evolucionando, a través de estrategias de modelización con materiales, desde el conteo de uno en uno al conteo de diez en diez, en el que se considera la decena como una unidad de orden superior. Este cambio de estrategia implica un paso del *concepto inicial de la decena* a un *conocimiento intermedio de la decena*. Análogamente, valoramos el uso espontáneo de algoritmos, con la capacidad de recuperar en caso de dificultad las estrategias anteriores de modelización, como un indicio claro de una transición a un *conocimiento fluido de la decena*, que ya implica una buena comprensión de este concepto, básico en el primer ciclo de educación primaria y fundamento del trabajo con algoritmos.

Desde un punto de vista curricular, hemos observado que los niños pueden manejar conceptos matemáticos de manera informal antes de su incorporación formal en el currículo. En nuestro trabajo, proponemos incluir tareas informales en la planificación del trabajo en el aula. La resolución de problemas de estructura multiplicativa con niños de primer curso de primaria, con el fin de mejorar la comprensión sobre la decena, es un ejemplo de ello.

REFERENCIAS

ALSINA, A. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: Conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, *7*, 4-22.

BAROODY, A.J., CIBULSKIS, M., LAI, M.-L. y LI, X. (2004). Comments on the use of learning trajectories in curriculum development and research. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 227-260.

BLANKE, B. (2008). *Using the Rekenrek as a Visual Model for Strategic Reasoning in Mathematics*. Salem, OR: The Math Learning Center. Disponible en mathlearningcenter.org/media/Rekenrek_0308.pdf

CARPENTER, T. P., FRANKE, M. L., JACOBS, V., FENNEMA, E. y EMPSON, S. B. (1997). A Longitudinal Study of Intervention and Understanding in Children's Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*, 3-30.

CARPENTER, T. P. y LEHRER, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema y T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19-32). Mahwah, NJ: Erlbaum.

CARPENTER, T. P., FENNEMA, E., FRANKE, M. L., LEVI, L. y EMPSON, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.

CASTRO, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

CASTRO, E., CAÑADAS, M. C. y CASTRO-RODRÍGUEZ, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6: Educación Matemática en el Infancia*, *2*(2), 1-11. Disponible en:
http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/download/32/43

CASTRO, E. y FRÍAS, A. (2013). Two-step arithmetic word problems. *The Mathematics Enthusiast, 10* (1-2), 379-406. Disponible en:
http://www.math.umt.edu/tmme/vol10no1and2/15-Castro-Frias_pp379_406.pdf

CASTRO, E. y RUIZ, J. F. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura multiplicativa. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 99-121). Madrid: Pirámide.

D'AMORE, B. (1997). *Problemas: Pedagogía y Psicología de la Matemática en la actividad de resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.

DE CASTRO, C. y ESCORIAL, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación (Monografía IX),* 23-48. Disponible en:
http://eprints.ucm.es/12643/

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (1992, 24 de marzo). Resolución de 5 de marzo de 1992, de la Secretaría de Estado de Educación, por la que se regula la elaboración de proyectos curriculares para la Educación Primaria. *BOE, 72*, 9594-9667.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (2007, 20 de julio). ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria. *BOE, 173*, 31487-31566.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (2014, 1 de marzo). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por la que se establece el currículo de Educación primaria. *BOE, 52*, 19349-19420.

NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

NÚÑEZ, C., DE CASTRO, C., DEL POZO, A., MENDOZA, C. y PASTOR, C. (2010). Inicio de una investigación de diseño sobre el desarrollo de competencias numéricas con niños de 4 años. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 463-474). Lleida: SEIEM. Disponible en: http://eprints.ucm.es/12784/

OCDE (2005). *Informe PISA 2003: Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana. Disponible en: http://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf

PUIG, L. y CERDÁN, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares.* Madrid: Síntesis.

PUIG, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas*. Granada: Comares.

RAMÍREZ, M. y DE CASTRO, C. (2012). El aprendizaje de algunos aspectos del sistema de numeración decimal a través de problemas aritméticos verbales al inicio de educación primaria. En D. Arnau, J.L. Lupiáñez, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática – 2012* (pp. 97-109). Valencia: Universitat de València y SEIEM. Disponible en:
http://eprints.ucm.es/25470/

SANTOS, L. M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 159-192). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2, 3), 133-170.

VERSCHAFFEL, L., GREER, B. y DE CORTE, E. (2007). Whole Number Concepts and Operations. En Frank K. Lester (ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (557-628). Charlotte, NC: Information Age Pub.

WRIGHT, R.J., MARTLAND, J. y STAFFORD, A.K. (2006). *Early numeracy: Assessment for teaching & intervention*. London: Paul Chapman Publishing.

ANEXO

Tabla 3. *Problemas planteados en las sesiones del taller a lo largo del curso*

Sesión	*Problema*
1	Al principio había 11 damas atrevidas, ¿Cuántas quedaban cuando se habían ido 6?
2	Había 11 damas atrevidas. Después se fueron algunas y quedaban 3 ¿Cuántas damas se habían ido?
3	Si el gato tragón se comió un hombre, un burro, 5 pajaritos y 7 niñas. ¿Cuántos se comió en total?
4	El gato tragón se comió 7 niñas. Si cada niña tiene 2 brazos, ¿Cuántos bracitos se comió el gato?
5	Marcel y Tristán se comieron 18 buñuelos de crema. ¿Cuántos se comió cada uno?
6	En el cumpleaños de Marcel había 3 globos. Si por la mañana había 15, ¿Cuántos habían explotado?
7	Si tenemos 2 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja, y 3 patitos sueltos, ¿Cuántos patitos tenemos en total?
8a	Si hay 26 patitos de goma, y en cada caja caben 10 patitos, ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y Cuántos patitos quedan sin guardar?
8b	Si hay 34 patitos, y en cada caja caben 10 patitos. ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuántos patitos quedan sin guardar?
9	Finn Herman cenó un jamón, dos pollos, tres filetes y veintiséis deliciosas salchichas. ¿Cuántas cosas tomó para cenar?
10	Si Finn Herman tiene 38 dientes en la mandíbula superior y 30 en la inferior, ¿cuántos dientes tiene en total?
11	Si tenemos 37 huevos, ¿cuántas cajas de 10 huevos podemos llenar y cuántos huevos sobran?
12	Si tenemos 4 decenas de huevos y 5 huevos más, ¿cuántos huevos tenemos en total?
13	Si en enero llegaron 31 pingüinos y en febrero vinieron otros 28, ¿cuántos pingüinos había al final de febrero?
14	Cuando llegaron a 60 pingüinos, repartieron los pingüinos en 4 grupos iguales. ¿Cuántos pingüinos pusieron en cada grupo?
15	Cuando había 45 pingüinos, los guardaron poniendo 10 en cada caja. ¿Cuántas cajas llenaron y cuántos pingüinos sobraron?
16	La reina de los pasteles le regala 2 decenas de pasteles a la princesa. Por el camino, a la princesa le entra hambre y se come 8 pasteles. ¿Cuántos pasteles quedan para su mamá?
17	Al volver a casa, la princesa le llevó a su mamá 12 pasteles, una decena de flores, un balón y un gato. ¿Cuántas cosas le lleva en total de regalo?
18	Si el papá de Mónica subió 4 decenas de escalones, luego hizo un descanso, y después subió 38 escalones más, ¿Cuántos escalones había subido en total?
19	Si la escalera tenía 9 decenas de escalones en total y el papá de Mónica ya había subido 78, ¿Cuántos escalones le faltaban por subir para llegar a la luna?
20	Si consigues 32 euros por saltar entre ortigas, y 29 euros por tragarte una rana muerta, ¿Cuántos euros has conseguido al final?
21	Si entras en un supermercado encima de un toro y rompes 5 cajas de galletas con 12 galletas cada una, ¿Cuántas galletas aplastas en total?
22	Si en total hay 35 personas y 18 de ellas están arriba, ¿cuántas están abajo?
23	Si arriba hay 4 decenas de pájaros y abajo hay 26 pájaros, ¿cuántos pájaros hay más arriba que abajo?
24	Para dar de comer a sus peces, Bruno echaba 24 guisantes en la pecera. ¿Cuántos se comía cada pez?