

DEL PLAN 1971 AL PLAN BOLONIA: LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE PRIMARIA DE LA UNIVERSIDAD DE BARCELONA

En este breve comentario analizamos la evolución de los contenidos de la disciplina *didáctica de la matemática* en la formación de maestros/as de primaria en los últimos cuarenta años, que es el período que, aproximadamente, dista entre la incorporación de estos estudios al conjunto de las carreras universitarias españolas y la inmersión de éstas en los modelos universitarios europeos.

Como referencia o fuente documental principal utilizaremos los programas de las asignaturas troncales de matemáticas de la Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de la Universidad de Barcelona que hemos podido localizar en diferentes archivos, pero especialmente en el de uno de los autores que ha sido docente en estas enseñanzas durante el período considerado. También, y de un modo más difuso, se han tenido en cuenta las obligadas lecturas de obras y textos profesionales, así como la huella que dejan las múltiples conversaciones mantenidas a lo largo de tan dilatado tiempo con los numerosos (más de una treintena) compañeros profesores que impartieron estas enseñanzas en el centro. El motivo de que la base documental del estudio se asiente en esos programas es para intentar preservar, en lo posible, el carácter objetivo del mismo y evitar así el mero recurso a la memoria, que con frecuencia nos conduce a visiones parciales o sesgadas por la impronta que la afectividad impone en aquellos estudios donde los autores son parte directamente implicada.

Para comprender mejor los hechos conviene que nos detengamos un momento para describir, aunque sólo sea brevemente, las especiales características que rodearon la enseñanza de la matemática en la EUFPUB, que es como denominaremos, a partir de ahora, a la *Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de la Universidad de Barcelona* para evitar la repetición de un tan largo título. A diferencia de la situación que era habitual en la mayoría de Escuelas de Magisterio de la época e incluso de lo que ocurría en las restantes enseñanzas de la misma EUFPUB, en el año que situamos el comienzo de nuestro estudio (1970), no había en este centro ningún profesor numerario de matemáticas. Contaba el centro con tres plazas de catedrático dotadas, pero todas ellas se encontraban vacantes y ocupadas por sendos profesores interinos. A estos tres profesores interinos se sumaban otros contratados, cuyo número fue variando, de un año

a otro, según las necesidades docentes del momento, que por lo general eran crecientes dadas las expectativas laborales que el nuevo Plan despertaba en el ámbito estudiantil. El conjunto de todos estos docentes engrosaba la categoría genérica de los profesores no numerarios (PNN), habitualmente llamados “*penenes*”. Esta situación de interinidad y de provisionalidad se mantuvo sin cambios a lo largo de quince años. Se contrataron y se despidieron numerosos profesores durante ese largo período, sin que hubiera una clara dirección ni tampoco coordinación efectiva entre los que permanecían. Se trataba de un grupo muy heterogéneo: por su diferente formación académica (había licenciados en matemáticas y en otras especialidades científicas, tanto teóricas como aplicadas), por su dispar experiencia docente anterior (profesores de enseñanza primaria, secundaria y universitaria en centros públicos o privados), y por sus diferentes maneras de entender la docencia, así como por sus expectativas e intereses personales, que también, como en los anteriores aspectos, mostraban diferencias importantes. Podría pensarse que una comunidad de profesores tan dispar actuaría siempre de una manera dispersa, lo cual era cierto en la mayoría de las acciones internas (léase docencia), pero no era así cuando se trataba de las acciones externas, en estas situaciones se actuaba siempre de una manera solidaria, tomando las decisiones de una modo asambleario. Era un sistema de defensa ante el trato diferenciado recibido por el “*establishment*”, que los marginaba de diversos modos, por ejemplo, no permitiéndoles asistir a los claustros de profesorado, sólo apto para PN (profesores numerarios), recibiendo asignaciones presupuestarias muy inferiores a las que les hubiera correspondido por el número de profesores, e incluso de carácter espacial (un grupo de 12 profesores tenía su lugar de estancia y de reunión en un espacio habilitado en un pasillo que ocupaba menor superficie que la que disponía cualquier catedrático numerario del centro en su despacho).

Sólo se presentaron dos ocasiones en las que se podía haber cambiado esta situación de desequilibrio de estamentos equiparándola al resto de enseñanzas del centro. Una de ellas fue la convocatoria de oposiciones para proveer profesores agregados de EU, que tuvo lugar en Madrid hacia 1980, y que no fueron ganadas por ninguno de los profesores de la EUFPUB que se presentaron a la misma. Años más tarde, en conversaciones mantenidas con miembros de aquellos tribunales, se constató lo que los resultados estadísticos globales sugerían: los tribunales valoraron, además de las pruebas realizadas, los informes enviados por los catedráticos de la disciplina de los centros y, en su defecto, por la dirección. En la EUFPUB no había catedráticos ni agregados

numerarios de matemáticas y la dirección de aquel momento evidenció su hostilidad al personal docente de una enseñanza que no controlaba absteniéndose de presentar informe alguno. La otra ocasión “perdida” fue cuando por decreto ministerial se ofreció la posibilidad de traslado a todos los catedráticos numerarios de Institutos de Enseñanza Media en posesión del título doctor, que lo solicitaran. Con este procedimiento la EUFPUB cubrió la totalidad de vacantes de cátedra existentes, con la única excepción de las tres de matemáticas. Pues, si bien hubo tres catedráticos de matemáticas de IEM con doctorado que solicitaron y obtuvieron el traslado, en el último momento, renunciaron todos ellos por “motivos personales” al mismo. Obviamente los motivos personales que motivaron las renunciaciones se ignoran y son de carácter privado, lo cierto es que estos hechos acrecentaron aún más en el centro la fama (justificada o no) de “ingobernable” que arrastraba el profesorado de esta área.

Cuando un nuevo cambio en las directrices ministeriales (1985) instauró las llamadas *Pruebas de Idoneidad*, para ofrecer estabilidad a los numerosos PNN existentes en las universidades españolas, algunos de los profesores de matemáticas del centro las consiguieron superar. Este hecho provocó, no sólo la estabilidad de los que las aprobaron, sino el fin de las numerosas altas y bajas de profesorado que se habían experimentado en los años anteriores. Poco a poco, el profesorado que permanecía estabilizó su situación a través de los sucesivos concursos-oposición que la legislación del momento desarrolló. Pero, esta progresiva consolidación del personal no eliminó las antiguas relaciones y formas de colaboración entre los miembros del área de matemáticas. Salvo las diferencias de sueldo todos se sentían “iguales” y como tales actuaban, evidenciándose claramente esta actitud en la gestión. Notemos que esta relación de igualdad no ha implicado siempre necesariamente cooperación entre los miembros, sino que ha sido más bien reflejo de la autarquía subyacente. Las decisiones siguieron siendo tomadas por el consenso de la asamblea y afectaban a todos sin tener en cuenta ninguna otra variable que no fuese el número de votos. Incluso con la creación de los departamentos, que motivó la unión organizativa con el *área de didáctica de las ciencias experimentales*, la independencia del *área de didáctica de las matemáticas* en la elaboración de programas, distribución y organización de enseñanzas era total y aceptada por la dirección del mismo, que, hasta el momento de la redacción de este trabajo, ha recaído siempre en profesores del área de ciencias experimentales (más numerosos).

Al lector de estas líneas puede parecerle excesivo este preámbulo, pero lo hemos creído necesario para subrayar el carácter autogestionario de las enseñanzas en el área de didáctica de las matemáticas de la EUFPUB en buena parte del período de estudio considerado. Los programas que vamos a comentar no han sido, por tanto, fruto de una única persona (excepto el primero), sino de la intervención de la comunidad de profesores de matemáticas de la EUFPUB. Por supuesto que, esto no significa necesariamente que todo ese profesorado, en sus clases, siguiera al pie de la letra el programa acordado por el grupo, la libertad de cátedra, con frecuencia invocada, junto a una falta de coordinación efectiva, podía conducir a que sus enseñanzas difirieran del texto escrito, adaptándolo así a su personal visión de la materia. Pero, a pesar de esta observación de carácter realista, creemos que, para el investigador, este conjunto de programas tienen un valor singular y único en su ámbito, al reflejar una visión consensuada de lo que debían ser los contenidos matemáticos en la formación de maestros; no son programas ideales diseñados desde un despacho, sino desde la misma realidad docente y no son tampoco el resultado del criterio de una persona o de pequeño grupo cohesionado, sino de un grupo amplio, formado por profesores de diversa formación, experiencia y creencia, que precisamente por ello, ofrecen una panorámica de la evolución de las tendencias, las novedades, las modas que se han producido en la enseñanza de esta disciplina en los últimos cuarenta años.

EL PLAN DEL 1971 Y LAS CONSECUENCIAS DE LA INCORPORACIÓN DE LA FORMACIÓN DE MAESTROS AL CONJUNTO DE LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS

La Ley de Educación de 1970 ampliaba los estudios primarios obligatorios instituyendo la E.G.B. (Educación General Básica), que escolarizaba a los niños españoles desde los seis hasta los catorce años, dividida en dos etapas, la primera de seis cursos (subdividida en ciclo inicial y ciclo medio de tres años cada uno) y la segunda de dos (también llamada ciclo superior). Este cambio radical en la duración de la enseñanza primaria llevó consigo la necesaria preparación y especialización del profesorado que debía cubrir tan amplio espectro educativo. También establece el plan de 1971, que los estudios de Magisterio, al igual que otros estudios profesionales de grado medio, se integren en las universidades del distrito al que pertenecen, dejando de ser Escuelas Normales para pasar a denominarse Escuelas Universitarias de Formación del Profesorado (EUFPP). Las exigencias académicas para estudiar en estos nuevos centros

eran las mismas que para ingresar en cualquier otro centro de carácter universitario. Tenían estos estudios el carácter de diplomatura, es decir, una duración de tres años y las prácticas escolares ocupaban un cuatrimestre del tercer curso. El primer año era común a todos los alumnos y los dos siguientes correspondían a la especialidad elegida. En este Plan las matemáticas se impartían en el primer curso, común a todos los alumnos, y en los dos cursos de la especialidad de Ciencias.

El Plan de 1971 supuso un reto organizativo y estructural importante para la recién creada EUFPUB, pues, junto al mantenimiento hasta su extinción de las enseñanzas del antiguo Plan de 1967, se tenían que añadir las del nuevo, que se preveía iban a tener gran demanda pues conducían a un título profesional muy demandado en aquellos años en los que la enseñanza primaria se ampliaba, y que, además, por ser una diplomatura universitaria, podía servir de puente a otras enseñanzas universitarias.

Al incremento de alumnado se produjo, en paralelo, un crecimiento de profesorado, acompañado también de una necesaria actualización y reciclado del antiguo, carente en muchas ocasiones no sólo del grado de doctor, sino incluso de licenciaturas universitarias. En esta panorámica de renovación se sitúa la urgencia por diseñar los programas de las nuevas enseñanzas. Esta labor recayó fundamentalmente en el antiguo profesorado titular, pero en el caso de las matemáticas, como ya se ha comentado, éste era inexistente en la EUFPUB. Ante este hecho, el equipo directivo del momento, aunque en principio era reacio a permitir la intromisión de las facultades estaba aún menos dispuesto a depositar esta tarea en manos de PNN, por lo que finalmente optó por recabar ayuda de la Facultad de Matemáticas de la UB. El profesorado de ésta declinó implicarse personalmente en esta tarea, aunque si se prestó a dar algunas indicaciones de carácter general, aconsejando recurrir para la concreción del programa al cuerpo de docentes de las enseñanzas medias. Finalmente, y para no cansar al lector con demasiados detalles, se nombró en comisión de servicios a un catedrático de un Instituto de Enseñanza Media de la ciudad. Este profesor fue el autor único de los primeros programas de matemáticas del nuevo Plan, tanto del primer curso común (son los dos primeros programas que se incluyen en este trabajo) como de los cursos segundo y tercero de la especialidad de Ciencias. Estos últimos no se conservan, porque el de tercero no se llegó a aplicar y el de segundo sólo se desarrolló parcialmente debido a una protesta generalizada de los alumnos, que obligó a la renuncia del profesor a su comisión de servicios.

Para mejor comprender los contenidos de estos primeros programas hay que tener presentes los objetivos del que los creó. En las escasas y breves conversaciones mantenidas con su autor, éste nos comentó que pretendía seguir las orientaciones de carácter general que había recibido de la Facultad, en el sentido de que las enseñanzas de matemáticas fueran lo suficientemente amplias y consistentes como para que el alumno de la especialidad de Ciencias que las superara pudiera acceder, si ese era su deseo, a los estudios de las principales licenciaturas científicas o técnicas. Subyacía en este planteamiento la bien conocida idea clásica de que lo importante era “saber” matemáticas, pues “enseñarlas” era algo que devenía de ese mismo conocimiento de una forma natural. Por ello, aunque no conservamos los programas de segundo y tercero cursos de la especialidad de Ciencias no es difícil aventurar que en el del segundo se tratarían cuestiones de análisis matemático y en el de tercero geometría y estadística. Como detalle anecdótico que corroboraría en parte esta suposición sobre los contenidos del segundo curso tenemos el hecho de que, cuando el profesor sustituto tuvo que reemplazar al defenestrado autor de los programas, algo avanzado ya el año académico, al consultar los últimos apuntes de los alumnos, vio, por las anotaciones, que se había iniciado un tema dedicado al estudio de las soluciones generales y particulares de las ecuaciones diferenciales de segundo grado. El lector conocedor del tema comprenderá perfectamente las razones que provocaron la rebelión del alumnado.

Fijemos ahora nuestra atención en los dos programas que se conservan de estos primeros años de establecimiento del Plan 1971. Como ya se ha dicho, corresponden al primer curso, que era común a todos los alumnos y que debía proporcionar el bagaje didáctico-matemático para los maestros generalistas de la primera etapa de la EGB, El primer hecho que llama la atención es precisamente que sean dos los programas, uno para los alumnos provenientes del antiguo bachillerato de ciencias y otro para los del bachillerato de letras, diferenciación que obligaba a dividir el grupo clase en dos subgrupos. Resulta del todo evidente que, ya desde el inicio de los estudios, se pretendía separar los alumnos que querían seguir la especialidad de ciencias de los demás.

ESCUELA UNIVERSITARIA
PROFESORADO E.G.B.
BARCELONA

Cuestionario de EXPRESION MATEMATICA para alumnos de primer
curso procedentes de CIENCIAS

1. Conjuntos. Relaciones. Relaciones de equivalencia.
2. Los conjuntos en la E.G.B.
3. Relaciones de orden. ALgebra de Boole.
4. Correspondencias y aplicaciones.
5. Subconjuntos de un conjunto finito. Combinatoria.
6. El número natural. Adición y multiplicación. Sistemas de numeración.
7. Didáctica de los sistemas de numeración. Bases 2, 3, 4, 10, 12.
8. Operaciones. Propiedades. Grupo. Subgrupo. Grupo cociente.
9. Estructuras con dos operaciones. Cuerpo. Anillo.
10. Ejemplos de grupos y de semigrupos en aritmética y en geometría.
11. Morfismos.
12. Morfismos de semigrupos. Didáctica de la proporcionalidad.
13. Los números enteros definidos mediante pares de números naturales.
Los números racionales definidos mediante pares de números enteros.
14. Divisibilidad de enteros.
15. Las operaciones aritmeticas en los distintos niveles de la E.G.B.
16. La división entera en \mathbb{Z} y en \mathbb{N} .
17. Noción de espacio vectorial.
18. Polinomios formales. El anillo de los polinomios.
19. El anillo de los números decimales. Su didáctica.
20. Resolución de ecuaciones lineales en un cuerpo. Didactica de la resolución de ecuaciones.
21. Los elementos geométricos en la E.G.B.
22. Los ángulos en la E.G.B. Medidas angulares.
23. Movimientos en el plano. Grupos de movimientos.
24. La simetría axial. Producción de simetrías.
25. Geometría del plegado.
26. Homotecia y semejanza.
27. El paralelismo. Postulado V de Euclides.
28. Construcción de una geometría no euclidiana.
29. Cuadratura del círculo. El número pi.
30. Ordenadores. Nociones de programación.
31. Preparación de un tema de matemáticas para la enseñanza individualizada.

ESCUELA UNIVERSITARIA
PROFESORADO DE E.G.B.
BARCELONA

Cuestionario de MATEMATICAS Primer curso (Alumnos de LETRAS)

1. Conjuntos
2. Relaciones
3. Los conjuntos en la E.G.B. 1er ciclo
4. Correspondencias
5. Subconjuntos de un conjunto finito. Combinatoria
6. El número natural. Adición y multiplicación.
7. Didáctica de los sistemas de numeración. Bases 2, 3, 10, y 12.
8. Operaciones. Estructuras algebraicas.
9. Ejemplos de grupos y de semigrupos en aritmética y en geometría.
10. Los números racionales positivos como pares de números naturales.
11. Operaciones aritméticas en los distintos niveles de E.G.B.
12. Los números enteros. Introducción a la divisibilidad de enteros.
13. El anillo de los números decimales.
14. Resolución de ecuaciones lineales en anillos y cuerpos.
15. Los elementos geométricos en la E.G.B.
16. Los ángulos en la E.G.B.
17. Medidas angulares.
18. Movimientos en el plano. Grupos de movimientos.
19. La simetría axial. Producto de simetrías. Transformaciones que engendran.
20. Geometría del plegado.
21. La homotecia y la semejanza.
22. Metodología de los problemas geométricos.
23. Construcciones geométrica. Triángulos.
24. Sucesos aleatorios.
25. Noción de probabilidad.
26. Introducción a la Estadística descriptiva.
27. El paralelismo. Postulado V de Euclides.
28. Cuadratura del círculo. El número pi.
29. Recolección de datos y elaboración de una distribución.
30. Programación de un tema de matemáticas para la enseñanza individualizada.

Figura 1

De los 30 temas que constaban los dos programas y que se desarrollaban a través de 6 horas semanales de clase, dos tercios estaban dedicados a aritmética y álgebra y un tercio a geometría y otras cuestiones. En ambos programas la impronta de la llamada “matemática moderna” es más que evidente. Se inician con una sólida introducción en la teoría de conjuntos que sirve de armazón estructural para tratar los conjuntos numéricos y también con una incursión en la geometría lineal. Esta presencia de la “matemática moderna” no era únicamente perceptible en estos programas que comentamos, sino en toda la enseñanza de la matemática española en general. La influencia francesa (por proximidad o por el desconocimiento de otras lenguas) en este campo era casi total. Tras la sombra proyectada por el grupo Bourbaki numerosos autores, como Lentin, Rivaud, Queysanne,... con las traducciones de sus manuales “iluminaban” la bibliografía algebraica básica de la época. En el caso de la enseñanza matemática en las Escuelas de Magisterio las propuestas de Papy resultaron especialmente influyentes.

Si bien la mayoría de temas eran comunes a las dos modalidades de alumnos (cabe suponer que otra cosa debía ser su tratamiento en clase por parte del profesor), hay algunas diferencias que vale la pena señalar. El programa para los alumnos de ciencias se completa con algunas cuestiones que profundizan en el álgebra moderna (como los morfismos de semigrupos o el anillo de los polinomios), también incluye unas nociones sobre espacios vectoriales, así como una introducción a los ordenadores y a sus lenguajes. Por su parte, el programa destinado a los alumnos de letras se amplía con dos temas sobre construcciones y problemas geométricos, así como una introducción a la probabilidad y a la estadística descriptiva. Es posible que el autor intelectual del mismo considerara que los alumnos del bachillerato científico conocían ya estos temas y por ello los excluye de su correspondiente temario. Curiosamente, y para concluir este breve comentario, señalaremos que las referencias a contenidos didácticos están más presentes en el programa para alumnos de ciencias (didáctica de los sistemas de numeración, didáctica de la proporcionalidad, didáctica de los números decimales y didáctica de la resolución de ecuaciones), que en el de los alumnos de letras (en él sólo se hace alusión a la didáctica de los sistemas de numeración).

UN CAMBIO RADICAL: DEL RECHAZO A LA MATEMÁTICA MODERNA A LA IRRUPCIÓN DE LOS PLANTEAMIENTOS HISTORICISTAS

La precipitada marcha del profesor encargado de la organización de las enseñanzas matemáticas en la EUFPUB, junto a las quejas generalizadas del alumnado, obligaron al resto del profesorado de la materia, todos ellos PNN como ya se ha comentado, a modificar radicalmente los programas de las asignaturas. Las autoridades académicas optaron por mantenerse al margen de los acontecimientos y decidieron dejar esa tarea exclusivamente en manos del profesorado contratado. De este modo se desarrollaron programas que “suavizaron” los contenidos de matemática moderna en todos los cursos. Además se pensó también en cambiar el enfoque de la asignatura de primer curso, la *Didáctica de la Matemática I*, común a todos los futuros maestros y que es la que había sufrido más desafección. Observemos, aunque no será objeto de nuestro análisis, por centrarnos sólo en la formación de maestros generalistas, que la asignatura *Didáctica de la Matemática II* se ofertaba a los alumnos que cursaban la especialidad de Infantil.

El programa que conservamos de esa época muestra bien claramente las radicales diferencias que se propusieron. En primer lugar, se suprimió la división entre alumnos provenientes del bachillerato de ciencias de los que habían cursado el de letras, con lo que se eliminaba un motivo de discriminación muy criticado por el alumnado. En segundo lugar, se estructuraron los contenidos en torno a dos grandes núcleos. El primero, que debía servir para introducir los contenidos matemáticos se planteaba desde una perspectiva histórica, intentando reconstruir ante el estudiante las etapas más destacadas de la matemática a través de su historia. La segunda parte del curso, de carácter más netamente profesional, se dedicaba a dar a conocer nociones psicopedagógicas generales y a plantear propuestas didácticas concretas referidas a los principales tópicos de la aritmética y la geometría que se trataban en los ciclos inicial y medio de la EGB. Para mostrar más claramente la ruptura con lo antiguo se presentaba el programa en lengua catalana, anticipándose con ello algunos años a lo que sería norma general en las enseñanzas de la EUFPUB.

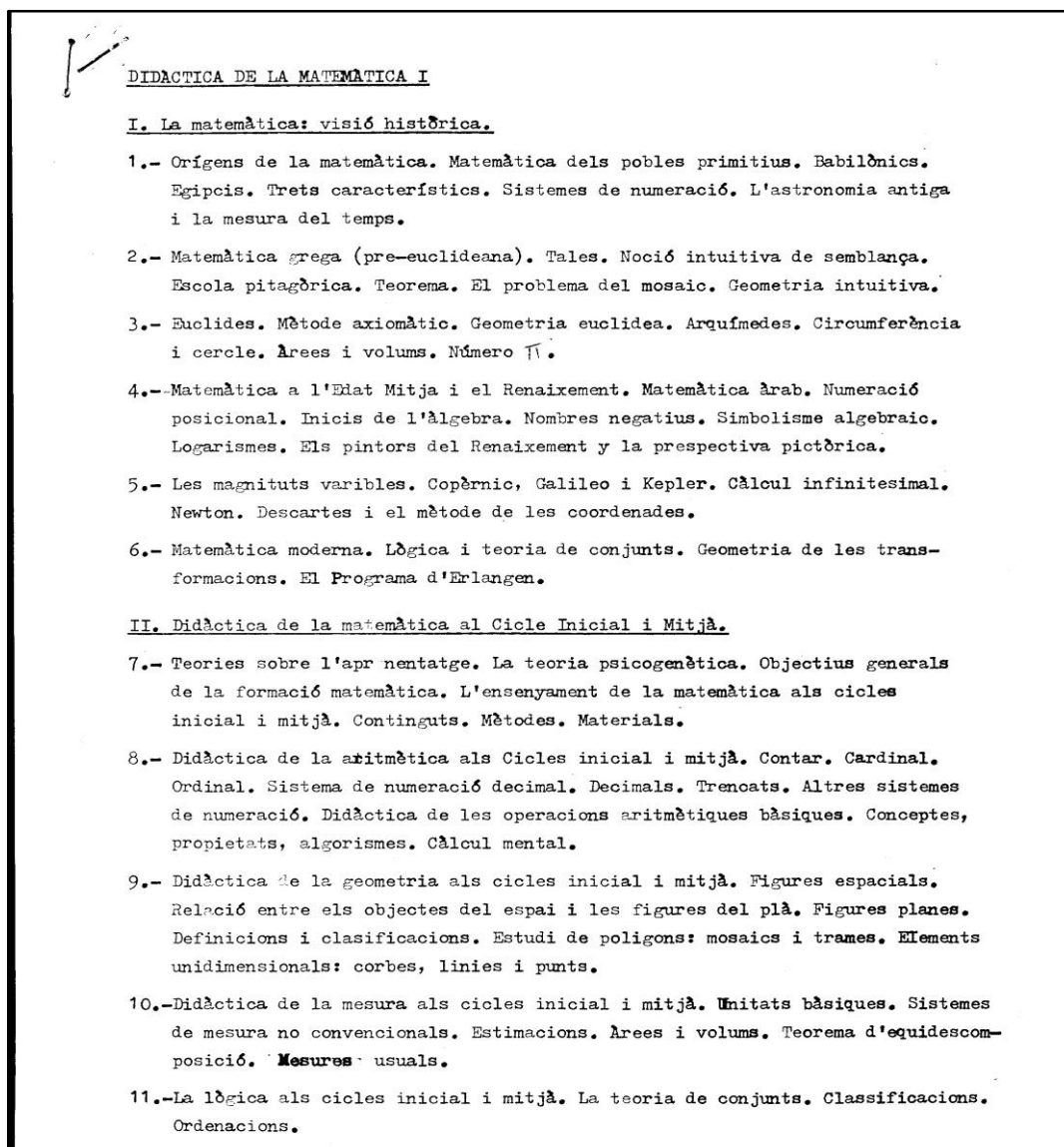


Figura 2

Las intenciones de este nuevo programa eran buenas: las distintas cuestiones matemáticas que se creían importantes para la formación de un maestro se presentaban en el contexto en el que tuvieron su aparición histórica; de este modo se pretendía plantearlas en un ámbito real y no teórico como era lo habitual. Así, las necesidades prácticas que habían conducido a los inicios de la matemática en las antiguas civilizaciones (egipcia, mesopotámica, china o maya) justificaban y ejemplificaban la aparición de los sistemas de numeración. El mundo griego, por su parte, permitía profundizar en la geometría del plano y del espacio, no sólo trabajando la realización de construcciones, sino también su propia utilización para la determinación de las dimensiones y propiedades de figuras y cuerpos geométricos. La Edad Media y el humanismo europeo era el ámbito propicio en el que se presentaba el desarrollo del

álgebra como un nuevo lenguaje que ampliaba extraordinariamente las posibilidades de cálculo, permitiendo también la “aritmización” de la geometría, lo que facilitaba, a su vez, la determinación de áreas y volúmenes en el mundo artesanal. De igual modo, el nacimiento de la perspectiva en el arte renacentista se utilizaba como recurso válido para plantear el tema de las proporciones. Una necesariamente rápida mirada a las soluciones que dieron los matemáticos y científicos europeos del XVII y del XVIII al problema del estudio del movimiento en diferentes ámbitos permitía abordar en el aula una somera introducción al concepto de función y al cálculo infinitesimal, mientras el método cartesiano, por su parte, abría puertas a la representación gráfica. Finalmente, y saltándose necesariamente muchos otros avances realizados por la matemática en la época contemporánea, se incidía en la teoría de conjuntos y las ventajas que ésta había aportado en la sistematización del edificio matemático.

A pesar del indudable entusiasmo que habían volcado los creadores de este programa, los logros no estuvieron a la altura de las expectativas. Desde luego no hubo un rechazo frontal por parte de los alumnos, como había ocurrido con el anterior, pero los resultados académicos no fueron todo lo positivos que se esperaba. Desde la perspectiva que da el tiempo, creemos que fueron varias las causas que llevaron a su fracaso en la práctica. Al ser una propuesta nueva no había textos o guiones de clase que pudieran servir de referencia. Tampoco nadie se ocupó de crearlos, pues la precariedad del trabajo desalentaba al profesorado más entusiasta, que recelaba de invertir tanto tiempo y esfuerzo en una tarea que podía no tener continuidad al año siguiente. Además, el profesorado no estaba tampoco preparado, en general, para ejercer una docencia en la que el eje de medio curso fuera la historia de la matemática y el otro medio la didáctica de la matemática en la primera etapa de la EGB, pues la mayoría de ellos provenía de unos estudios de matemáticas muy formalizados, en los que la historia o la didáctica de la matemática habían sido materias totalmente inexistentes en su formación.

LA VUELTA A LA MATEMÁTICA MODERNA Y LA APARICIÓN DE LA PSICOPEDAGOGÍA

La defeción de algunos de los profesores creadores del programa, así como la llegada constante de nuevo profesorado impulsó una nueva redacción del programa de *Didáctica de la Matemática I*. No sabemos con exactitud el tiempo que el programa anterior estuvo vigente, pero el hecho de que el nuevo sea el único de los programas

conservados que lleva fecha (1979-1980) nos induce a creer que, con mayores o menores aceptaciones, debió mantenerse durante, al menos, un lustro.

<u>DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS</u>	curso 1979-80
<u>Questionario:</u>	
I.-INTRODUCCION GENERAL A LA DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS	
1. Procesos de abstracción y de simbolización.	
2. El aprendizaje según Piaget.	
3. Los objetivos.	
4. La programación en 1ª etapa.	
II.-DIDACTICA DEL LENGUAJE DE CONJUNTOS	
5. Concepto de conjunto y de elemento. Construcción de conjuntos. Conjunto vacío. Diagramas de Venn. Igualdad de conjuntos. Subconjuntos. Conjunto universal. Conjunto potencia. Particiones de un conjunto.	
6. Unión de conjuntos: propiedades. Intersección de conjuntos: propiedades. Complementario: propiedades. Diferencia de conjuntos: propiedades. Diferencia simétrica de conjuntos.	
7. Producto cartesiano de dos conjuntos. Representación gráfica: Propiedades.	
8. Correspondencia entre dos conjuntos. Representaciones gráficas. Propiedades.	
9. Relación de equivalencia. Representaciones gráficas. Clases de equivalencia: propiedades. Conjunto cociente.	
10. Relación de orden. Representaciones gráficas. Cotas superiores e inferiores. Extremo superior e inferior. Máximo y mínimo. Orden total. Orden parcial. Relación de buen orden.	
11. Aplicaciones entre conjuntos. Tipos de aplicaciones. Propiedades. Inversa de una aplicación. Composición de aplicaciones.	
12. Operaciones internas. Operaciones externas. Propiedades de las operaciones internas. Propiedad distributiva.	
13. Estructuras algebraicas. Semigrupo. Grupo. Subgrupos. Semianillo. Anillo. Cuerpo. Homomorfismos e isomorfismos.	
III.-DIDACTICA DEL NUMERO NATURAL EN LA PRIMERA ETAPA DE E.G.B.	
14. El concepto de número natural. Coordinabilidad y seriación.	
15. Representación de los números naturales: sistemas de numeración.	
16. La adición de números naturales. El algoritmo de la suma.	
17. La sustracción de números naturales. El algoritmo de la resta.	
18. El producto de números naturales. El algoritmo del producto.	
19. La división de números naturales. El algoritmo de la división.	
20. Divisibilidad en los números naturales.	
21. Problemas con operaciones de números naturales.	
IV.-DIDACTICA DE LA GEOMETRIA EN LA PRIMERA ETAPA DE E.G.B.	
22. El punto de vista de las transformaciones en geometría.	
23. Las diferentes geometrías y sus relaciones.	
24. Geometría clásica en la primera etapa de E.G.B.	
25. Las transformaciones topológicas. La continuidad. Las propiedades topológicas.	
26. La medida en E.G.B.	

Figura 3

El nuevo programa conservó, como el anterior, la unidad del grupo clase sin establecer ninguna diferencia entre ciencias y letras, pero en él se eliminó totalmente del temario las referencias a la historia de la matemática. El curso se estructuró en cuatro

apartados. En el primero, que hacía las veces de introducción, se abordaron cuestiones psicológicas y pedagógicas. Los tres siguientes se dedicaron, respectivamente, al lenguaje de conjuntos, al número natural en la primera etapa de la EGB y a la geometría de esta misma etapa. Todos los títulos de estos apartados se iniciaban con la palabra “didáctica”, aunque luego en el detalle de los capítulos no se incluían referencias metodológicas ni de procedimiento explícitas sobre las cuestiones matemáticas abordadas.

De los 26 temas que constituían el programa, la parte más importante era (si juzgamos por el número de capítulos que ocupa) el lenguaje de conjuntos, al que se le dedican 13, exactamente la mitad. La aritmética se extiende a lo largo de 8 temas, mientras la geometría con 5 y las nociones de psicopedagogía con 4, ocupan los últimos lugares. Si entramos más en detalle podemos apreciar que en la parte dedicada a la aritmética se sigue un desarrollo tradicional, ajeno al lenguaje de la matemática moderna. Véanse sino las cuestiones tratadas: el concepto de número natural, los sistemas de numeración, cada una de las cuatro operaciones y sus algoritmos, la divisibilidad y los problemas aritméticos. En cambio, por lo que se refiere a la geometría, la impronta de la matemática moderna es evidente; tras un inicio dedicado a las transformaciones en geometría, sigue un desarrollo de las diferentes geometrías que parece derivar directamente del Programa de Erlangen.

LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPECIALIDAD DE CIENCIAS DEL PLAN

1971

Los siguientes programas que comentaremos corresponden a las asignaturas *Matemáticas y su didáctica I* (MDI) y *Matemáticas y su didáctica II* (MDII), que se cursaban en segundo y tercer curso, respectivamente, de la especialidad de ciencias del Plan 1971. Ambas tenían una frecuencia semanal de 6 horas e iban dirigidos a la preparación matemática de los futuros profesores que debían ejercer la docencia de esta materia en la segunda etapa de la EGB (7º y 8º), que atendía a escolares entre 12 y 13 años, es decir, lo que correspondería actualmente al primero y segundo cursos de la ESO.

Aunque no están fechados sabemos que se redactaron a mediados de los años 80. Estos programas, a diferencia de los de Didáctica de la Matemática I, experimentaron muy pocos cambios en los veinte años que estuvo el Plan 1971 en vigencia. Las razones

de esta durabilidad fueron debidas a dos circunstancias coincidentes. La primera fue la convicción unánime por parte del profesorado sobre los contenidos básicos que debían ofrecerse: en la primera asignatura se abordaría la aritmética y el álgebra y en la segunda la geometría y la medida, dando en ambos casos una visión básicamente de carácter matemático, aunque sin perder nunca de vista los aspectos pedagógicos, es decir los objetivos finales del curso. La segunda razón es que la docencia de ambas materias recayó siempre sobre dos profesores concretos, que a través de una estrecha coordinación, procuraron que la formación matemática en la especialidad de ciencias mantuviera, además de cierto nivel y coherencia, estabilidad en el tiempo.

MATEMÀTIQUES I LA SEVA DIDÀCTICA I

1. ELS CONJUNTS NUMÈRICS.

Necessitat d'ampliar els diferents conjunts numèrics. Construccions intuïtives "versus" construccions formals. Inducció matemàtica. Les demostracions algebràiques.

2. ELS NOMBRES ENTERS.

Construcció de \mathbb{Z} . Operacions a \mathbb{Z} : propietats. Ordenació a \mathbb{Z} . Didàctica dels nombres enters.

3. TEORIA DE LA DIVISIBILITAT I.

Propietats de la relació de divisibilitat. Teorema de la divisió entera. M.c.d. i m.c.m. Algorisme d'Euclides.

4. TEORIA DE LA DIVISIBILITAT II.

Nombres primers. Descomposició factorial dels nombres enters. Teoremes sobre divisibilitat. Didàctica de la divisibilitat.

5. ARITMÈTIQUES FINITES.

Congruències a \mathbb{Z} . Aritmètiques finites. Criteris de divisibilitat. Equacions diofàntiques.

6. ELS NOMBRES RACIONALS.

Construcció de \mathbb{Q} . Operacions a \mathbb{Q} : propietats. Ordenació a \mathbb{Q} . Didàctica de les fraccions.

7. EXPRESSIONS DECIMALS

Nombres decimals. Operacions amb nombres decimals. Expressions decimals aproximades dels nombres racionals. Didàctica dels decimals.

8. INTRODUCCIÓ ALS NOMBRES REALS

Determinació de l'arrel n -sima d'un nombre racional. Algorisme de l'arrel quadrada. Aproximació de nombres irracionals mitjançant racionals. La recta real. Didàctica del càlcul aproximat.

9. EQUACIONS ALGEBRÀIQUES. Propietats generals de les equacions. Estudi d'alguns tipus d'equacions. Resolució aproximada d'equacions. Equacions i problemes: la seva didàctica.
10. LA PROPORCIONALITAT ARITMÈTICA. Funcions i proporcionalitat. Proporcions directes i inverses. Proporcio- nalitat composta. Aplicacions de la proporcionalitat.
11. ELS PROBLEMES I ELS JOCS ARITMÈTICS Tipologia dels problemes aritmètics. Heurística. Plantejament i resolució de problemes. Tipologia dels jocs aritmètics.
12. L'ARITMÈTICA I L'ÀLGEBRA AL CICLE SUPERIOR D'EGB El pas de l'aritmètica a l'aritmètica generalitzada. Introducció a l'àlgebra i al càlcul literal. Dificultats didàctiques.
13. ELS PROGRAMES AL CICLE SUPERIOR D'EGB (ARITMÈTICA I ÀLGEBRA) Programes i curricula. Llibres de text. Objectius i continguts. Metodologia i material didàctic.
14. INTRODUCCIÓ A LA INFORMÀTICA Calculadores de butxaca. Calculadores programables. Ordinogrames. Algorismes i màquines de Turing. Llenguatges: Logo. Aplicacions a la didàctica del càlcul.

Figura 4

La enseñanza de la aritmética en la asignatura MDI se estructuró sobre la base del número natural y sus sucesivas ampliaciones (enteros, racionales y una breve introducción a los reales). La matemática moderna, es decir, la teoría de conjuntos, proporcionaba un armazón para la construcción formal de los conjuntos numéricos y facilitaba su estudio, pues bastaba con descubrir estructuras semejantes entre ellos, para que, mediante las transformaciones, pudieran extenderse las propiedades de unos a otros conjuntos isomorfos.

Este tipo de construcciones eran del evidente agrado de cualquier profesor de matemáticas. Por ello, no puede extrañar, que los gestores educativos de la época pensarán, que una manera de hacer matemáticas tan lógica y aparentemente simple, si se introducía en todos los niveles educativos, no podía menos que favorecer el aprendizaje de las matemáticas (una materia que suele ofrecer estadísticas de aprendizaje bastante pesimistas). La implantación de la matemática moderna en las enseñanzas ya lo habían llevado a cabo algunos países de nuestro entorno. Además, hay que recordar para contextualizar mejor la época que, en la segunda mitad del siglo XX, el pensamiento europeo, y especialmente el de expresión francesa, estaba imbuido por la corriente de pensamiento llamada *estructuralismo*, que veía en el estudio de las estructuras

subyacentes de cualquier ámbito un modo eficaz de comprender las interrelaciones entre sus elementos. Aunque el estructuralismo apareció de un modo independiente a la matemática moderna, su similitud y el hecho de que esta nueva corriente de pensamiento se extendiera por muchos otros saberes, como la lingüística (Saussure), la antropología (Lévi-Strauss), la filosofía marxista (Althusser), el psicoanálisis (Lacan), la psicología infantil (Piaget), etc. ayudó indirectamente a que aquélla se afianzara y consolidara en los círculos académicos.

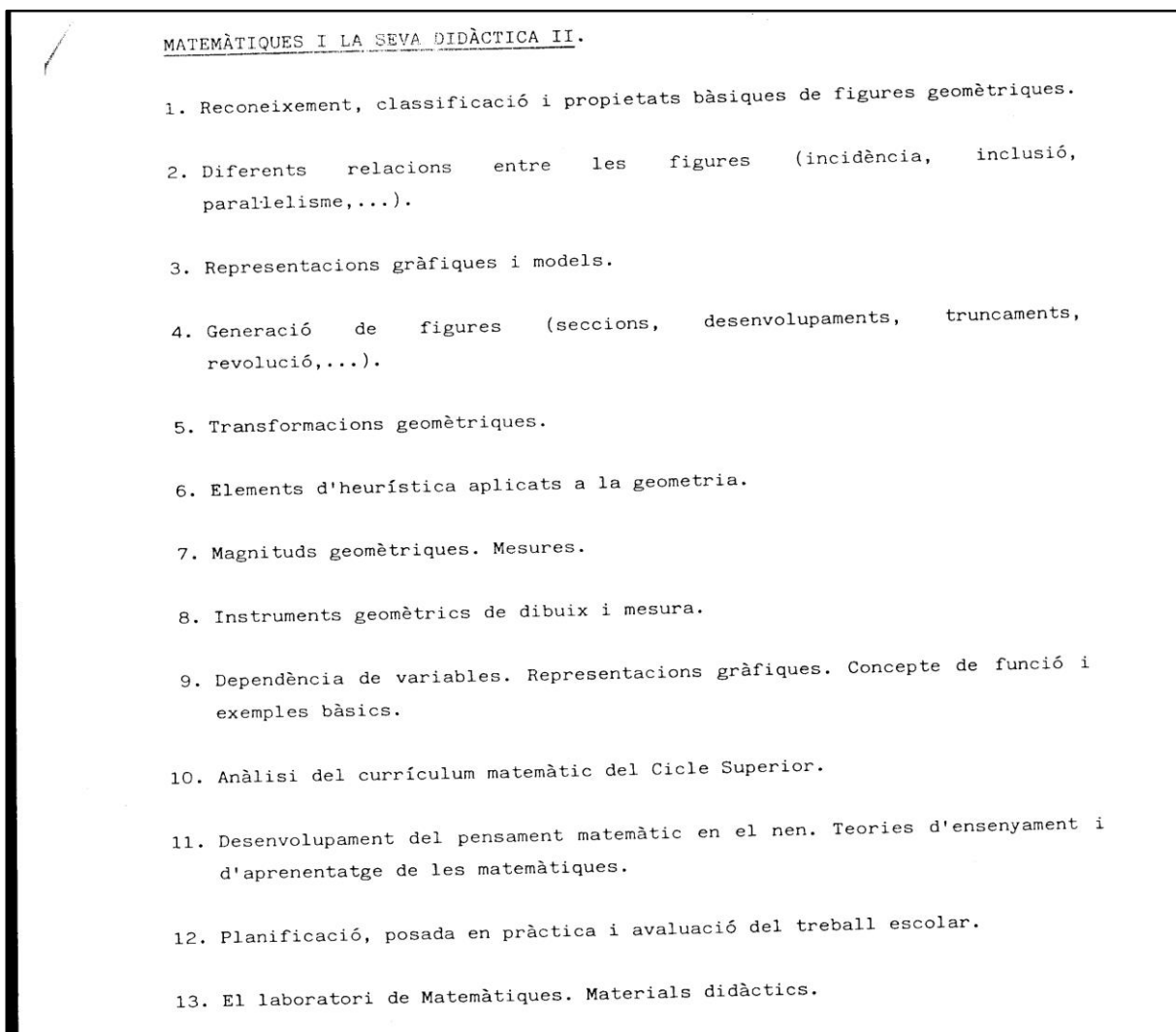
Pero en las aulas de primaria y de secundaria no se percibían de la misma manera las supuestas excelencias de la matemática moderna. Entre la excesiva abstracción y alejamiento de la realidad cotidiana vivida por los alumnos y la no comprensión por gran parte del profesorado de las virtudes que el nuevo enfoque iban teóricamente a reportar en sus discípulos, se fraguó el fracaso de la introducción de la teoría de conjuntos en ámbitos no universitarios. Buena parte del profesorado de la EUPUB, por nuestra proximidad a los centros escolares, fuimos conscientes de esta situación, por ello aunque se mantenía en los programas las referencias a la teoría de conjuntos, íbamos suavizando, curso tras curso, su presencia en la práctica docente, hasta que en los últimos años de vigencia del Plan, nos limitábamos a mantener el léxico y algunas maneras, sólo con la finalidad de que nuestros alumnos los conocieran, por si en alguna circunstancia caían en sus manos textos con lenguaje de la matemática moderna.

El curso de aritmética se completaba con una introducción al lenguaje y a las ecuaciones algebraicas. La parte pedagógica abordaba un estudio de los contenidos del currículum de la segunda etapa de la EGB, así como de los recursos y materiales disponibles y de su metodología en el aula. Se concluía con una somera introducción a la informática.

Merecen señalarse dos cuestiones del programa por su carácter relativamente innovador para la época y el lugar. La primera es la importancia que se otorga (2 temas) a la teoría de la divisibilidad en los enteros. El hecho no es casual, pues se quería dar de este modo relevancia al campo más creativo de la aritmética, pues la divisibilidad permite realizar y proponer múltiples actividades con los alumnos en las que la invención tiene siempre cabida y, además, con casi cualquier nivel de conocimientos. La segunda es la importancia que se da, junto a la resolución de problemas, a los aspectos lúdicos. En este sentido se desarrollaban juegos aritméticos que servían de motivación a los alumnos, pero

al mismo tiempo podían servir como modelos para la confección de actividades lúdicas en la escuela.

El programa de la asignatura *Matemáticas y su didáctica II* estaba menos estructurado que el de *Matemáticas y su didáctica I*. Se había decidido que se dedicara a la geometría y a la medida, pero no se quiso caer en el formalismo de la geometría euclidiana clásica ni tampoco en el logicismo de la matemática moderna, pues ambas posturas se creían estaban alejadas de los contenidos y la metodología escolares. Tras numerosas sesiones de discusión interna se optó por un programa en el que se proponía trabajar al alumno distintos tópicos de la geometría con incidencia en el currículum matemático del ciclo superior de la EGB. Así se incluían: el reconocimiento, clasificación y propiedades de las figuras geométricas; las relaciones entre las figuras y las representaciones gráficas. A continuación se trataban las magnitudes geométricas y la medida, con lo cual se podía ampliar la visión de conjunto tratando cuestiones como: transformaciones geométricas; instrumentos de dibujo y de medida; y representación de funciones.

**Figura 5**

En la parte didáctica se trataba el desarrollo evolutivo del niño siguiendo la teoría de Piaget. Observemos, que ya se habían introducido las concepciones de la psicología genética en la asignatura común de primer curso, después y deliberadamente apenas se mencionan en MDI, pero en MDII se consideró conveniente recuperarlas otra vez para que el alumno conociera mejor esta teoría y especialmente su vinculación con la propuesta de Félix Klein sobre la clasificación de las geometrías.

También este programa como el de segundo curso incluye dos novedades metodológicas. La primera (en estricta coherencia con lo ya realizado en MDI) es el énfasis que se otorga a la creatividad y que se manifiesta en el tema dedicado a la heurística en geometría. La segunda es la importancia que se da al laboratorio de matemáticas. Este aspecto no se había planteado en el curso anterior, por el escaso material de aritmética y de álgebra que disponía el área de matemáticas. Pero en MDII

esta cuestión alcanza una gran relevancia en las actividades prácticas realizadas por los alumnos en el aula. Se quería mostrar, con la vía del ejemplo, la trascendencia que tiene el uso del material en la enseñanza de la geometría en la escuela. Hay que señalar el esfuerzo que suponía al profesor el tener que desplazar para cada sesión el material que se disponía, que desgraciadamente era poco abundante como consecuencia del escaso espacio y mínima dotación económica del área de matemáticas de la EUFPUB, que ya hemos comentado en la introducción de este trabajo.

CAMBIO DE PLAN Y OTROS HECHOS NO MENOS IMPORTANTES

En 1990 se produjo un cambio en el sistema educativo español que afectó esencialmente a la enseñanza de las matemáticas en las EUFP. En él se suprimió la EGB y se redujo la duración de la enseñanza primaria en dos cursos, los que correspondían a su segunda etapa (7º y 8º). En compensación, la enseñanza secundaria se incrementó en dos años y se presentó dividida en una fase obligatoria la ESO, constituida por 4 cursos, y otra voluntaria de dos, que seguiría llamándose bachillerato. De esta forma el sistema educativo español se adaptaba a las características europeas haciendo que la enseñanza obligatoria se extendiera hasta los 16 años. Desde la perspectiva del profesorado, el de primaria perdía dos cursos y el de secundaria los ganaba. Todo ello, desde luego, tenía sus repercusiones también logísticas y, sobre todo, económicas, pero la economía del país había entrado en una fase expansiva y se lo podía permitir.

Estos hechos bien conocidos y que hemos resumido tuvieron repercusión inmediata en las EUFP. Al suprimirse la segunda etapa de la EGB dejó de tener sentido que estos centros ofrecieran especialidades como la de ciencias o la de ciencias sociales. En cambio, la bonanza de los nuevos tiempos propició la creación de otras nuevas acordes con el enfoque educativo que quería darse, en el que se enfatizaba una enseñanza más amplia que la meramente humanística, ofreciendo educación física, educación musical, además de un mejor conocimiento en lenguas extranjeras. Consecuentemente aparecieron en las EUFP las especialidades de Educación Física, Lenguas Extranjeras, Educación Musical, también otra dirigida a atender la diversidad, Educación Especial, y sólo se mantuvieron del antiguo esquema, la Educación Primaria y la Educación Infantil. En este planteamiento la enseñanza de las matemáticas en las EUFP podía haber quedado prácticamente como una enseñanza residual, pues en buena lógica sólo tenía cabida en el currículum de estas dos especialidades y en la de Educación Especial.

Las autoridades académicas de las EUFP tuvieron que enfrentarse a un desequilibrio de demanda de docencia entre las distintas áreas de conocimiento, semejante al que se había producido en los centros de primaria y de secundaria, en los que el cambio había provocado un excedente de profesores de primaria frente a un déficit de docentes de secundaria. Para amortiguar el desequilibrio se introdujeron algunas medidas. Una de ellas fue retocar el currículum de las nuevas especialidades para que tuvieran cabida en ellos materias que disponían de un evidente “exceso profesoral”. La justificación la proporcionaba una cláusula del reglamento de los centros escolares que permitía, si las circunstancias del centro así lo requerían, la asignación del profesor especialista a la docencia generalista. Así se argumentaba la introducción de una asignatura de *Bases para la Enseñanza de las Matemáticas* (BEM) en el segundo curso de todas las nuevas especialidades: debía dotar al futuro profesor especialista de los rudimentos básicos en didáctica de la matemática para cubrir esa eventualidad.

Otra medida que utilizaron los diseñadores del currículo de las nuevas especialidades para suavizar los desniveles producidos entre la demanda y la oferta docente de los departamentos y ofrecer también un carácter más abierto a las enseñanzas, fue el permitir a éstos la creación de asignaturas optativas. De este modo, los departamentos con exceso de profesorado podían paliar el problema proponiendo nueva demanda de docencia de carácter no troncal. En un principio las autoridades académicas ejercieron muy poco control sobre la creación y mantenimiento de estas asignaturas y sólo, a finales del Nuevo Plan, cuando la escasez de recursos comenzaba a aflorar y la aparición de algunos abusos se hacía patente, se intentó poner coto a éstos con diversas estrategias como, por ejemplo, la de anular asignaturas con menos de diez inscritos.

Posiblemente al lector de estas líneas que sea profesor asociado en un centro universitario español y esté pendiente de los avatares de un contrato, le sorprenderán estos hechos que con tanta brevedad estamos describiendo, pero para la mejor comprensión de los mismos conviene tener presente que, en esa época, tras la larga sequía de oposiciones sufrida en los últimos años del franquismo, se estaba culminando el proceso de estabilización del antes numeroso profesorado PNN. Tanto era así que, incluso el área de matemáticas de la EUFPUB que inicialmente estaba en una situación de desamparo extrema, tenía prácticamente ya todo su profesorado numerario. El problema en aquellos momentos no era pues el de cubrir la demanda de docencia, sino el de ampliarla para poder adaptarla a la oferta provocada por el abundante profesorado estable existente.

En aquellos años también se había producido en la EUFPUB un acontecimiento importante que afectó en gran medida a sus enseñanzas. Nos referimos al traslado de su sede. Del antiguo edificio situado en el centro de la ciudad, en el barrio de Sants, perfectamente comunicado pero con angosturas para alumnos y profesores, se pasó a unas nuevas y amplias instalaciones, ubicadas en el más puro extrarradio de la ciudad, en una de las laderas de la Sierra del Collserola denominada Vall d'Hebron. Como ahora el área de matemáticas ya disponía de un plantel numeroso de profesores estables consiguió en el reparto de espacios para el nuevo centro un número suficiente de despachos, compartidos pero amplios; además de sala de reuniones, aula para seminarios y, quizás lo más importante, dos aulas laboratorio. En ellas se podía llevar a cabo el viejo sueño de tener un lugar para impartir clases prácticas con material abundante y al alcance del profesor. Como las dos aulas estaban contiguas, también permitía dividir el grupo clase en dos, si las necesidades de la clase lo requerían y las posibilidades docentes lo permitían.

Finalmente señalaremos otro efecto, éste de carácter inmaterial, que influyó en el diseño de todos los programas de la EUFPUB, nos referimos al papel cada vez más predominante ejercido por los criterios pedagógicos generales sobre los específicos de materia y que reflejaba perfectamente la preeminencia logística que se otorgó a la Facultad de Pedagogía sobre las nuevas enseñanzas. Las obras de César Coll se convirtieron en guías de casi obligado cumplimiento, no había programa que no incluyera sus premisas y los pocos que no las contemplaban eran calificados por la institución de poco serios y de lo que todavía era peor, “no estar al día”.

LAS BASES PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y LA HEGEMONÍA DE LA PEDAGOGÍA.

Nos centraremos ahora en los programas que se desarrollaron en esta nueva situación docente. Por razones obvias de espacio, nos ocuparemos sólo de los correspondientes a la formación de profesores de primaria. Quedan fuera de nuestro análisis los relacionados con la formación de profesores de la especialidad de Educación Infantil, que disponían de una asignatura de 9 créditos, así como las asignaturas optativas o de libre elección ofrecidas por el área de matemáticas.

Señalemos un hecho insólito que presentaba la especialidad de Educación Especial de la EUFPUB: era la única (por lo que hemos podido averiguar) entre las que se podían cursar en España, que no disponía en su currículum de ninguna asignatura

troncal de didáctica de las matemáticas. La explicación de esta anomalía requeriría profundizar en los pormenores de la pequeña historia del área de matemáticas de este centro, pero preferimos no adentrarnos más en ese terreno porque creemos carece de interés general, sólo diremos que fue una consecuencia de la toma de decisiones de carácter asambleario que caracterizaba sus actuaciones. No obstante, hay también que decir, que los alumnos de esta especialidad podían, si lo deseaban, matricularse de una optativa (6 créditos) creada a posteriori para cubrir esta evidente carencia del plan de estudios y para satisfacer la demanda del alumnado.

Como hemos ya indicado los alumnos de las especialidades de Educación Física, Educación Musical y Educación en Lenguas Extranjeras estaban obligados a matricularse en el segundo curso de una asignatura adscrita al área de matemáticas de 7'5 créditos, a la que se denominó *Bases para la Enseñanza de la Matemática* (BEM). Se optó desde el principio por no diferenciar los contenidos entre especialidades por razones prácticas, pero también para mostrar al alumnado que el programa reflejaba los contenidos que un profesor, fuera de la especialidad que fuera, debía conocer para poder abordar con un nivel de preparación básica la docencia de la matemática en un centro escolar de primaria.

El programa que conservamos presenta un aspecto muy diferente a los anteriormente considerados por que incluye, además del temario, y como partes integrantes aunque diferenciadas, los objetivos y la evaluación. Es decir, manifiesta claramente las pautas que la ortodoxia pedagógica del momento imponía. Así, los objetivos se presentan separadamente de los contenidos y se plantean con acciones expresadas con infinitivos del tipo: describir, plantear, resolver, diseñar, utilizar, etc., seguidas de complementos ad hoc. Todos los programas de las asignaturas del nuevo plan (de cualquier área) seguían el mismo modelo y terminología, hasta parecer calcados unos de otros.

Si nos fijamos ahora en los contenidos, éstos aparecen distribuidos en 7 temas. Los tres primeros dedicados a destacar: 1) el papel de las matemáticas en la sociedad, 2) los aspectos esenciales de su aprendizaje siguiendo para ello fielmente la taxonomía pedagógica (hechos y conceptos, procedimientos y actitudes) y 3) el currículum matemático en la enseñanza primaria. Los cuatro siguientes temas se ocupan de: 4) los números, 5) la geometría, 6) la medida y 7) la estadística. Estos últimos temas presentan todos ellos un esquema funcional idéntico: se inician con un breve análisis de los conceptos del tema tratados en primaria, sigue un breve estudio matemático de los

mismos y de su aplicabilidad práctica, para concluir con la presentación de actividades de aprendizaje y de evaluación en la enseñanza primaria referidos al tema en cuestión.

El diseño de este temario fue deliberadamente poco concreto para facilitar al profesor su adaptación a las características del grupo clase que le correspondiera. Dada la diversidad de procedencias el alumnado presentaba niveles de preparación matemática muy diferentes. Desde los que habían cursado un bachillerato de ciencias y tenían la aritmética y los rudimentos geométricos asentados, hasta los que procedentes de algunos ciclos formativos presentaban serios déficits en cuanto a su formación matemática se refiere, como por ejemplo, no saber dividir con decimales o desconocer en absoluto las operaciones con fracciones. Además el profesor debía tener en cuenta a la hora de preparar sus clases los intereses y habilidades de los futuros especialistas en enseñanzas tan heterogéneas como la educación física, la educación musical y la educación en lenguas extranjeras.

BASES PER L'ENSENYAMENT DE LA MATEMÀTICA (7,5 crèdits: 5 teòrics i 2,5 pràctics)

Codi: 153005

Departament

DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS I LA MATEMÀTICA

Objectius

- Descriure el desenvolupament històric i cultural dels conceptes matemàtics fonamentals.
- Plantejar i resoldre problemes identificant i utilitzant les estratègies de resolució i els tipus d'argumentacions apropiats per l'E.P.
- Dissenyar activitats de classe apropiades per als diferents nivells d'E.P. relatius als coneixements matemàtics.
- Utilitzar la terminologia i els simbolismes matemàtics apropiats per treballar amb alumnes de l'escola primària.

Continguts

1. Paper de les matemàtiques a nivell científic, social i cultural. La contribució de les matemàtiques a la formació integral.
2. L'aprenentatge de les matemàtiques: fets i conceptes, procediments i actituds.
3. El sentit de les matemàtiques a Primària. Els objectius de l'ensenyament de les matemàtiques a Primària. El currículum de les matemàtiques a Primària.
4. Nombres:

- Anàlisi dels conceptes que inclou el tema en l'E.P. des del punt de vista de la matemàtica i del seu aprenentatge.

- La formació dels conceptes bàsics: nombre natural, fracció i operacions.

- El càlcul. La resolució de problemes.

- Activitats d'aprenentatge i d'avaluació.

5. Geometria:

- Anàlisi dels conceptes que inclou el tema en l'E.P. des del punt de vista de la matemàtica i del seu aprenentatge.

- La formació dels conceptes bàsics: figura geomètrica, transformació i representació.

- Percepció espacial, la geometria com a llenguatge; construcció i experimentació

- Activitats d'aprenentatge i d'avaluació.

6. Mesura:

- Anàlisi dels conceptes que inclou el tema en l'E.P. des del punt de vista de la matemàtica i del seu aprenentatge.

- La formació dels conceptes bàsics: comparació de magnituds, unitat o patró, precisió.

- Mesura directa, estimació, càlcul i resolució de problemes.

- Activitats d'aprenentatge i d'avaluació.

7. Estadística i Probabilitat:

- Anàlisi dels conceptes que inclou el tema en l'E.P. des del punt de vista de la matemàtica i del seu aprenentatge.

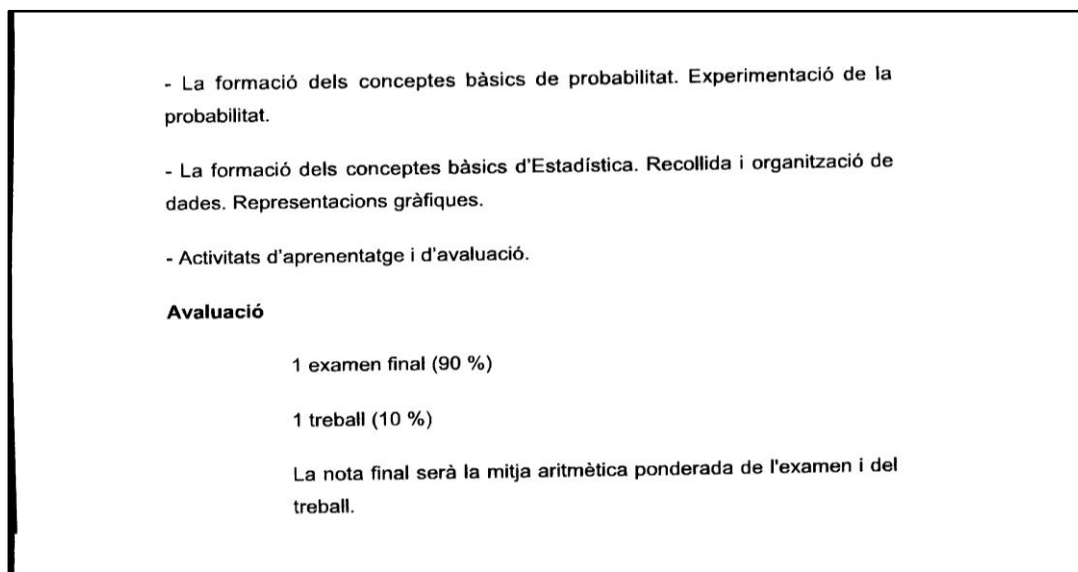


Figura 6

LA PREPARACIÓN MATEMÁTICA EN LA ESPECIALIDAD DE PRIMARIA O LA JOYA DE LA CORONA.

La formación matemática obligatoria de los alumnos que se matriculaban en la especialidad de Educación Primaria venía dada por dos asignaturas de 6 créditos cada una, impartidas en cuatrimestres distintos del segundo curso de la carrera: *Didáctica de la Matemática I* (DMI) y *Didáctica de la Matemática II* (DMII). Al diseñar las dos asignaturas se optó por seguir una metodología totalmente diferente a la utilizada en el Plan del 1971 cuando se desarrollaron las asignaturas MDI y MDII, en las que se dividió la materia en dos grandes bloques (aritmética por un lado y geometría/medida por el otro) y donde las cuestiones didácticas se abordaban simultáneamente o en paralelo con la teoría. En esta ocasión se separaron los contenidos matemáticos de los aspectos puramente didácticos. De este modo, aunque los títulos de las asignaturas podían parecer algo engañosos, pues no se correspondían exactamente con los contenidos, se creyó que este enfoque sería más provechoso para la organización de las enseñanzas.

El programa que aquí se reproduce de la asignatura *Didáctica de la Matemática I* ha sido aligerado, por razones de espacio, de los extensos apartados correspondientes a objetivos, metodología, evaluación y bibliografía que originariamente lo completaban; dejando sólo el de contenidos. Abarca 6 temas, los dos primeros dedicados a cuestiones generales o metodológicas y los cuatro siguientes a los grandes tópicos usuales de: aritmética, geometría, medida y probabilidad/estadística.

Blocs temàtics

1. Temes generals sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques

1.1. Cultura matemàtica i educació

- La matemàtica com a construcció humana. Història de les matemàtiques.
- La matemàtica a la societat i a l'escola actuals.
- Necessitat de saber i saber fer matemàtiques.
- Contribució de les matemàtiques al desenvolupament del pensament

1.2. Heurística i raonament matemàtic

- Relació entre la concepció sobre les matemàtiques que té l'ensenyant i el seu mètode d'ensenyar.
- Raonament deductiu. Raonament plausible.

1.3. Matematització. Llenguatge i simbolització.

1.4. Ensenyar i aprendre matemàtiques.

- Teories i elements característics
- Errors i dificultats.

1.5. Currículum de matemàtiques a Primària.

- Estructura
- Continguts

2. Aprendre a resoldre problemes

2.1. Exercicis i problemes.

2.2. Estratègies heurístiques.

- Assaig i error.
- Raonar sobre un model concret.
- Raonar a partir de la incògnita.
- Construir una taula.
- Trobar regularitats.
- Resoldre un problema relacionat, més senzill.
- Raonar cap a enrera.

2.3. La creativitat i la resolució de problemes.

3. Aritmètica

3.1. Nombres i sistemes de numeració

- Nombres naturals. Significats . Representació.
- Sistemes de numeració al llarg de la Història.
- Sistema de numeració actual: decimal i posicional.
- Materials per a la comprensió del nostre sistema de numeració: àbacs, blocs multibase, regletes, software,...

3.2. Nombres i operacions

- Addició i subtracció. Significats. Representació. Algorismes
- Multiplicació i divisió. Significats. Representació. Algorismes.
- Múltiples i divisors

3.3. Nombres i mesura. Fraccions i decimals. Aspectes històrics.

- Fraccions. Significats. Representació. Operacions
- Nombres decimals. Escriitura. Ordenació. Operacions.
- Relacions entre fraccions, decimals i percentatges.

3.4. Igualtat. Equivalència. Relacions entre les operacions.

4. Geometria

4.1. Geometria i entorn.

- Descripció, representació i interpretació de l'espai. Sistemes de referència.
- Cossos geomètrics. Primeres classificacions

4.2. De l'espai al pla.

- Procediments per obtenir figures planes a partir de cossos: Encaixos, ombres, seccions, desplegaments...

4.3. Classificacions de figures planes.

- Polígons. Altres figures planes.

<ul style="list-style-type: none">- Classificacions a partir d'un sol criteri.- Classificacions combinades. <p>4.4. Construcció de figures.</p> <ul style="list-style-type: none">- Composició de figures: Tangrams, poliomínos i altres puzzles geomètrics.- Descomposició de figures- Dissecció de figures. La dissecció i el concepte d'àrea.- Geometria amb paper plegat- Construccions amb regla i compàs <p>5. Mesura</p> <p>5.1. La mesura com a activitat de la vida quotidiana que permet desenvolupar competències en aritmètica i geometria.</p> <ul style="list-style-type: none">- Propietats matemàtiques de la mesura. Conservació, additivitat, transitivitat, existència d'una unitat. <p>5.2. Procés de mesura. Propietats mesurables. Unitats de mesura.</p> <ul style="list-style-type: none">- Algunes unitats a través de la història.- Unitats no convencionals- Sistema mètric decimal.- Mètodes de mesura: mesura directa i mesura indirecta. <p>5.3. Estimacions. Aproximació i error.</p> <p>5.4. Mesura aritmètica. Donar significat a les fraccions i als decimals.</p> <p>5.5. Mesura geomètrica. Comprensió del significat d'àrea i volum, i procediments per trobar àrees i volums.</p> <p>6. Representació i anàlisi de dades. Tractament de l'atzar. Implicacions didàctiques.</p> <p>6.1. Conceptes bàsics de probabilitat</p> <ul style="list-style-type: none">- Fenòmens d'atzar. Experiències aleatòries- Càlcul de la probabilitat d'un esdeveniment.- La probabilitat a Primària <p>6.2. Conceptes bàsics d'estadística.</p> <ul style="list-style-type: none">- Variables estadístiques. Població. Mostra.- Freqüències absoluta i relativa- Paràmetres: mitjana, moda- Representacions gràfiques- L'estadística a Primària

Figura 7

Aunque aparentemente el programa presenta una semejanza de contenidos con el de BEM hay una diferencia esencial que los distingue y que es visible a primera vista: el mayor nivel de concreción en las cuestiones tratadas. Cada tema aparece dividido en apartados y éstos, a su vez, en otras subdivisiones, lo que confiere al conjunto un aspecto muy elaborado y coherente. Este extremado detallismo no era casual, sino que con él se pretendía conseguir una homogeneidad de preparación entre los diferentes grupos de la

especialidad de Educación Primaria. Aspecto que como ya hemos dicho era un objetivo inalcanzable con los grupos de otras especialidades.

Precisamente el hecho de que el programa ofrezca tanto detalle permite analizar muchos aspectos del mismo. Lamentablemente, por razones de espacio, no podemos detenernos en ese análisis; sólo destacaremos un aspecto al que el programa otorga una importancia especial, es casi como la columna vertebral del mismo, y es el énfasis que se pone a la cuestión de la resolución de problemas y la creatividad. Se dedica un tema exclusivamente a esta cuestión (el segundo), destacando en él especialmente las estrategias heurísticas.

Nos ocuparemos ahora del programa de la asignatura *Didáctica de la Matemática II* (DMII). También, como el anterior, lo mostramos desvestido de los complementos (objetivos, metodología, evaluación y bibliografía) requeridos en su presentación académica formal.

Consta de cinco temas. El primero está dedicado al currículum matemático en Educación Primaria y a las competencias básicas en esta materia. En el segundo, enlazando con lo tratado en DMI, se intenta enseñar a resolver problemas y a plantear investigaciones en el aula. Los tres temas siguientes abordan la didáctica de los tres grandes temas de la enseñanza de la matemática en primaria: aritmética, geometría y medida.

No hace falta decir, que tanto en DMI como en DMII, las clases teóricas y prácticas se llevaban a cabo en los dos laboratorios de matemáticas que dispone el centro.

Blocs temàtics

1. El currículum a Educació Primària. Competències bàsiques

- 1.1. Les fonts del currículum
 - *Fonts epistemològiques*
 - *Fonts psicopedagògiques*
 - *Fonts sociològiques*
- 1.2. Saber matemàtiques i saber-ne ensenyar.
- 1.3. Aprenentatge significatiu.
- 1.4. Competències bàsiques
- 1.5. Disseny i valoració de propostes didàctiques
- 1.6. Gestió de l'activitat matemàtica
- 1.7. Avaluació de l'aprenentatge matemàtic.

2. Ensenyar a resoldre problemes

- 2.1. Les actituds en la resolució de problemes.
 - *Diversitats de solucions i mètodes de resolució.*
 - *Distinció entre el procés de descobriment i el procés de comunicació.*
 - *Considerar un problema d'una forma oberta.*
- 2.2. La resolució de problemes i la creativitat.
- 2.3. Petites investigacions
- 2.4. Els problemes a Primària: proposta, gestió i avaluació.

3. Didàctica de l'aritmètica a Primària

3.1. Sentit numèric

- *Comprensió dels nombres en diferents contextos*
- *Relacions numèriques*
- *Representacions*
- *Estimacions de resultats*

3.2. L'ensenyament dels nombres naturals

- *Els nombres naturals al currículum*
- *Propostes didàctiques per a l'aprenentatge del nostre sistema de numeració.*

Dificultats.

- *Aprenentatge de les operacions i els seus algorismes. Càlcul mental. Ús de la calculadora.*
- *Didàctica de la divisibilitat.*

3.3. L'ensenyament de les fraccions

- *Els nombres fraccionaris al currículum*
- *Didàctica de les fraccions i les seves operacions.*

3.4. L'ensenyament dels nombres decimals

- *Els nombres decimals al currículum.*
- *Didàctica dels nombres decimals i les seves operacions.*
- *Proposta, gestió i avaluació d'activitats sobre nombres per treballar a Primària.*

4. Didàctica de la geometria a Primària

4.1. Del pla a l'espai

- *L'analogia entre el pla i l'espai*
- *Generació de cossos a partir de figures planes.*
- *Les diferents vistes d'un cos.*
- *Composició, descomposició i dissecció de cossos.*

4.2. Quadrats i cubs.

- *Els hexominós que serveixen per construir un cub*
- *Els poliominós i els policubs.*
- *Disseccions del cub.*

4.3. Mosaics i poliedres.

<p><i>Truncaments d'un poliedre regular . Dissecció d'un poliedre regular. Altres poliedres.</i></p> <p>4.4. Altres cossos - <i>Cossos de revolució. El cilindre. El con. L'esfera. Cossos desplegable al pla.</i></p> <p>4.5. La geometria al curriculum de Primaria.</p> <p>4.6. Proposta d'activitats per treballar la Geometria a Primaria</p> <p>5. Didáctica de la mesura a Primària</p> <p>5.1. La mesura al currículum i als llibres de text de Primària.</p> <p>5.2. Didáctica de la mesura de longitud.</p> <p>5.3. Didáctica de la mesura de superfície.</p> <p>5.4. Didáctica de la mesura de capacitat.</p> <p>5.5. Didáctica de la mesura de volum.</p> <p>5.6. Didáctica de la mesura de massa.</p> <p>5.7. Didáctica de la mesura del temps i del valor econòmic.</p> <p>5.8. Angles i mesura d'angles</p> <p>5.9. Propostes d'activitats.</p>

Figura 8

LLEGAMOS A BOLONIA Y AL FINAL DE NUESTRO VIAJE.

Con el inicio de la segunda década del siglo XXI las enseñanzas en la EUFPUB han experimentado un nuevo cambio. La misma EUFPUB ha cambiado, pues ha dejado de denominarse EUFPUB, para pasar a ser *Facultad de Formación del Profesorado de la Universidad de Barcelona* (FFPUB). Para adaptarse a las orientaciones emanadas de la reunión de Bolonia, la formación de profesores de educación primaria, que era una diplomatura, pasa a convertirse en un grado, con lo que la duración de los estudios se ha alargado un año más: pasa de tres a cuatro años. Lógicamente este cambio ha tenido su repercusión en los planes de estudio. Además, la bonanza económica vivida en los años anteriores ha quedado atrás y se ha llevado consigo las especialidades, por lo que permanecen únicamente las dos titulaciones básicas: educación primaria y educación infantil.

Termina aquí nuestro viaje, comenzó con el Plan de 1971 y acaba con el Plan Bolonia, cuatro décadas de historia de la enseñanza de la matemática en la EUFPUB a través de los programas conservados. Aunque el núcleo de la materia, las matemáticas en la enseñanza primaria, parezca un tema sencillo a primera vista, los hechos descritos muestran que la preparación en este campo de los que han de ser profesores de primaria

no lo es tanto. También hemos visto que a esta dificultad intrínseca se han tenido que añadir los vaivenes provocados por los cambios sociales y económicos de nuestra sociedad. Finalmente y en el caso concreto del centro que hemos contemplado también la impronta de los grupos y de los individuos ha sido importante.

Concluimos deseando que este pequeño estudio pueda ser de interés y de utilidad, además de a los profesionales de la enseñanza en general, a los profesores noveles de los departamentos de didáctica de matemática que día a día se preparan con ilusión para enseñar matemáticas a los futuros profesores de primaria.

José María Núñez Espallargas¹

¹ jmnunez@ub.edu - Universidad de Barcelona