

Oportunidades, Experiencias y Aprendizajes de las Matemáticas: México en PISA 2012

Opportunities, Experiences and Learning of Mathematics: Mexico at PISA 2012

Aldo Bazán *¹
Eduardo Backhoff ²
Rafael Turullols ²

¹ Universidad Autónoma del Estado de Morelos

² Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación

Con el propósito de conocer la relación entre las oportunidades de aprendizaje (OTL) y el logro de las matemáticas de estudiantes mexicanos, y utilizando la base de datos de PISA 2012, se realizaron análisis de regresión múltiple y de modelamiento estructural, donde las variables predictoras fueron cuatro tipos de OTL y el estatus socio económico y cultural de los estudiantes, y la variable a predecir fue la puntuación estandarizada en la prueba de PISA. Las OTL analizadas fueron las siguientes: Experiencia con problemas conceptuales (tareas de álgebra), Experiencia con tareas que requieren procedimientos, Experiencia con razonamiento matemático puro (tareas de geometría), y Experiencias con aplicación de razonamiento matemático. Los resultados muestran que las OTL relacionadas con tareas que requieren procedimientos predicen de manera positiva el logro en Matemáticas. Por el contrario, las OTL relacionadas con razonamiento matemático puro, predicen de manera negativa el logro en matemáticas. Los resultados mostraron también que los alumnos mexicanos evaluados reportan tener experiencias más frecuentes en actividades de enseñanza que de evaluación. Asimismo, el índice de PISA sobre el estatus socioeconómico y cultural (ESCS) predijo significativamente y de manera positiva, al logro en matemáticas, aunque no cambió la relación que tienen las OTL con el aprendizaje de las Matemáticas.

Descriptor: Oportunidades educativas, Aprendizaje, Matemáticas, Rendimiento escolar.

In order to know the relationship between learning opportunities (OTL) and achievement of the mathematics of Mexican students, and using the database of PISA 2012, multiple regression analysis and structural modeling were performed, where the predictor variables were four types of OTL and the socio-economic and cultural status of the students, and the variable to predict was the standardized score in the PISA test. The OTL analyzed were the following: Experience with conceptual problems (algebra tasks), Experience with tasks that require procedures, 3) Experience with pure mathematical reasoning (geometry tasks), and 4) Experiences with mathematical reasoning. The results show that OTL related tasks requiring procedures predict achievement in mathematics positively. On the contrary, OTL related to pure mathematical reasoning predict achievement in mathematics negatively. The results also showed that the Mexican students evaluated report having more frequent experiences in teaching than evaluation activities. Likewise, the index of socioeconomic and cultural status (ESCS) predicted significantly, and positively, the achievement in mathematics, although it did not change the relationship that OTL have with the learning of mathematics.

Keywords: Educational opportunities, Learning, Mathematics, Academic achievement.

*Contacto: abazan@uaem.mx

Introducción

Este trabajo tuvo el propósito de conocer el impacto que tienen las oportunidades de aprendizaje (OTL, por sus siglas en inglés) sobre el logro educativo de las matemáticas, en estudiantes mexicanos. El estudio se realizó a partir de la información obtenida de los resultados de México en el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) realizado en 2012 que, además de proveer información sobre el desempeño en matemáticas, proporciona información del estatus socioeconómico y cultural de los estudiantes, así como sobre las OTL a las que son expuestos en sus escuelas para aprender matemáticas (a partir de los cuestionarios de contexto que responden los propios alumnos).

De acuerdo con Elliott (2015), las OTL se refieren a las condiciones de escolarización y procesos instruccionales necesarios para que los estudiantes adquieran los aprendizajes que se esperan de los objetivos del currículo intencionado. La instrucción que se derive del currículo debe proporcionar a los estudiantes las OTL que les permita adquirir competencias escolares complejas que propicien un mejor desempeño de los estudiantes (Wiley y Yoon, 1995).

Desde los planteamientos iniciales de John Carroll sobre las oportunidades de aprendizaje como un componente primordial del factor instruccional y su efecto en el aprendizaje (Carroll, 1963, 1989; Haertel, Walberg y Weinstein, 1983), se han desarrollado diversos modelos para explicar la relación entre las OTL y el logro académico, considerando entre sus aspectos fundamentales la cobertura curricular, la exposición a contenidos, el énfasis de contenidos y la calidad de la instrucción (Jensen, Pérez y Aguilar, 2015; Stevens, 1993; Stevens, Wiltz y Bailey, 1998).

Paralelamente en los años 60 la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro (IEA, por su acrónimo en inglés) concibió a las OTL con un fuerte énfasis investigativo, para indagar si los estudiantes habían tenido, o no, la oportunidad de estudiar un tema en particular o de aprender cómo resolver determinados tipos de problemas que se incluyen en las evaluaciones de logro; condición que permite medir la validez de las comparaciones internacionales en estudios comparativos de aprendizaje (McDonell, 1995; Wang, 1998).

De esta manera las diferencias en el desempeño de los estudiantes no se atribuyen solamente a factores sociales y de origen, sino que también se considera importante la influencia que tienen las escuelas y los profesores en el aprendizaje de los alumnos (Stevens, 1996), ya que es responsabilidad de la escuela reducir las desigualdades de origen de los estudiantes en cuanto a su aprendizaje (Coleman, 1967). Por esta razón, sin información sobre OTL la interpretación de los resultados de logro académico es ambigua y descontextualizada (Schmidt y McKnight, 1995).

Un estudio longitudinal que realizaron Cueto y sus colaboradores (2014) sobre las OTL con estudiantes peruanos mostró que la cobertura curricular y el nivel de demanda cognitiva que se les solicita a los estudiantes, a través de tareas escolares, se asociaron positivamente con el desempeño en matemáticas, y que dichas OTL dependen del nivel socioeconómico de las escuelas. También, Cueto y otros (2008), con base en tres estudios previos sobre el efecto de las oportunidades de aprendizaje en el rendimiento escolar en Perú y utilizando como unidad de análisis los cuadernos (libretas de apunte) y los cuadernos de trabajo de los alumnos y una prueba de rendimiento, reportaron las OTL

(medidos con indicadores de cobertura curricular, demanda cognoscitiva, retroalimentación al estudiante y ejercicios correctos en los cuadernos de trabajo) tuvieron un fuerte poder explicativo sobre el rendimiento, fundamentalmente la variable demanda cognoscitiva.

Asimismo, Bove, Marella y Vitale (2016) analizaron el efecto del clima escolar y del salón de clases, así como el uso de estrategias de activación cognitiva sobre el desempeño de estudiantes italianos en la prueba PISA 2012, encontrando que esta variable tuvo un efecto positivo mayor sobre el desempeño de los estudiantes en matemáticas, que el clima escolar y de aula.

La práctica instruccional de las matemáticas proporciona oportunidades propicias para la alfabetización matemática y su aplicación en el mundo real y práctico del estudiante, posibilitando su desarrollo conceptual alrededor de ideas y contenidos matemáticos, e incorporando diversos aspectos sociales e interculturales (Planas, 2014). Las OTL se reducen significativamente cuando los profesores no propician oportunidades adecuadas para que los estudiantes participen en las discusiones en aula sobre temas de matemáticas (Shahrill y Clarke, 2014).

Esas experiencias que los alumnos tienen en sus clases de matemáticas determinarán el aprendizaje de contenidos y conceptos matemáticos, así como las formas de enfrentarse a diversos problemas matemáticos lo que, a su vez, impactará en su desempeño en evaluaciones de logro educativo. Dicha experiencia, tanto en frecuencia como en calidad, posibilita que los estudiantes se familiaricen con diversos problemas que son similares a los temas tratados en clases y les da la posibilidad de aplicar tales conocimientos y procedimientos a nuevos problemas matemáticos y a la vida cotidiana. Es decir, las oportunidades que tienen los alumnos para familiarizarse con procedimientos y conceptos matemáticos y para aplicarlos tanto dentro como fuera del aula para resolver problemas en formatos similares a los que enfrentará en un examen, pueden ser fundamentales en pruebas a gran escala.

1. Evaluación de OTL y de la competencia matemática de PISA 2012

En el cuestionario del alumno de PISA 2012 se incluyeron una serie de preguntas de OTL para conocer la medida en que los alumnos habían sido expuestos a diversos problemas matemáticos en su salón de clases, que se relacionan con: problemas conceptuales (tareas de álgebra), tareas que requieren procedimientos, razonamiento matemático puro (tareas de geometría), y aplicación de razonamiento matemático (OCDE, 2013; Stacey, 2015). En cada caso se utilizaron dos preguntas: una que indaga la frecuencia con que la que el estudiante fue expuesto a una experiencia de enseñanza, y otra que da cuenta sobre la frecuencia con que el estudiante fue evaluado en estos aspectos.

Por otro lado, PISA evaluó la competencia en matemática y reportó cinco resultados: uno para la competencia global y cuatro para las áreas temáticas que conforman la prueba:

Forma y espacio, Cantidad, Cambio y relaciones, e Incertidumbre y datos (OCDE, 2013). En cada caso se reportan, para cada estudiante, cinco valores plausibles¹.

Antecedentes y propósitos del estudio

El antecedente más importante e inmediato de este trabajo fue el estudio de Schmidt, Zoido y Cogan (2014) quienes, utilizando la base de datos internacional de PISA 2012, relacionaron indicadores de logro en matemáticas, procesos matemáticos e índices de OTL de matemáticas. Dichos autores construyeron tres indicadores de OTL, a partir de la información recabada de los cuestionarios de contexto aplicados a los estudiantes: Matemáticas formales (temas de geometría y álgebra), Problemas de la vida (solución de problemas matemáticos reales) y Aplicación de las matemáticas (problemas que requieren la aplicación de las matemáticas en situaciones cotidianas).

Estos investigadores encontraron que quienes tienen mayor exposición a las matemáticas formales (álgebra y geometría) obtienen un mejor desempeño en matemáticas, tanto en la competencia general de logro como en el desempeño en cada una de las cuatro áreas temáticas. También encontraron una alta relación entre la frecuencia de exposición a problemas matemáticos aplicados y el desempeño en matemáticas, una vez que se controla el grado de exposición a las matemáticas formales.

Por su parte, Schmidt y colaboradores (2015), tomando la misma base de datos de PISA 2012, exploraron la relación entre indicadores de OTL y el nivel socioeconómico de los alumnos y su impacto sobre la competencia matemática de los estudiantes. Encontraron que, en la mayoría de los países, las OTL están relacionadas significativamente con el desempeño de estudiantes en matemáticas, que existen relaciones entre el nivel socioeconómico y las OTL, y que una tercera parte del efecto del ESCS sobre la competencia matemática se debe a su asociación con las OTL.

Con estos antecedentes, el objetivo principal de este trabajo fue analizar la relación entre las OTL y el logro de los estudiantes mexicanos en matemáticas. Este estudio tiene al menos dos variaciones en comparación con los dos trabajos referidos de Schmidt y colaboradores:

- El estudio se enfocó en estudiantes mexicanos que participaron en la prueba de PISA 2012, mientras que Schmidt, Zoido y Cogan (2014) y Schmidt, Burroughs, Zoido y Houang (2015) trabajaron con poblaciones de estudiantes de distintos países.
- Se tomaron los cuatro constructos de OTL originales, tal como aparecen en la base de datos de PISA, mientras que Schmidt, Zoido y Cogan analizaron tres constructos de OTL, uniendo en un solo factor las OTL relacionadas con álgebra y geometría.

¹Debido a que cada estudiante responde a un número limitado de ítems de la prueba, es preciso estimar su comportamiento en el total de los reactivos. En vez de predecir una única puntuación, se genera una distribución a posteriori de valores para cada alumno con sus probabilidades asociadas. De esta distribución se obtienen aleatoriamente cinco valores denominados “valores plausibles”.

2. Método

En esta investigación se analizaron tres tipos de variables de los estudiantes: 1) logro en Matemáticas, 2) OTL de Matemáticas y 3) ESCS de los estudiantes. Como ya se mencionó, el logro de Matemáticas de PISA está compuesto por cuatro áreas temáticas y, para cada una de ellas, se reportan cinco valores plausibles para casa estudiante. En este estudio solo se trabajó con el primero de ellos debido a que no se realizan extrapolaciones al resto de la población objetivo de PISA.

Asimismo, PISA proporciona información sobre cuatro tipos de OTL de Matemáticas. Cada uno se indaga con de dos maneras: primero, con la frecuencia con que al estudiante se le enseña un tipo de contenido matemático y, segundo, con la frecuencia con que se le evalúa cada uno de ellos. En la tabla 1, del lado izquierdo aparece el contenido de los cuatro constructos, en la segunda columna los tipos de experiencia de cada constructo (didáctica y evaluativa) y en la última columna, el nombre o abreviación de las ocho variables analizadas. En todos los casos la frecuencia de exposición a uno u otro tipo de experiencia se evaluó con la siguiente escala: nunca, raramente, algunas veces y frecuentemente. En el Anexo A se presentan ítems que ejemplifican la manera en que se indagaron estas variables.

Tabla 1. Variables de OTL de matemáticas utilizadas en PISA 2012

CONSTRUCTO	VARIABLES	NOMBRE
Problemas conceptuales con base en tareas de álgebra	Experiencia didáctica	ALGWPCLA
	Experiencia evaluativa	ALGWPTES
Tareas que requieren procedimientos	Experiencia didáctica	PROCEDCL
	Experiencia evaluativa	PROCEDTE
Razonamiento puro con base en tareas de geometría	Experiencia didáctica	PURMATCL
	Experiencia evaluativa	PURMATTE
Aplicación de razonamiento matemático	Experiencia didáctica	APLIMACL
	Experiencia evaluativa	APLIMATE

Fuente: Elaboración propia a partir de INEE (2012) y OCDE (2013).

Finalmente, PISA reporta el ESCS en una escala que oscila entre -3 y +3, una media igual a 0 (equivalente al promedio de los países de la OCDE) y una desviación estándar de 1. El indicador ESCS se elabora con las respuestas de los estudiantes a los cuestionarios de contexto y está determinado principalmente por el estatus ocupacional de los padres, por su nivel de escolaridad, y por el poder adquisitivo (estimado a partir de las posesiones en el hogar).

3. Resultados

Para empezar, se realizaron análisis descriptivos básicos de las ocho variables de OTL, de los cuatro contenidos que componen la competencia matemática y del índice ESCS. Posteriormente se procedió a realizar un análisis de regresión lineal múltiple, considerando las cuatro áreas temáticas de matemáticas como variables a predecir, y las ocho variables de OTL y el índice ESCS como variables predictoras. Finalmente, se utilizaron dos modelos estructurales cuyo variable a predecir fue la competencia global en Matemáticas y las variables predictoras fueron los cuatro constructos de OTL; en el

primero de ellos no se consideró la variable ESCS, mientras que en el segundo sí se tomó en cuenta.

3.1. Análisis descriptivo

En todos los casos, las respuestas de los estudiantes a las preguntas de OTL se recodificaron de la siguiente manera: nunca (0), raramente (1,) algunas veces (2) y frecuentemente (3). Una vez hecha esta recodificación, se calcularon las medias, desviaciones estándar (DE) y coeficientes de variación (CV) (que es una medida relativa de dispersión) para las ocho variables consideradas en el estudio, las que se presentan en la tabla 2. Aquí se podrá apreciar que las medias más altas se observan en las OTL relacionadas con experiencias en tareas matemáticas que requieren procedimientos, tanto para su enseñanza (PROCEDCL = 2.53) como para su evaluación (PROCEDTE = 2.36). Por su parte, los promedios más bajos se presentan en las OTL relativas a la aplicación de razonamiento matemático, tanto para su enseñanza (PURMATCL = 2.26) como para su evaluación (PURMATTE = 1.84). Asimismo, la tabla 2 muestra que, en los cuatro constructos de OTL, los alumnos reportan tener mayor experiencia en situaciones de aprendizaje que en condiciones de evaluación.

Tabla 2. Medias y desviaciones estándar de las variables de OTL de Matemáticas

CONSTRUCTOS	VARIABLES	NOMBRE	N	MEDIA	DE	CV
Problemas conceptuales con base en tareas de álgebra	Didáctica	ALGWPCLA	21423	2.30	0.707	0.307
	Evaluativa	ALGWPTES	21325	2.20	0.730	0.332
Tareas que requieren procedimientos	Didáctica	PROCEDCL	21406	2.53	0.668	0.264
	Evaluativa	PROCEDTE	21347	2.36	0.725	0.307
Razonamiento puro con base en tareas de geometría	Didáctica	PURMATCL	21382	2.26	0.745	0.330
	Evaluativa	PURMATTE	21309	2.12	0.778	0.367
Aplicación de razonamiento matemático	Didáctica	APLIMACL	21340	2.17	0.730	0.336
	Evaluativa	APLIMATE	21268	1.84	0.743	0.404

Nota: Donde: N = estudiantes evaluados, DE = desviación estándar y CV = coeficiente de variación.

Fuente: Elaboración propia a partir de INEE (2012) y OCDE (2013).

En cuanto al ESCS que maneja PISA, los datos muestran que los alumnos mexicanos presentan una media de -1.019 y una desviación estándar de 1.248. Esto quiere decir que los estudiantes mexicanos están a una desviación estándar por debajo del promedio de los estudiantes de los países de la OCDE.

Por su parte, la tabla 3 muestra los resultados de los estudiantes mexicanos en las cuatro áreas temáticas que conforman la prueba de Matemáticas de PISA 2012. En ella se podrá observar que las puntuaciones en cada una de ellas son muy parecidas, con excepción de la primera (Cambio y Relaciones) que es más baja entre ocho y nueve puntos que los tres restantes.

3.2. Análisis predictivo de OTL y logro en matemáticas

La tabla 4 muestra los resultados del análisis de regresión lineal de las ocho variables de OTL y el logro en las cuatro áreas de matemáticas. Se puede observar que las ocho OTL predicen de manera significativa a los cuatro dominios matemáticos. Sin embargo, las OTL relacionadas con tareas que requieren procedimientos fueron las que obtuvieron mejores valores predictivos sobre el logro en los distintos contenidos matemáticos:

experiencia didáctica (entre 18.2 y 25.2 puntos) y experiencia evaluativa (entre 10.9 y 14.7).

Tabla 3. Estadísticos descriptivos de las cuatro áreas temáticas de Matemáticas de PISA 2012

DOMINIO MATEMÁTICO POR ÁREAS	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	DE
Cambio y Relaciones	18.24	753.08	410.48	85.95
Cantidad	26.88	784.55	419.42	86.04
Espacio y Forma	55.78	774.43	418.05	81.20
Incertidumbre y datos	47.21	698.09	418.07	66.76

Nota: los estadísticos se calcularon con el primer valor plausible; el total de estudiantes evaluados para todos los casos fue igual a 33,806.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4. Coeficiente de regresión (B) de variables de OTL en matemáticas y el logro en cuatro dominios matemáticos, muestra mexicana en PISA 2012

Constructo	OTL		ÁREAS DE MATEMÁTICAS			
	Variable	Nombre	Cambio y Relaciones	Cantidad	Espacio y Forma	Incertidumbre y datos
Intercepto			315.274	329.881	343.005	348.159
Problemas concept. con base en tareas de álgebra	Didáctica	ALGWPCLA	9.316	9.269	8.138	7.108
	Evaluación	ALGWPTES	7.893	7.167	6.123	4.544
Tareas que requieren procedimientos	Didáctica	PROCEDCL	25.214	24.511	21.148	18.223
	Evaluación	PROCEDTE	14.727	13.894	12.496	10.998
Razonamiento puro con base en tareas de geometría	Didáctica	PURMATCL	-10.827	-10.380	-10.467	-7.932
	Evaluación	PURMATTE	-8.042	-8.756	-7.703	-5.077
Aplicación de razonamiento matemático	Didáctica	APLIMACL	-3.498	-3.911	-3.640	-2.556
	Evaluación	APLIMATE	5.352	5.856	5.564	4.391

Fuente: Elaboración propia.

En segunda instancia, las OTL relacionadas con problemas algebraicos obtuvieron coeficientes de regresión moderados en la predicción del logro en los cuatro contenidos matemáticos: de 7.11 a 9.32 en experiencias didácticas y de 4.54 y 7.89 en experiencias evaluativas. Finalmente, es interesante notar que las dos OTL relacionadas con razonamiento matemático puro (con base en tareas de geometría) obtuvieron coeficientes negativos y significativos, aunque moderados, sobre los contenidos matemáticos (entre -5.08 y -10.38), mientras que las dos OTL sobre aplicación de razonamiento matemático tuvieron efectos paradójicos: negativos en situaciones didácticas (entre -2.56 y -3.91) y positivos en situaciones evaluativas (entre 4.39 y 5.86).

La figura 1 muestra el modelo resultante de relaciones estructurales que incluyó como variables predictoras del logro en Matemáticas a los cuatro constructos de OTL, cada uno conformado por dos variables: experiencia didáctica y experiencia evaluativa. En este modelo también se puede observar que la variable a predecir, el constructo logro en Matemáticas, estuvo conformado por las cuatro variables de las áreas temáticas de matemáticas.

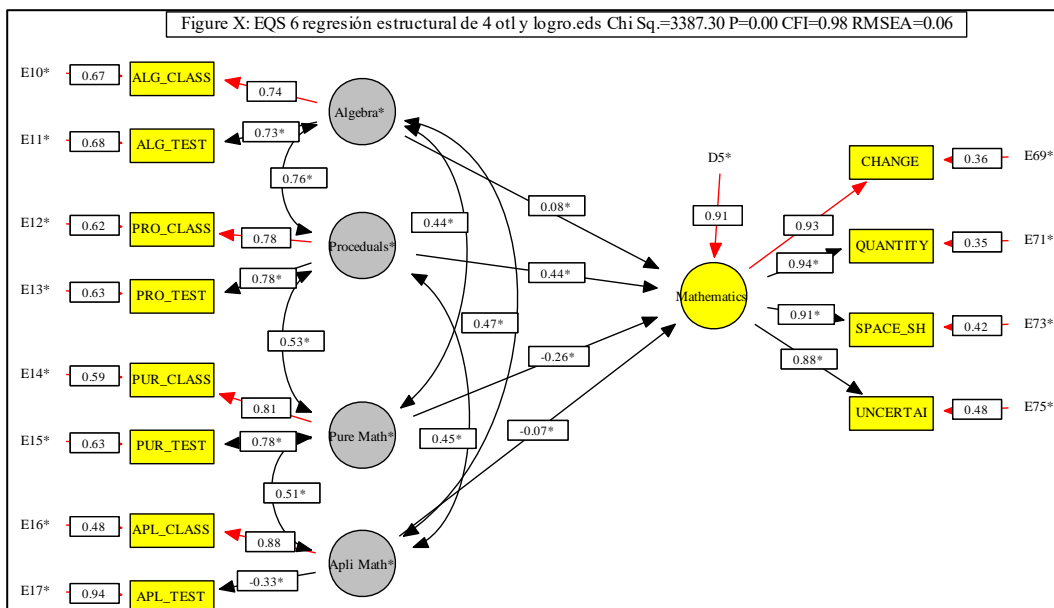


Figura 1. Resultado del Modelo de regresión estructural entre OTL en Matemáticas y logro en contenidos matemáticos
Fuente: Elaboración propia.

La figura 1 muestra el sentido y magnitud de las relaciones entre las variables estudiadas. De derecha a izquierda se puede apreciar que el constructo logro en Matemáticas presenta altos coeficientes de regresión (entre 0.88 y 0.94) con los cuatro dominios que lo conforman, así como bajos coeficientes de error (entre 0.35 y 0.48). Estos resultados significan que se trata de un constructo sólido. Por otra parte, del lado izquierdo de la gráfica se encuentran las relaciones de los cuatro constructos de OTL con el aprendizaje global de Matemáticas. Aquí se puede apreciar que los coeficientes de regresión son menores que los de Matemáticas y que los coeficientes de error son altos. Asimismo, se pueden apreciar un coeficiente negativo en la OTL Aplicación de razonamiento matemático, con la variable experiencia evaluativa (que es la de mayor variabilidad relativa). Estos resultados indican que los constructos de OTL no son robustos, condición que puede hacer difícil la interpretación de los resultados.

A pesar de esta limitación, el modelo empírico obtuvo buenos indicadores de bondad de ajuste ($P = 0.00$, $CFI = 0.98$, $RMSEA = 0.06$) respecto al modelo hipotético sometido a prueba. Asimismo, este modelo muestra que las OTL referidas a experiencia con tareas de matemáticas que requieren procedimientos son las que mejor predicen el logro global en matemáticas, de manera positiva y significativa (coeficiente de regresión = 0.44). Por otra parte, las OTL relacionadas con razonamiento matemático puro son las que en segundo lugar predicen mejor el logro en Matemáticas, pero de manera negativa (-0.26); resultados paradójicos y difíciles de explicar.

El modelo de regresión estructural resultante que es mostrado en la figura 1, incluye también los índices de covarianza entre los cuatro constructos de OTL considerados como predictores del constructo logro en matemáticas. Esta forma de análisis permite identificar el tipo de relación inicial entre las variables predictoras, para analizar el efecto diferencial de las variables predictoras sobre el constructo a predecir (logro en matemáticas). Estas covarianzas se señalan con las flechas curvadas y bidireccionales. En la figura 1 se observa que la mayoría de las covarianzas fluctúan entre 0.44 y 0.53, lo

que indica que hay una interdependencia moderada entre los constructos, con excepción de la relación entre problemas conceptuales (con base en tareas de álgebra) y tareas que requieren procedimientos cuya relación asciende a 0.76.

Ahora bien, en la figura 2 se presenta el modelo descrito anteriormente cuando se incluye también como variable predictora del logro el ESCS del estudiante. Se podrá apreciar que este modelo es muy similar al reportado en la figura 1, incluso en los indicadores de bondad de ajuste ($P=0.00$, $CFI=0.97$, $RMSEA = 0.06$). Sin embargo, se puede observar que disminuyen los coeficientes de regresión entre la OTL que requiere de procedimientos y el logro (de 0.44 a 0.38), y entre la OTL relacionada con razonamiento matemático puro (con base en tareas de geometría), y el logro (de -0.26 a -0.24). Por otra parte, el ESCS predice de manera positiva, pero moderada, el logro en Matemáticas (coeficiente = 0.28).

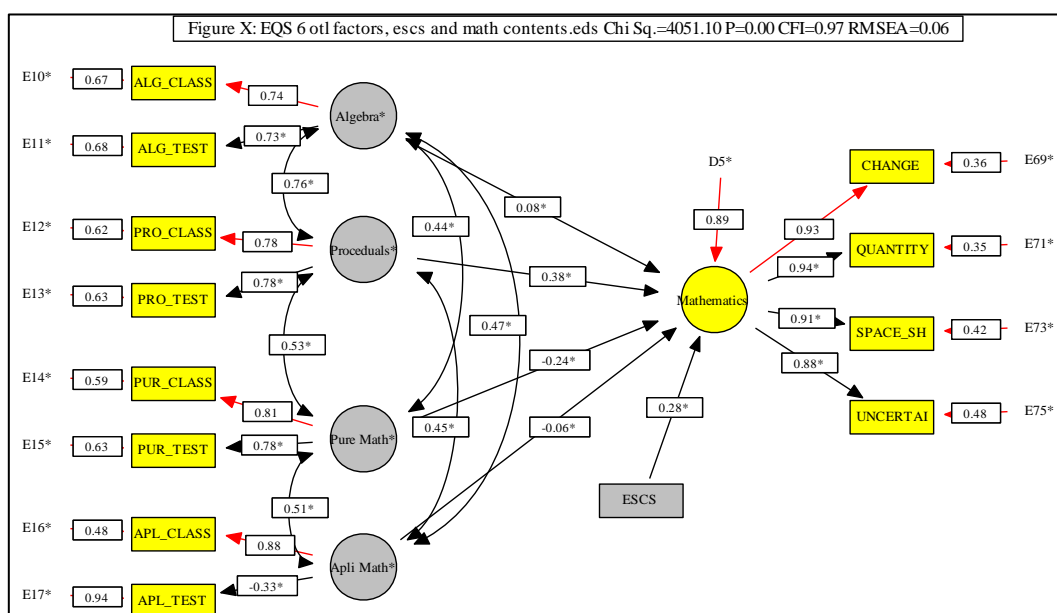


Figura 2. Resultado del Modelo de regresión estructural entre cuatro constructos de OTL en Matemáticas, nivel socioeconómico y cultural y logro en contenidos matemáticos
Fuente: Elaboración propia.

4. Discusión

El propósito de este trabajo fue conocer la relación que existe entre las oportunidades que los estudiantes tienen para aprender distintos tipos de conocimientos y procedimientos matemáticos y el dominio que logran dichos alumnos en este campo disciplinario. Para lograr este objetivo se analizó la base de datos de México en el estudio de PISA 2012, que contiene información de cerca de 22 mil estudiantes participantes sobre: 1) el logro educativo en Matemáticas, 2) las diversas prácticas de enseñanza y evaluación a las que son expuestas los estudiantes y 3) el estatus socioeconómico y cultural de los alumnos.

Los resultados de estos análisis muestran que, en una escala de 200 a 800, los estudiantes mexicanos obtuvieron puntuaciones promedio cercanas a 415 puntos; es decir, casi una desviación estándar por debajo de los países de la OCDE. En las cuatro áreas temáticas que conforman la prueba de Matemáticas, los resultados son muy

similares, con una puntuación menor en el área Cambio y relaciones y con una varianza menor en el área Incertidumbre y datos. Por otro lado, el nivel de ESCS de los estudiantes nacionales se encuentra una desviación estándar por debajo del promedio de los estudiantes de los países de la OCDE.

En cuanto a las OTL, los estudiantes del país tienen una mayor exposición en Tareas que requieren procedimientos, después en Problemas conceptuales con base en tareas de álgebra, seguido de Razonamiento puro con base en tareas de geometría y, finalmente, en Aplicación de razonamiento matemático. Asimismo, en las cuatro OTL, los estudiantes mexicanos reportan tener mayor frecuencia de experiencias de enseñanza que de evaluación. Estos resultados respaldan el supuesto de que las OTL están asociadas con variables instruccionales, que facilitan una mayor exposición a contenidos o temas de aprendizaje (Carroll, 1963; Stevens, 1993), tanto de conceptos matemáticos como de procedimientos y el razonamiento matemático. No obstante, estos datos divergen de los hallazgos de Stevens, Wiltz y Bailey (1998), quienes encontraron que la mayoría de los profesores de nivel elemental, media y preparatoria de los Estados Unidos refirieron como una de las estrategias más usadas para valorar las OTL en el salón de clases, el evaluar a los estudiantes para determinar su nivel de dominio y de habilidades o conceptos enseñados. Sin duda alguna, las prácticas pedagógicas de los docentes mexicanos no son las mismas que la de los norteamericanos, razón por la cual habría que explorar en futuras investigaciones en qué medida dichas diferencias pueden explicar las discrepancias encontradas con el estudio de Stevens, Wiltz y Bailey (1998).

En cuanto a las relaciones que guardan las ocho variables de OTL con las puntuaciones de logro en Matemáticas, los análisis de regresión múltiple muestran que la OTL que mejor predice el aprendizaje es el relacionado con Tareas que requieren procedimientos seguido por Problemas conceptuales con base en tareas de álgebra. Como parecen indicar los resultados de este estudio, la familiaridad con la que los alumnos desarrollan conceptos matemáticos y su aplicación en situaciones cotidianas dependen de las diversas experiencias en la práctica instruccional de las matemáticas, lo que concuerda con los hallazgos de Planas (2014) y de Shahrill y Clarke (2014) sobre la importancia de que los estudiantes tengan mayor participación en las discusiones de matemáticas alrededor de ideas y contenidos matemáticos. Sin embargo, llama la atención que las experiencias de los estudiantes con el Razonamiento puro con base en tareas de geometría y con la Aplicación de razonamiento matemático correlacionen negativamente con el logro en Matemáticas en PISA.

Por otro lado, el modelamiento estructural de las variables estudiadas (figura 1), sin considerar el nivel socioeconómico de los estudiantes, arrojó los siguientes resultados:

- El modelo empírico mostró tener buenos indicadores de ajuste, respecto al modelo hipotético.
- Las cuatro áreas temáticas que componen la prueba de Matemáticas presentaron altos coeficientes de regresión (de 0.88 a 0.94) y bajos niveles de error asociado a las estimaciones (de 0.35 a 0.48); lo que indica que el constructo de logro es sólido y bien estructurado.
- En la mayoría de los casos, los cuatro constructos de OTL presentaron coeficientes de regresión medios-altos con las dos variables que los conforman: experiencias de enseñanza y de evaluación. Paradójicamente, la OTL Aplicación

de razonamiento matemático presenta una relación negativa con la experiencia de evaluación. Asimismo, se observan altos coeficientes de error asociado a las estimaciones (de 0.48 a 0.94), lo que indica que los constructos de OTL carecen de solidez técnica.

- Las relaciones entre los cuatro constructos de OTL con el logro de Matemáticas muestran que: a) es positiva y de intensidad media (0.38) para el caso de Tareas que requieren procedimientos, b) es positiva y de intensidad baja (0.08) para Problemas conceptuales con base en tareas de álgebra, c) es negativa y de magnitud media-baja (-0.24) para Razonamiento puro con base en tareas de geometría y d) es negativa y de intensidad baja (-0.06) para Aplicación de razonamiento matemático.

Por un lado, estos resultados coinciden parcialmente con el estudio de Schmidt, Zoido y Cogan (2014), realizado con la base internacional de PISA 2012, en la que demostraron que los alumnos mexicanos con mayor exposición a problemas matemáticos formales de tipo algebraico y geométrico tuvieron un mejor desempeño en la prueba de Matemáticas, pero solo en dos de los cuatro dominios matemáticos evaluados (Cambio y relaciones, y Espacio y forma). Por otro lado, ambos estudios coinciden en encontrar una relación negativa entre el logro en Matemáticas y la OTL Aplicación de razonamiento matemático.

Sin embargo, no es fácil explicar la relación negativa entre las dos OTL y los resultados de logro en Matemáticas. A manera de hipótesis se podría pensar en dos posibilidades: 1) que dichas OTL no están bien diseñadas, por lo que no miden correctamente las oportunidades de aprendizaje que pretenden medir y 2) que las dos OTL no tienen relación alguna con los contenidos de las cuatro áreas que conforman la prueba de Matemáticas de PISA 2012. En cualquier caso, habría que probar ambas hipótesis. Una forma de hacerlo sería, por ejemplo, indagando por separado la relación de estas dos OTL con cada una de las cuatro áreas que conforman la prueba de Matemáticas.

Los datos hasta aquí analizados sobre la relación diferencial entre estas cuatro OTL con el logro en matemáticas de alumnos mexicanos, sugieren la necesidad de explorar con mayor precisión la interacción didáctica de las matemáticas en el aula, la exposición y énfasis de los contenidos o temas, la calidad de la instrucción, y sobre qué aprendieron los estudiantes (Schmidt y McKnight, 2015; Stevens, 1996; Wang, 1998). Asimismo, nuestros datos muestran el efecto diferencial de las diversas dimensiones de experiencias con problemas matemáticos en el aula, sobre el constructo logro en contenidos matemáticos, y coinciden con la importancia de concebir a las OTL como un término multidimensional y de que estas diferentes dimensiones de las OTL y su relación con logro, pueden ser medidos simultáneamente (Wang, 1998). De igual manera, el constructo razonamiento matemático podría ser desagregado, además de su naturaleza de pura o aplicada, en relación con los referentes temáticos en matemáticas, por ejemplo, el uso de estrategias de razonamiento geométrico y el uso de estrategias de razonamiento algebraico (Wiley y Yoon, 1995).

Respecto al modelo estructural (figura 2) que consideró el estatus socioeconómico y cultural de los estudiantes, los resultados muestran que:

- El modelo empírico mostró tener buenos indicadores de ajuste, respecto al modelo hipotético.

- Se mantienen los mismos coeficientes de regresión entre los constructos de logro y OTL, respecto a las variables que los conforman.
- Se mantienen las direcciones de las relaciones entre las OTL y el logro en Matemáticas, aunque disminuye un poco la magnitud de las relaciones.
- La variable ESCS se relaciona de forma positiva y con una magnitud media-baja (0.28) con el logro en Matemáticas.

Estos resultados coinciden con el estudio de Schmidt y colaboradores (2015), quienes encontraron una alta asociación entre las variables ESCS y las OTL; entre las OTL y el logro en Matemáticas; y, que una tercera parte del efecto del ESCS sobre el logro en matemáticas se debe a su asociación con las OTL. Asimismo, estos datos concuerdan con los hallazgos de Cueto y colaboradores (2008), con estudiantes peruanos, quienes reportaron una alta asociación entre las OTL y el logro en Matemáticas, y encontraron que las diferencias en las OTL dependían del nivel de ESCS de los alumnos.

Para finalizar, es importante señalar dos limitaciones fundamentales del estudio de PISA en la construcción de los constructos de OTL. Una radica en que cada constructo de OTL incluyó solamente dos variables (construidas con un ítem), una referida a las experiencias en el momento de la instrucción y otra referida a las experiencias en evaluaciones sobre dichos temas o contenidos de matemáticas. Sería conveniente ampliar por lo menos a tres ítems para experiencias en clases y tres para experiencias en evaluaciones para cada OTL. Otra limitación es que las OTL se basan solo en la opinión de los alumnos, sin recoger información de los docentes sobre estas oportunidades de aprendizaje.

Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo y los recursos facilitados por la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM) y por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), para la realización de una estancia de año sabático, bajo la dirección del Dr. Eduardo Backhoff, periodo en el cual fue realizado este trabajo.

Referencias

- Bove, G., Marella, D. y Vitale, V. (2016). Influences of school climate and teacher's behavior on student's competencies in mathematics and the territorial gap between Italian macro-areas in PISA 2012. *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies*, 13, 63-96. <https://doi.org/10.7358/ecps-2016-013-bove>
- Carroll, J. (1963). A model of school learning. *Teacher College Record*, 64, 723-733.
- Carroll, J. (1989). The Carroll model: A 25-year retrospective and prospective view. *Educational Researcher*, 18(1), 26-31. doi: <https://doi.org/10.3102/0013189X018001026>
- Coleman, J. S. (1967). *The concept of equality of educational opportunity*. Baltimore, MD: Johns Hopkins University.
- Cueto, S., Guerrero, G., León, J., Zapata, M. y Freire, S. (2014). The relationship between socioeconomic status at age one, opportunities to learn and achievement in mathematics in fourth grade in Perú. *Oxford Review of Education*, 40(1), 50-72. <https://doi.org/10.1080/03054985.2013.873525>

- Cueto, S., León, J., Ramírez, C. y Guerrero, G. (2008). Oportunidades de aprendizaje y rendimiento escolar en matemática y lenguaje: Resumen de tres estudios en Perú. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6(1), 29-41.
- Elliott, S. N. (2015). Measuring opportunity to learn and achievement growth: Key research issues with implications for the effective education of all students. *Remedial and Special Education*, 36(1), 58-64. <https://doi.org/10.1177/0741932514551282>
- Haertel, G. D., Walberg, H. J. y Weinstein, T. (1983). Psychological models of educational performance: a theoretical synthesis of constructs. *Review of Educational Research*, 53(1), 75-91. <https://doi.org/10.3102/00346543053001075>
- INEE. (2012). *Programa internacional para la evaluación de los estudiantes OCDE PISA 2012. Cuestionario del estudiante – Forma C*. Ciudad de México: INEE.
- Jensen, B., Pérez, M. G. y Aguilar, A. (2015). Framing and assessing classroom opportunity to learn: the case of Mexico. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 23(1), 149-172. doi: <https://doi.org/10.1080/0969594X.2015.1111192>
- McDonell, L. (1995). Opportunity to learn as a research concept and a policy instrument. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 305-322. <https://doi.org/10.3102/01623737017003305>
- OCDE. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. París: OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Planas, N. (2014). One speaker, two languages: Learning opportunities in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 87(1), 51-66. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9553-3>
- Schmidt, W. H., Burroughs, N. A., Zoido, P. y Houang, R. T. (2015). The role of schooling in perpetuating educational inequality an international perspective. *Educational Researcher*, 44(7), 371-386. <https://doi.org/10.3102/0013189X15603982>
- Schmidt, W. H. y McKnight, C. C. (1995). Surveying educational opportunity in mathematics and science: An international perspective. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 337-353. <https://doi.org/10.3102/01623737017003337>
- Schmidt, W. H., Zoido, P. y Cogan, L. (2014). *Schooling matters: Opportunity to learn in PISA 2012*. París: OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5k3v0hldmchl-en>
- Shahrill, M. y Clarke, D. J. (2014). Brunei teachers' perspectives on questioning: Investigating the opportunities to "Talk" in mathematics lessons. *International Education Studies*, 7(7), 1-7. <https://doi.org/10.5539/ies.v7n7p1>
- Stacey, K. (2015). *The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items*. En S. J. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 771-790). Seúl: Springer International Publishing.
- Stevens, F. I. (1993). Applying an opportunity-to-learn conceptual framework to the investigation of the effects of teaching practices via secondary analyses of multiple-case-study summary data. *The Journal of Negro Education*, 62(3), 232-248. <https://doi.org/10.2307/2295463>
- Stevens, F. I. (octubre, 1996). The need to expand the opportunity to learn conceptual framework: Should students, parents, and school resources be included? Comunicación presentada en *Conference of the American Educational Research Association*. Nueva York, NY.

Stevens, F. I., Wiltz, L. y Bailey, M. (1998). *Teachers' evaluations of the sustainability of opportunity to learn (OTL) assessment strategies. a national survey of classroom teachers in large urban school districts*. Washington, DC: Office of Educational Research and Improvement

Wang, J. (1998). Opportunity to learn: The impacts and policy implications. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 20(3), 137-156. <https://doi.org/10.3102/01623737020003137>

Wiley, D. E. y Yoon, B. (1995). Teacher reports on opportunity to learn: Analyses of the 1993 California learning assessment system (CLAS). *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 355-370. <https://doi.org/10.3102/01623737017003355>

Anexo A. Ejemplo de ejercicios y preguntas de OTL

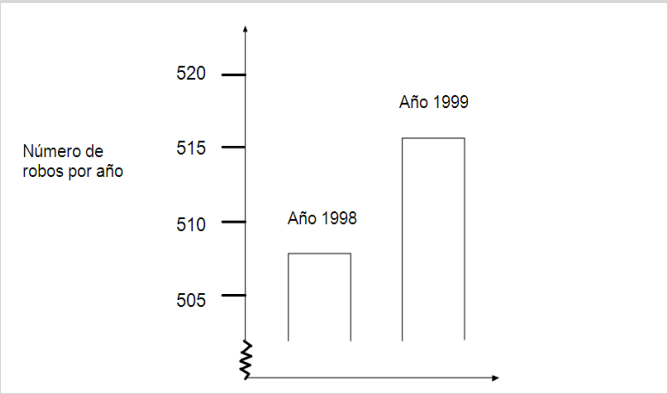
OTL con tareas que requieren procedimientos

- ¿Con qué frecuencia te has enfrentado con este tipo de problemas en tus clases de Matemáticas? (A menudo, A veces, Casi nunca, Nunca)
- ¿Con qué frecuencia te has enfrentado con este tipo de problemas en las pruebas escolares? (A menudo, A veces, Casi nunca, Nunca)

OTL con aplicación de razonamiento matemático

En este tipo de problema tienes que aplicar conocimientos particulares de Matemáticas para encontrar una respuesta útil a un problema de la vida diaria o del trabajo. Los datos y la información se refieren a situaciones reales. Aquí hay dos ejemplos:

Un reportero de la TV dice "Esta gráfica muestra que ha aumentado muchísimo el número de robos de 1998 a 1999".



Año	Número de robos
Año 1998	510
Año 1999	515

¿Consideras que la afirmación del reportero es una interpretación razonable de la gráfica? Da una explicación para sustentar tu respuesta.

Durante años, la relación entre la frecuencia cardíaca máxima recomendada de una persona y su edad se describía con la siguiente fórmula:

- Frecuencia cardíaca máxima recomendada = $220 - \text{edad}$

Las investigaciones recientes han demostrado que esta fórmula debe modificarse un poco. La nueva fórmula es como sigue:

- Frecuencia cardiaca máxima recomendada = $208 - (0.7 \times \text{edad})$

Queremos saber qué experiencia has tenido en la escuela con este tipo de problemas. ¡No lo resuelvas!

- ¿Con qué frecuencia te has enfrentado con este tipo de problemas en tus clases de Matemáticas? (A menudo, A veces, Casi nunca, Nunca).
- ¿Con qué frecuencia te has enfrentado con este tipo de problemas en las pruebas escolares? (A menudo, A veces, Casi nunca, Nunca).

Breve CV de los autores

Aldo Bazán Ramírez

Licenciado en Psicología por la Universidad Nacional Federico Villarreal de Perú, Maestro y Doctor en Psicología por la Universidad Nacional Autónoma de México. Ha realizado estancias académicas en la Universidad de Connecticut, Universidad Autónoma de Barcelona, Universidad Sacre Cuore de Milán, Universidad de Guadalajara y en el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación de México.

Actualmente es Profesor Investigador de Tiempo completo en la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Centro de Investigación Transdisciplinar en Psicología, y anteriormente ha sido profesor en el Instituto Politécnico Nacional, Instituto Tecnológico de Sonora y como profesor auxiliar en la Universidad Nacional Federico Villarreal. ORCID ID: 0000-0001-6260-5097. Email: abazan@uaem.mx

Eduardo Backhoff Escudero

Es licenciado en Psicología y doctor en Educación. Fue Profesor de la carrera de Psicología en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), investigador en la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Director del Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo de la UABC, Editor científico de la Revista Electrónica de Investigación Educativa (REDIE) y Director de Pruebas y Medición del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). Actualmente, es Consejero de su Junta de Gobierno del INEE y miembro del Sistema Nacional de Investigación (México). Su campo de interés es el desarrollo y validación de instrumentos de evaluación educativa. Actualmente, es el representante de México en PISA. ORCID ID: 0000-0001-7267-4774. Email: backhoff@inee.edu.mx

Rafael Turullols Fabre

Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Sonora y Maestro en Economía por el Instituto Tecnológico Autónomo de México. A partir del 2005 se integra al Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en el área de Pruebas Internacionales, en donde participa en las diferentes etapas y procesos de dichas pruebas, tales como PISA, Cívica y las del LLECE. En el 2015 se integra como Director de la Oficina del INEE en Quintana Roo donde coordina las acciones del Instituto en dicha entidad. ORCID ID: 0000-0002-1232-987X. Email: rturullols@inee.edu.mx